Physique & Fiction

de Gulliver à Star Wars

A partir du 08 Janvier 2019

Cours 1 : Physique & Dimensions

Cours 2 **:** Des Schtroumpfs à Gargantua

Cours 3 **:** Les pouvoirs de Superman

Cours 4 **:** L'énergie dans Star Wars

Cours 5 **:** De Dante à Edgar Allan Poe

1- Les Dimensions de la Physique

Du pendule du Professeur Tournesol à l'orbite de Tatooine

1 – Voyages dans les dimensions de Longueur, Masses, Temps...
2 – Dimensions, Unités et Constantes Fondamentales
3 – Des dimensions à l'Analyse Dimensionnelle

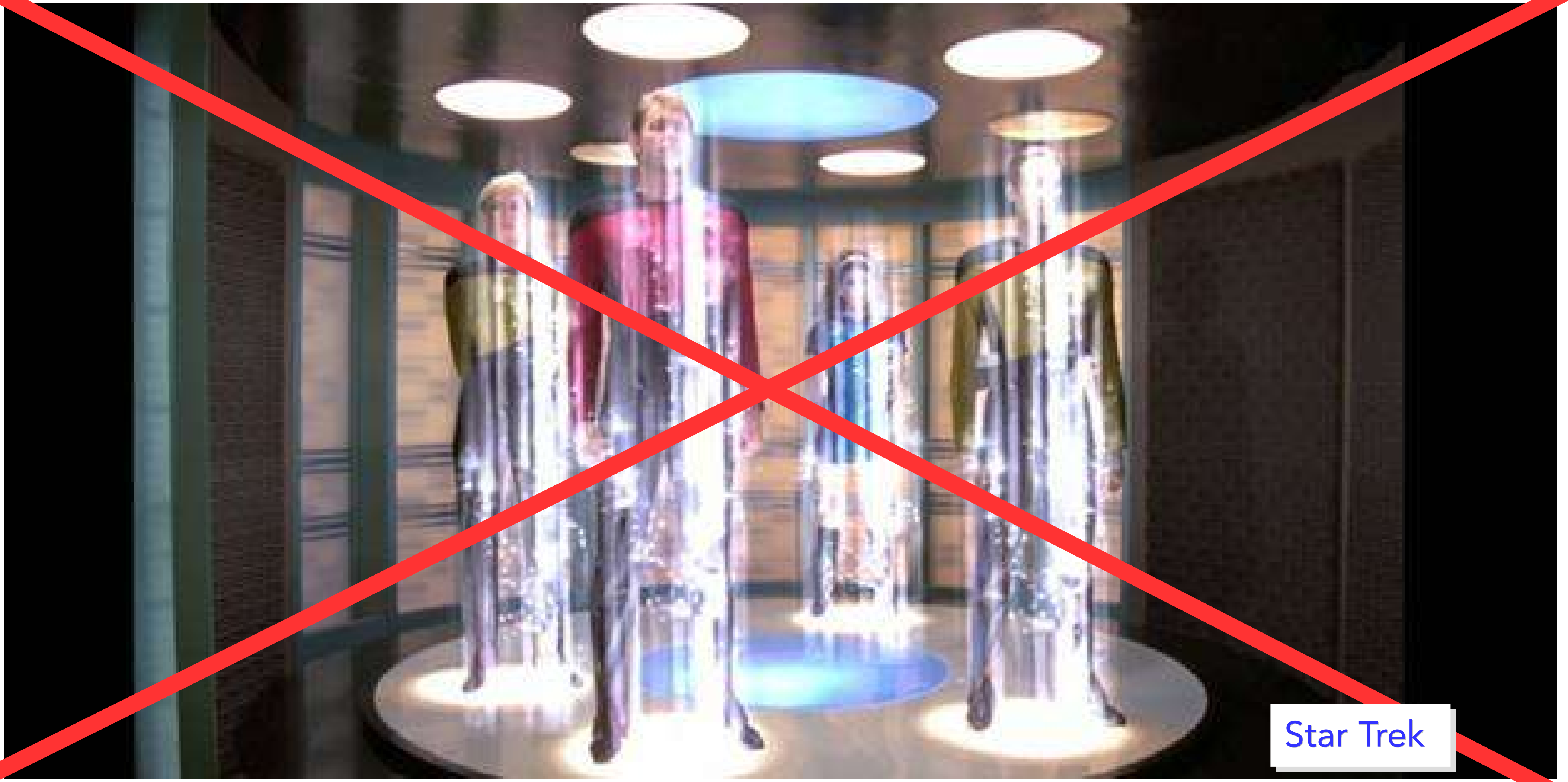
La Fiction comme prétexte...

Enquêtons ensemble sur la Physique !

Pas de «Physique-Fiction »...

Voyage dans le temps : trop compliqué !

Pas de «Physique-Fiction »...

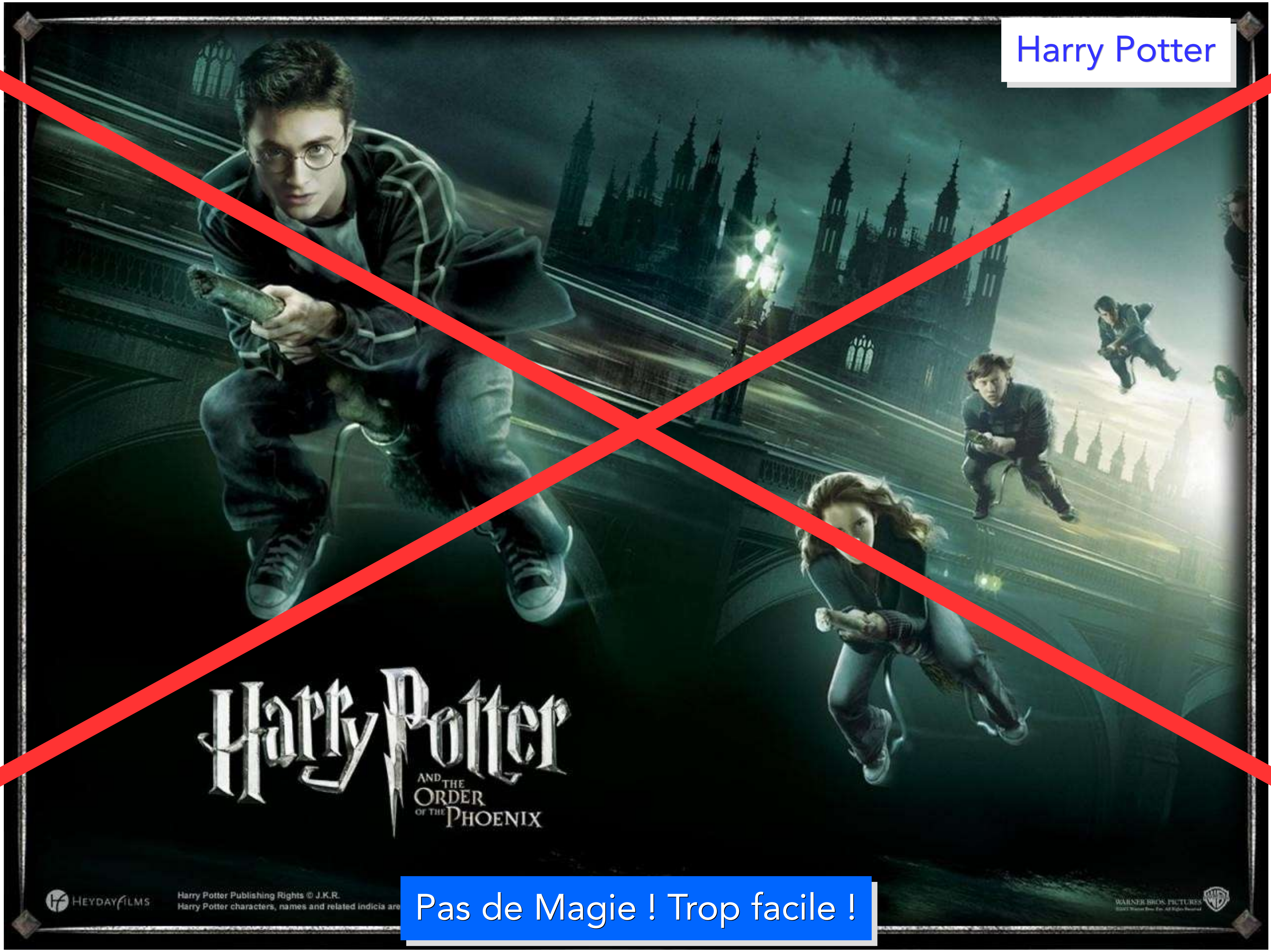


Téléportation : trop compliqué !

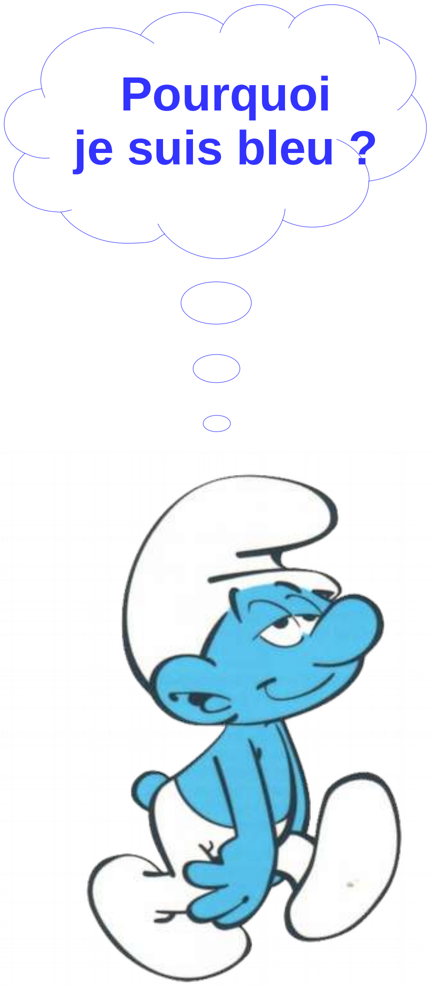
Pas de «Physique-Fiction »...

Hyperespace : trop compliqué !

Pas de «Physique-Fiction »...



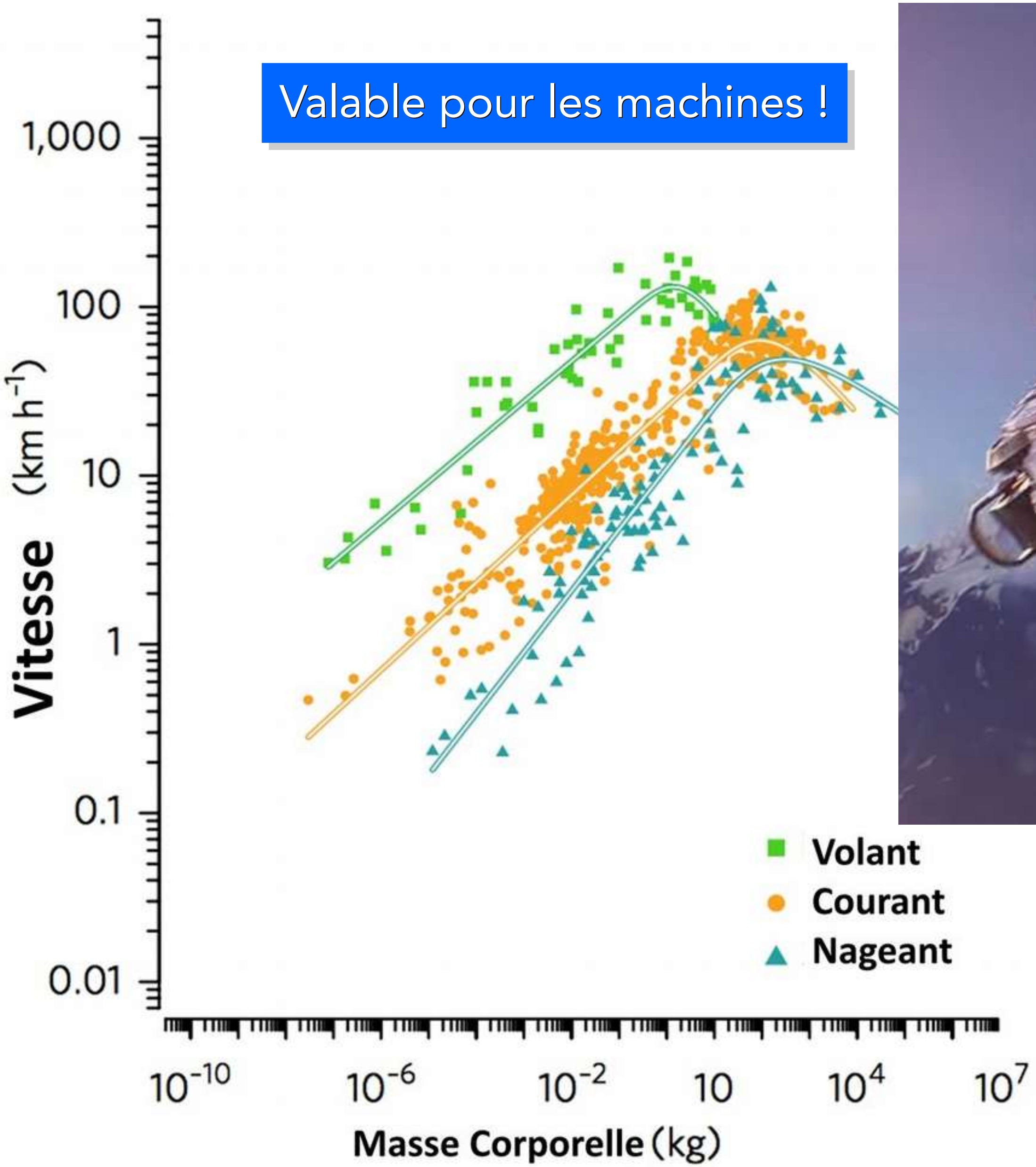
Cours 2 : Lois d'échelle dans la Fiction



Des Schtroumpfs…

…à Pantagruel ou Gargantua (Rabelais)

Cours 2 : Lois d'échelle dans la Fiction



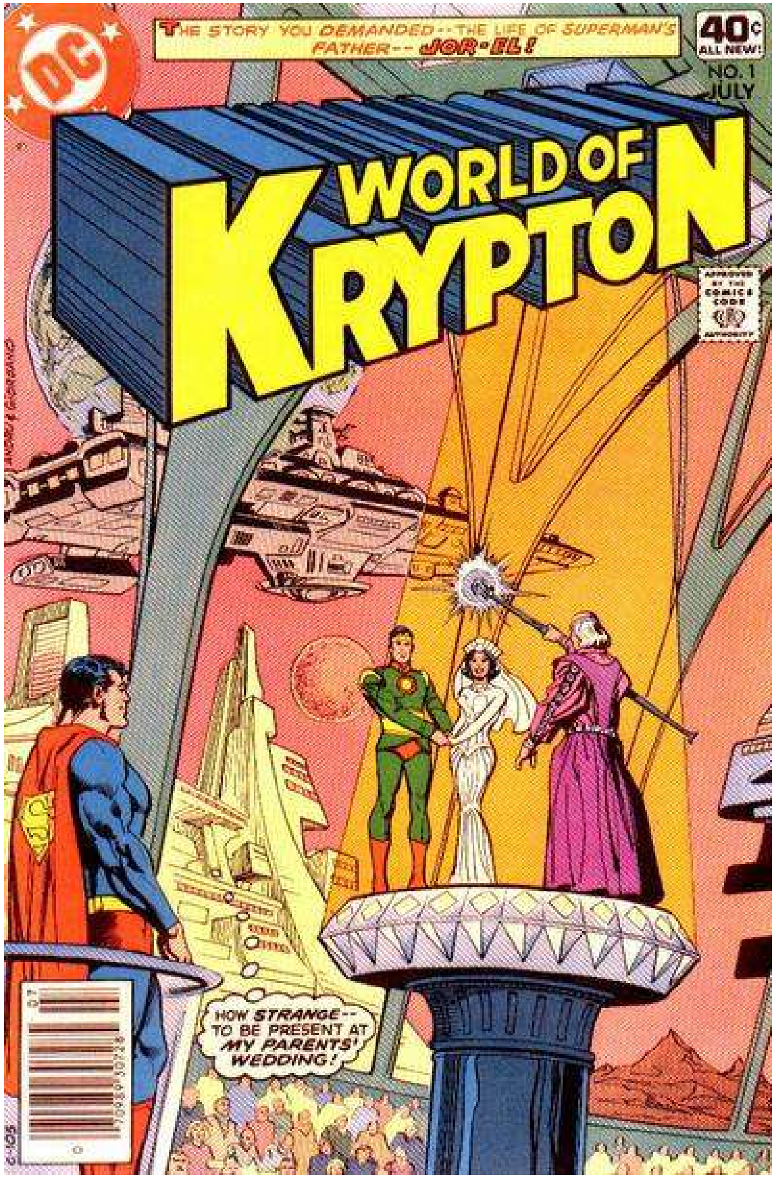
Pacific Rim (2013)

Cours 3 : Superman & ses pouvoirs

Que peut-on en déduire
sur ces origines ?

D'où viennent ses pouvoirs ?

Cours 3 : Superman & ses pouvoirs

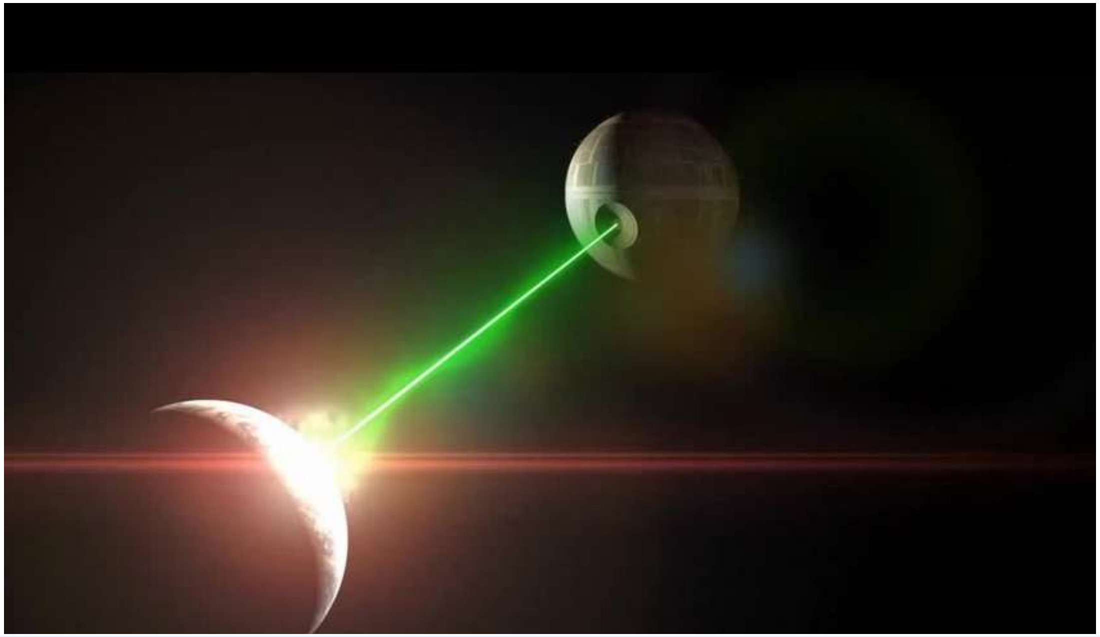


Quelles déductions sur Krypton ?

Cours 4 : Star Wars

Le sabre laser :
D'où vient cette énergie ?

L'Etoile de la Mort :
Comment marche-t-elle ?

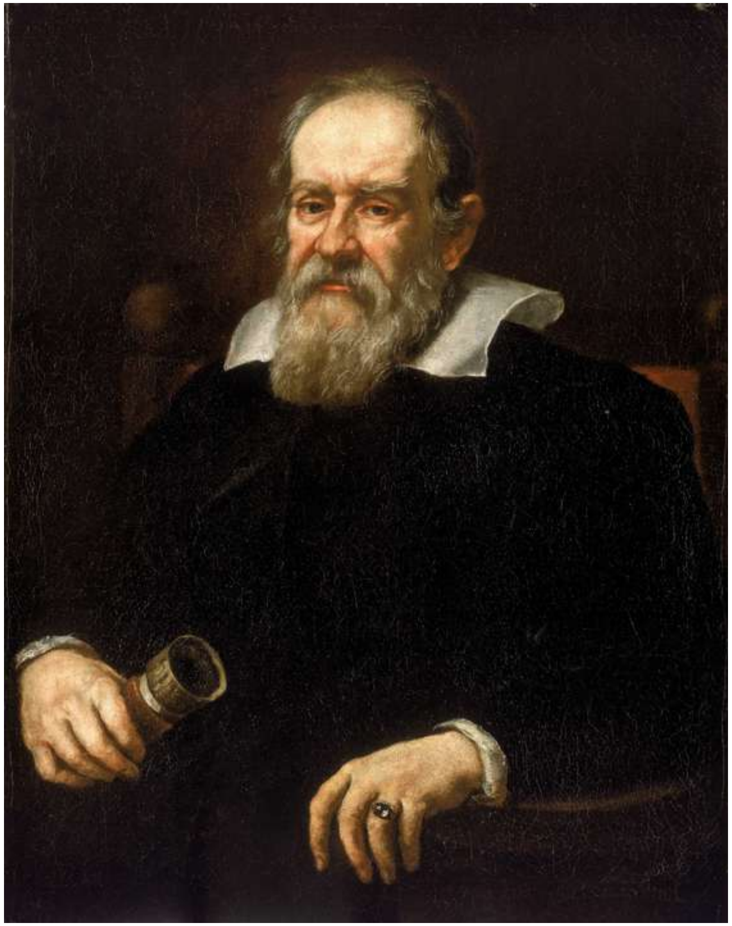


Cours 4 : Star Wars

Quelles informations sur les Planètes de Star Wars ?

Cours 5 : De Dante à Edgar Poe

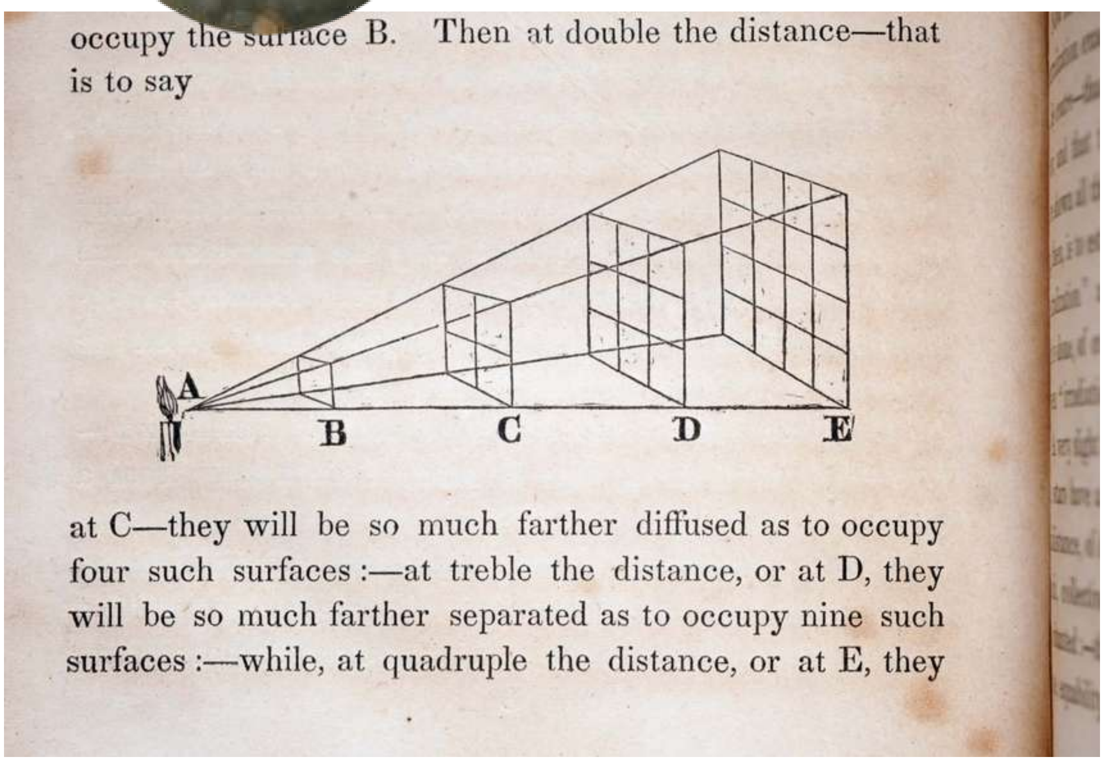
Dante Alighieri, L'Enfer (1307-1321)



Enquêtons sur l'Enfer…
comme Galilée (1588) !

Cours 5 : De Dante à Edgar Poe

Réfléchissons sur l'Univers…
…comme Edgar Poe



occupy the surface B. Then at double the distance—that is to say

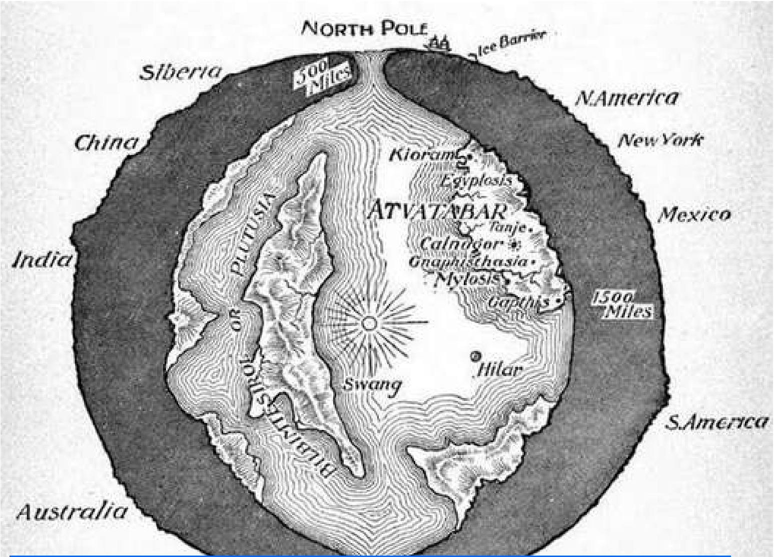
at C—they will be so much farther diffused as to occupy four such surfaces:—at treble the distance, or at D, they will be so much farther separated as to occupy nine such surfaces:—while, at quadruple the distance, or at E, they

EURÊKA

C'EST avec une humilité non affectée, — c'est même avec un sentiment d'effroi, — que j'écris la phrase d'ouverture de cet ouvrage; car de tous les sujets imaginables, celui que j'offre au lecteur est le plus solennel, le plus vaste, le plus difficile, le plus auguste.

Edgar Allan Poe, Eurêka (1848)

Cours 5 : De Dante à Edgar Poe



Enquêtons sur la Terre Creuse…

Jules Verne

Enquêtons sur la Terre Plate…
Terry Pratchet (1983)

But du cours

Fournir une boîte à outils...

...pour réfléchir ensuite
sur la physique dans la fiction...

1- Les Dimensions de la Physique

Du pendule du Professeur Tournesol à l'orbite de Tatooine

1 – Voyages dans les dimensions de Longueur, Masses, Temps...

2 – Dimensions, Unités et Constantes Fondamentales

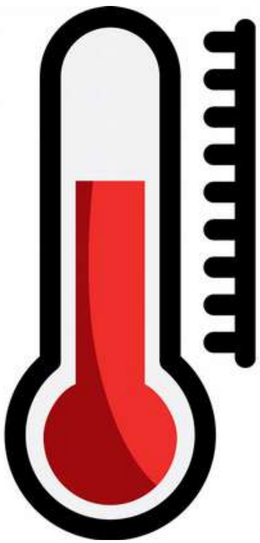
3 – Des dimensions à l'Analyse Dimensionnelle

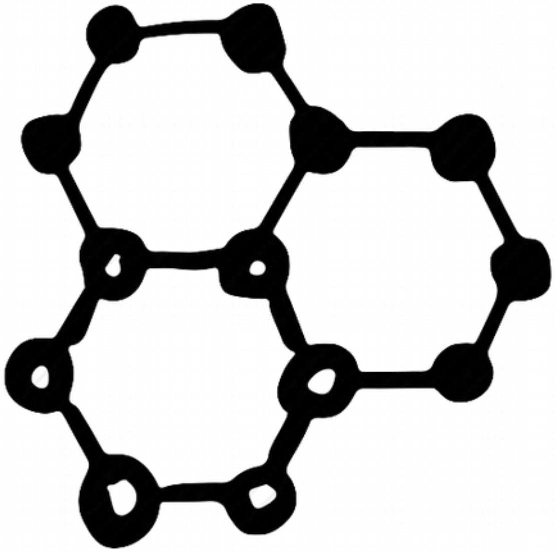
I. Voyage dans les dimensions de la Physique

Distances

Temps

Masses





Températures

Quantité de matière

Intensité lumineuse

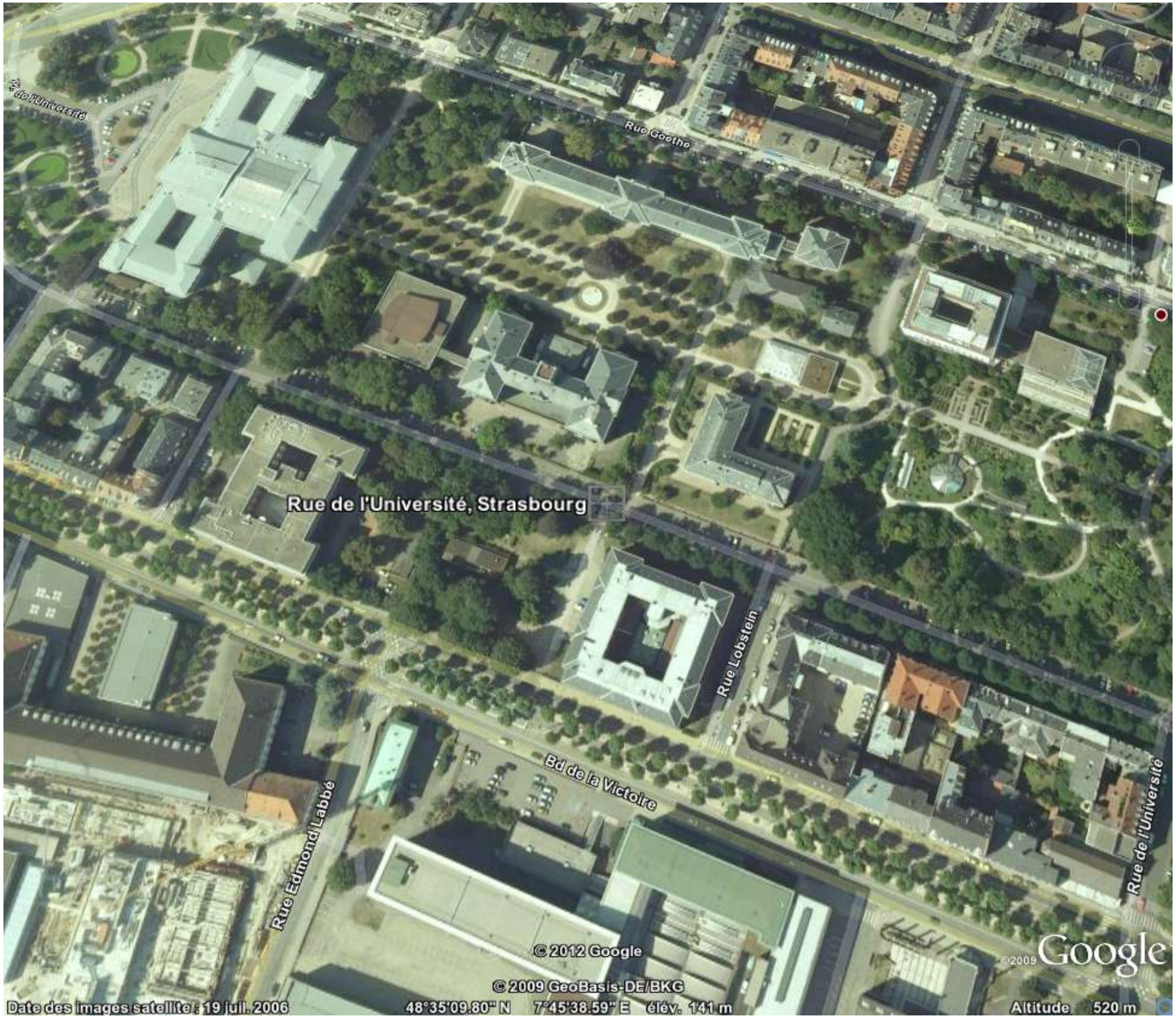
Voyage dans l'espace...

Distances

Voyage dans l'espace...

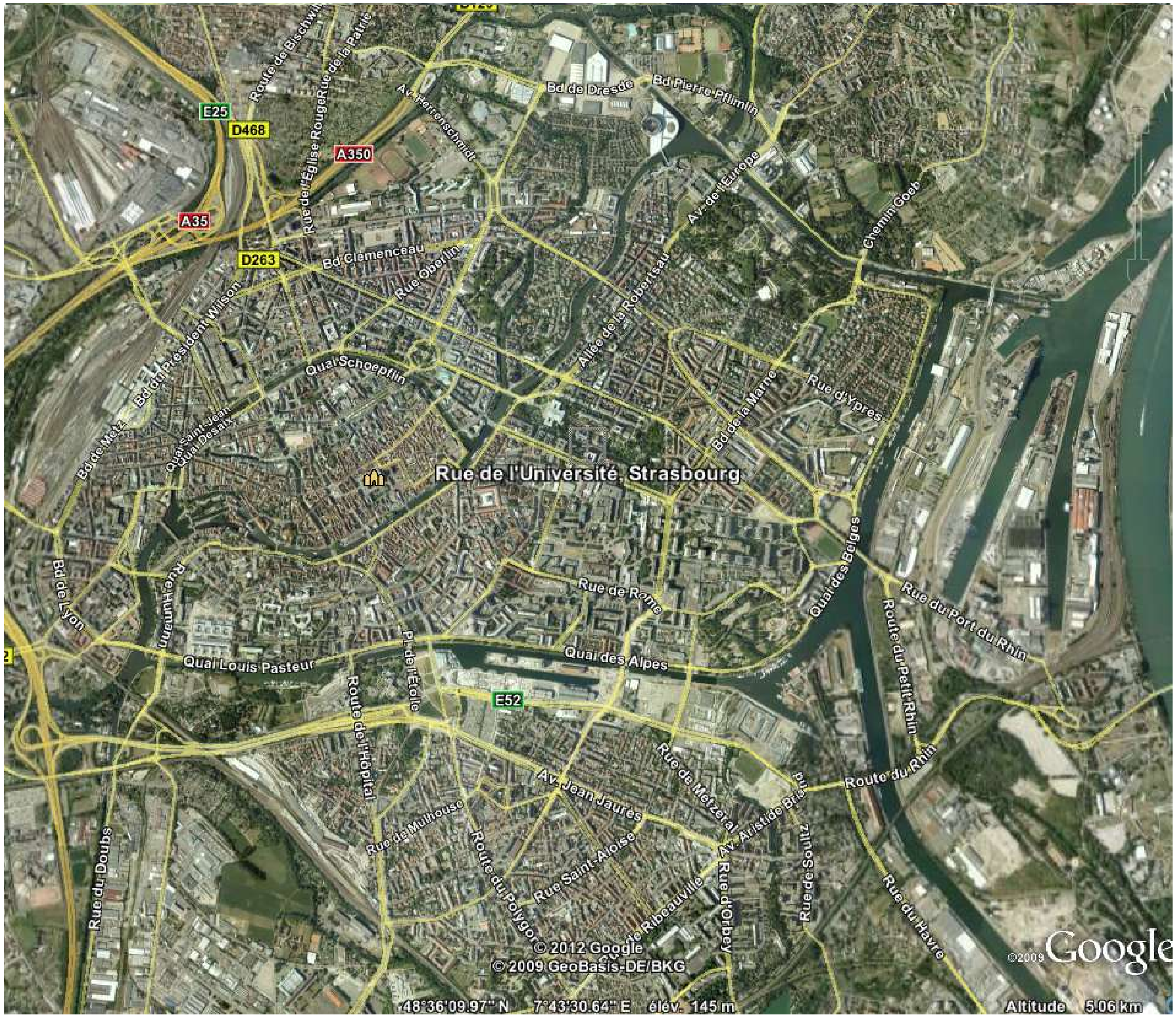
Voyage dans l'espace...

À 500 m



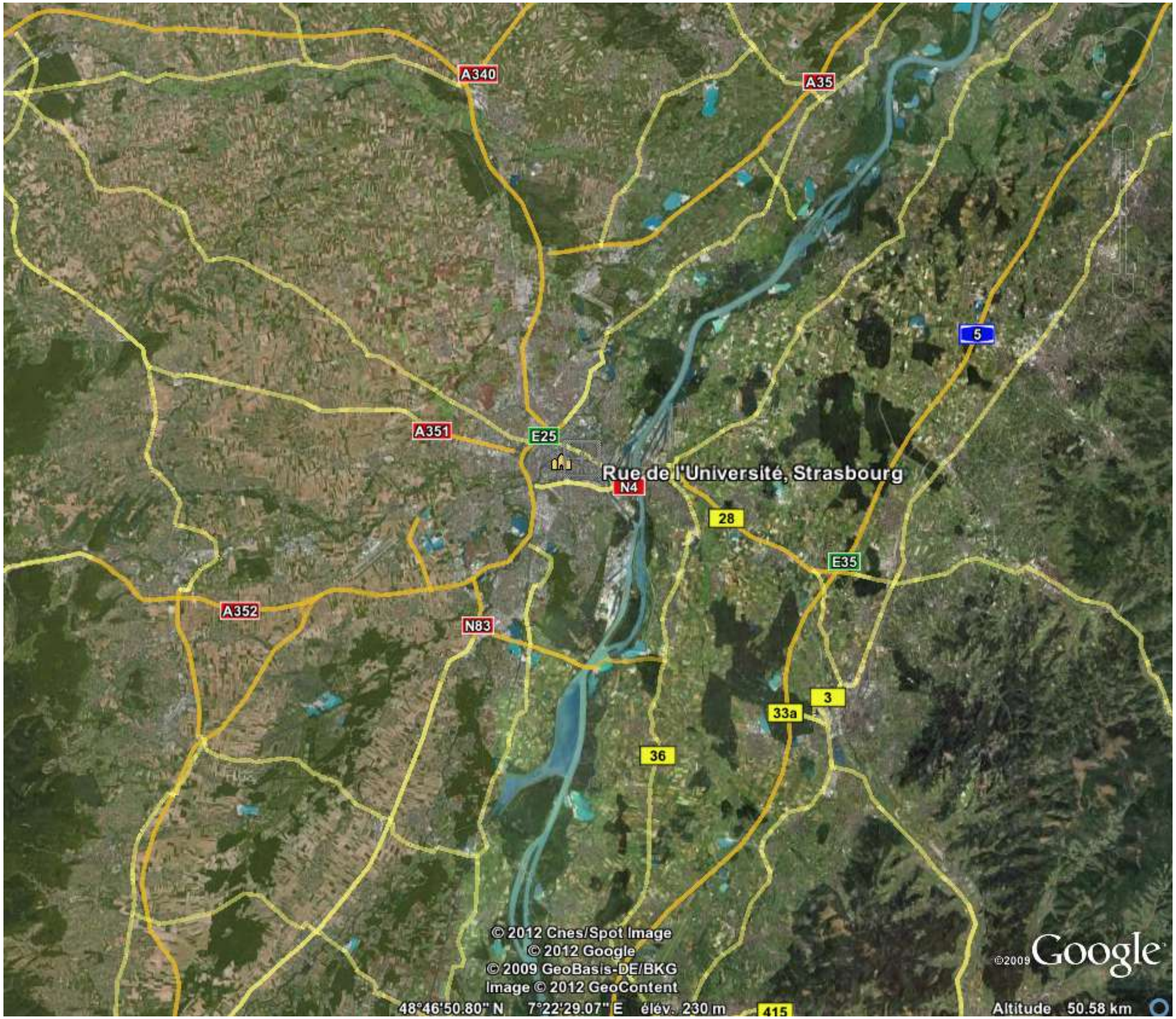
Voyage dans l'espace...

À 5 km
x 10



Voyage dans l'espace...

À 50 km
x 100



Voyage dans l'espace...

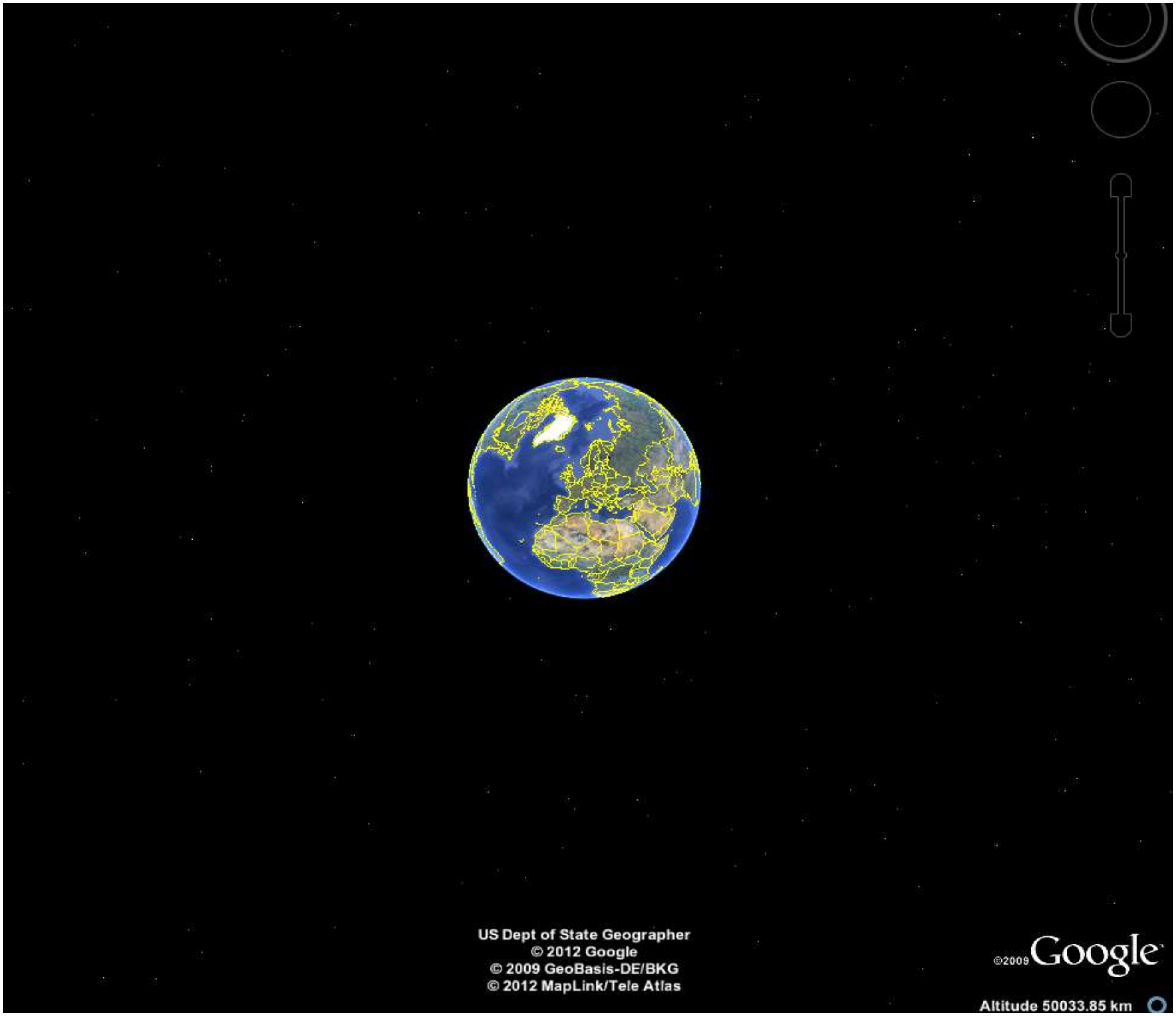
À 500 km
x 1000

Voyage dans l'espace...

À 5000 km
x 10^4

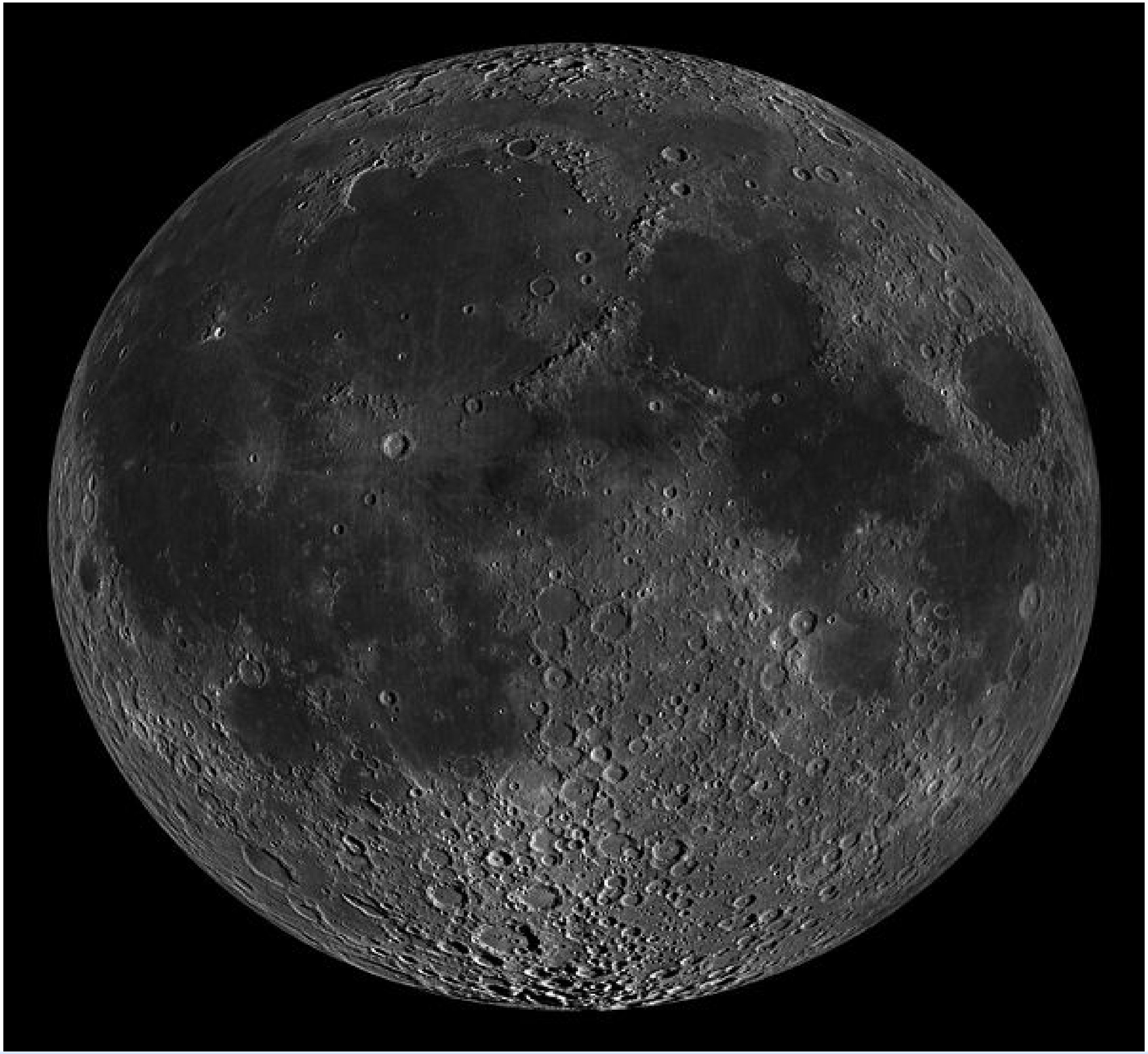
Voyage dans l'espace...

À 50000 km
x 10^5

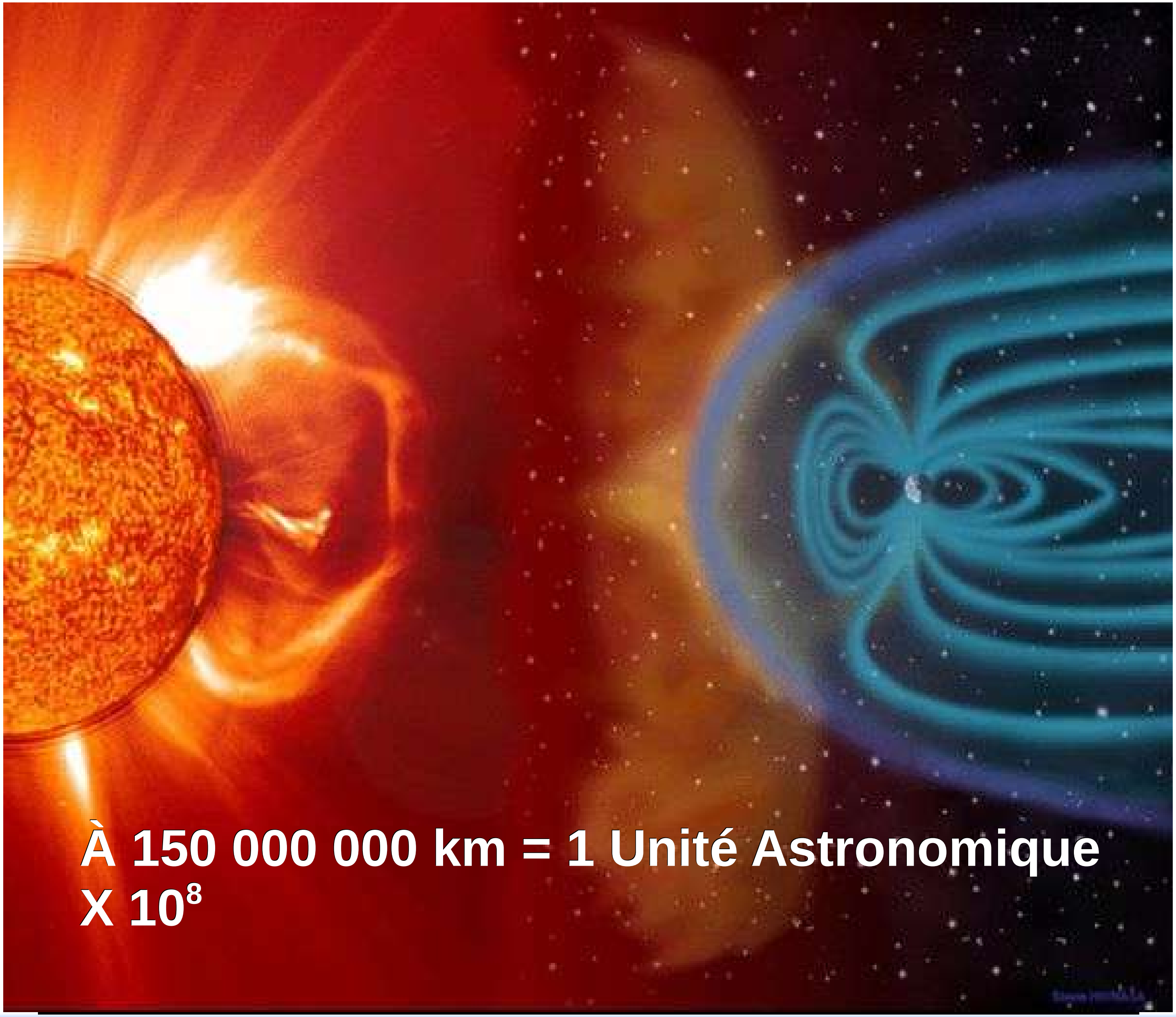


Voyage dans l'espace...

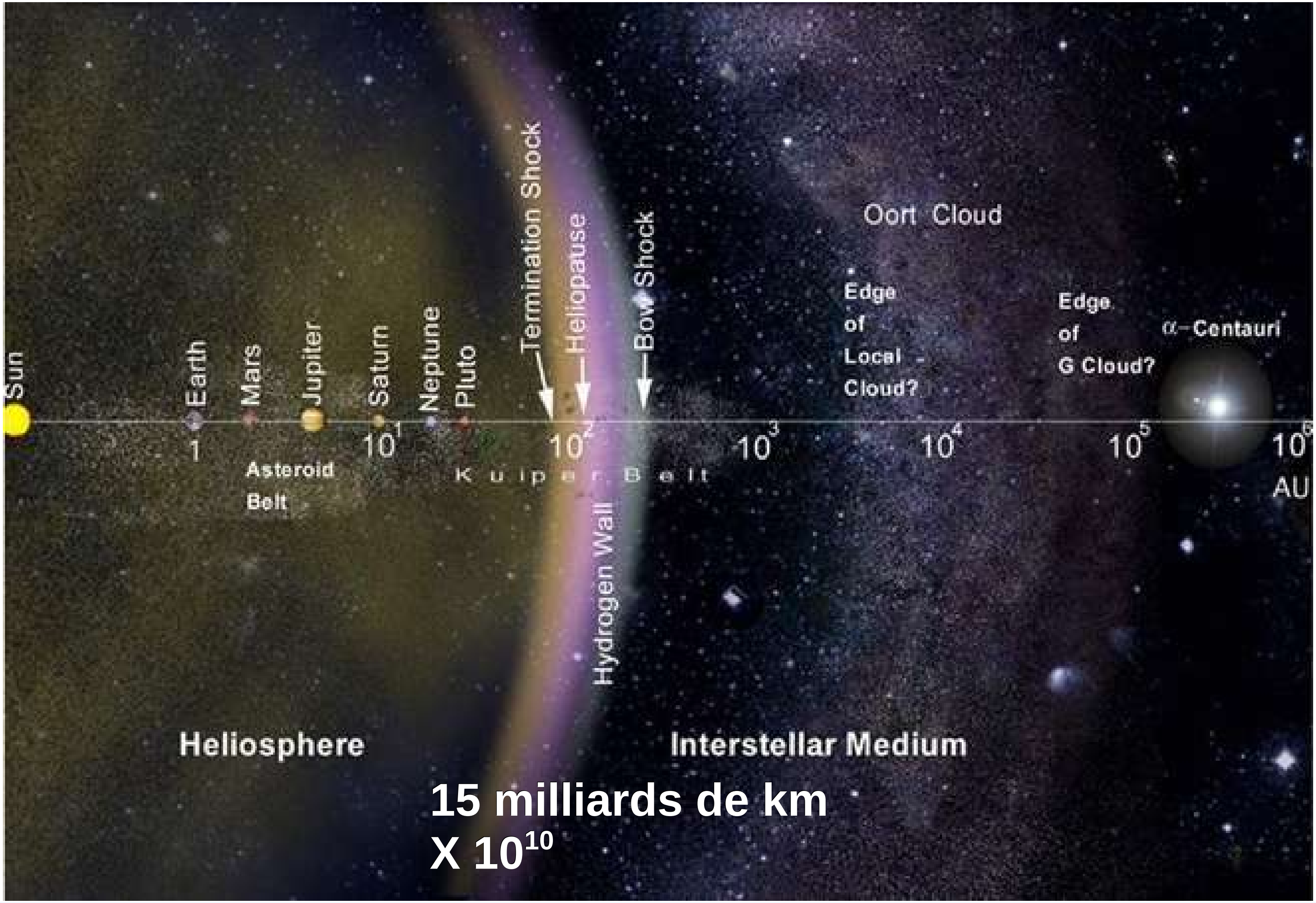
À 400000 km
x 10^6



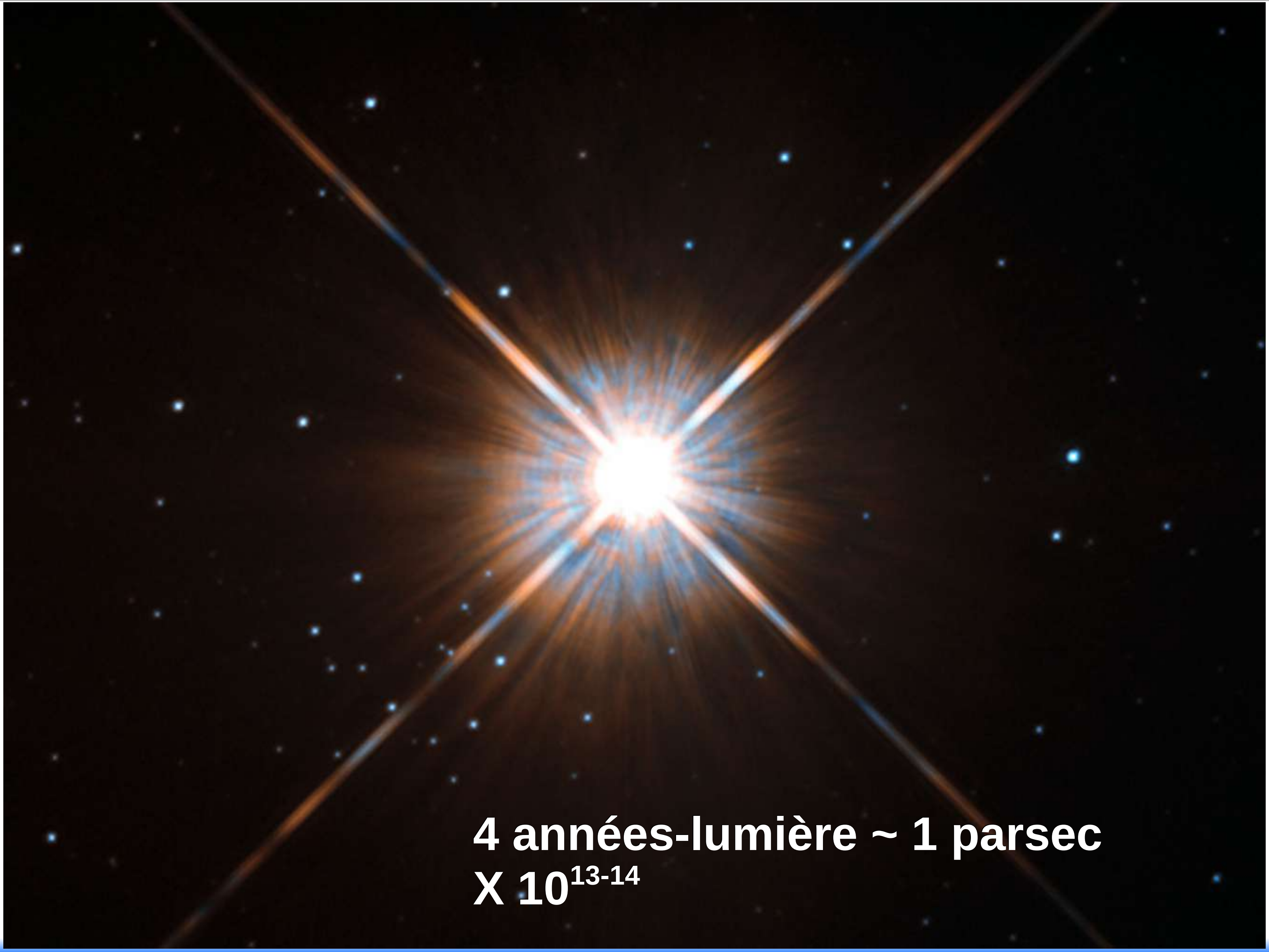
Voyage dans l'espace...



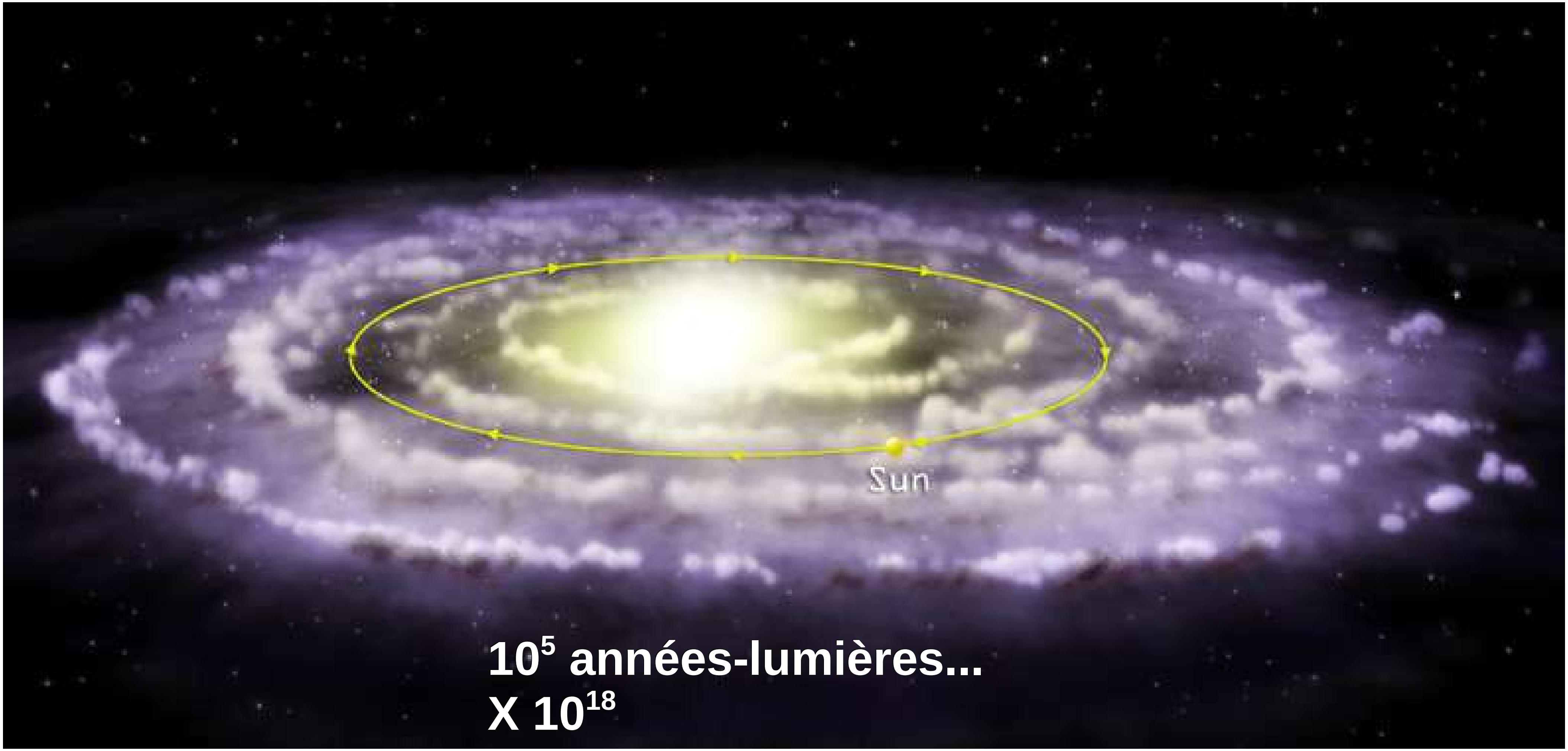
Voyage dans l'espace...



Voyage dans l'espace...

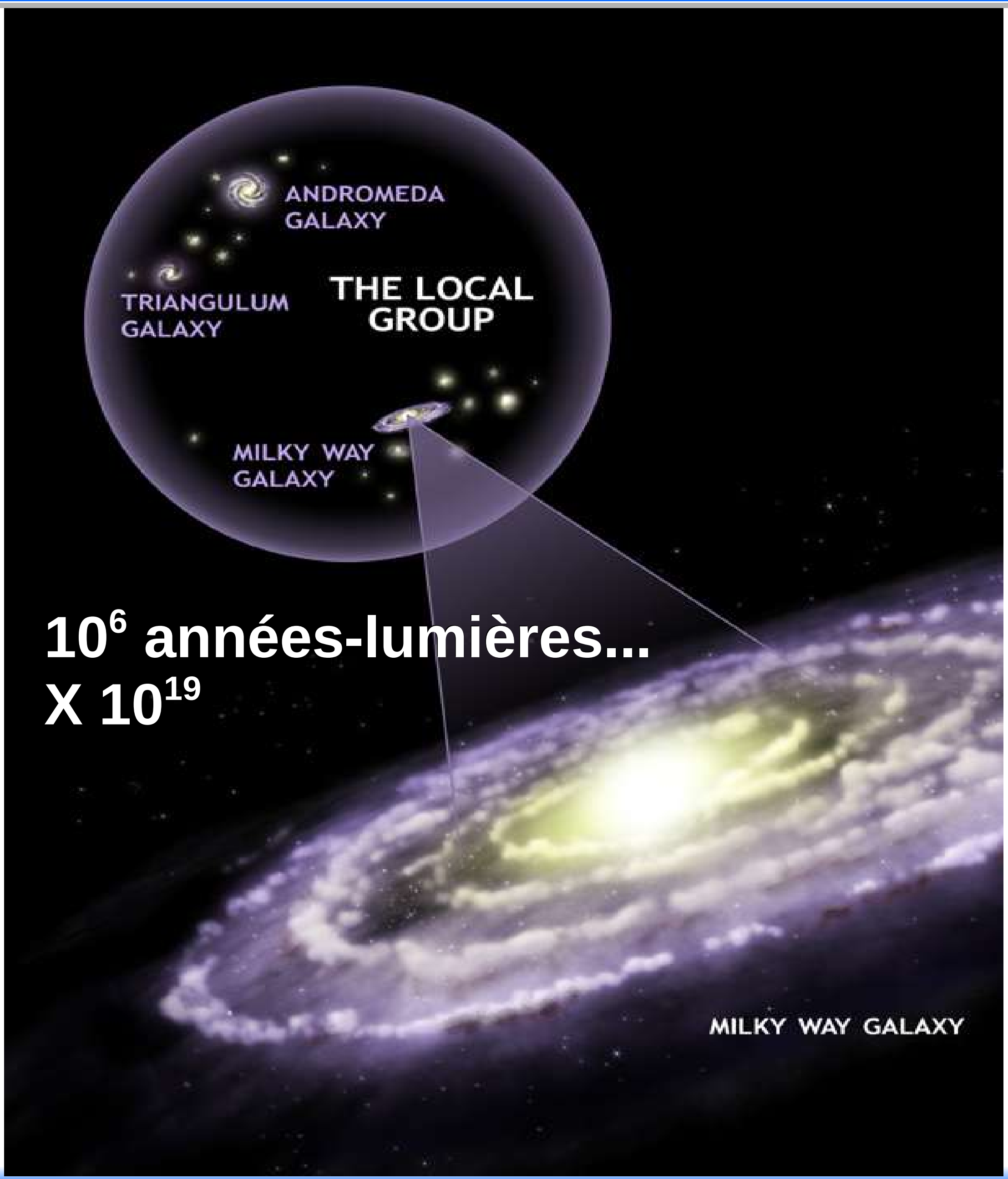


Voyage dans l'espace...



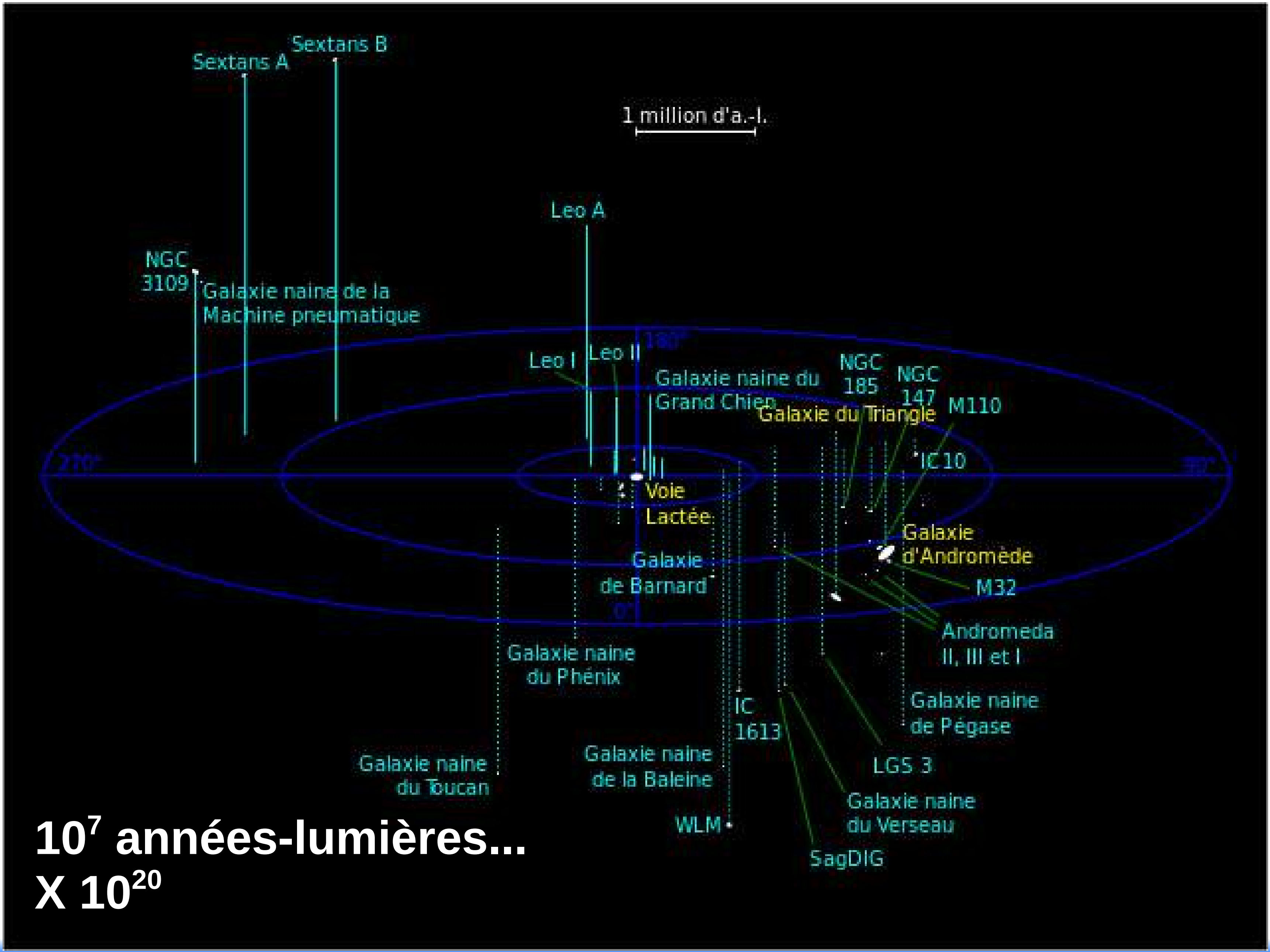
Voyage dans l'espace...

Voyage dans l'espace...

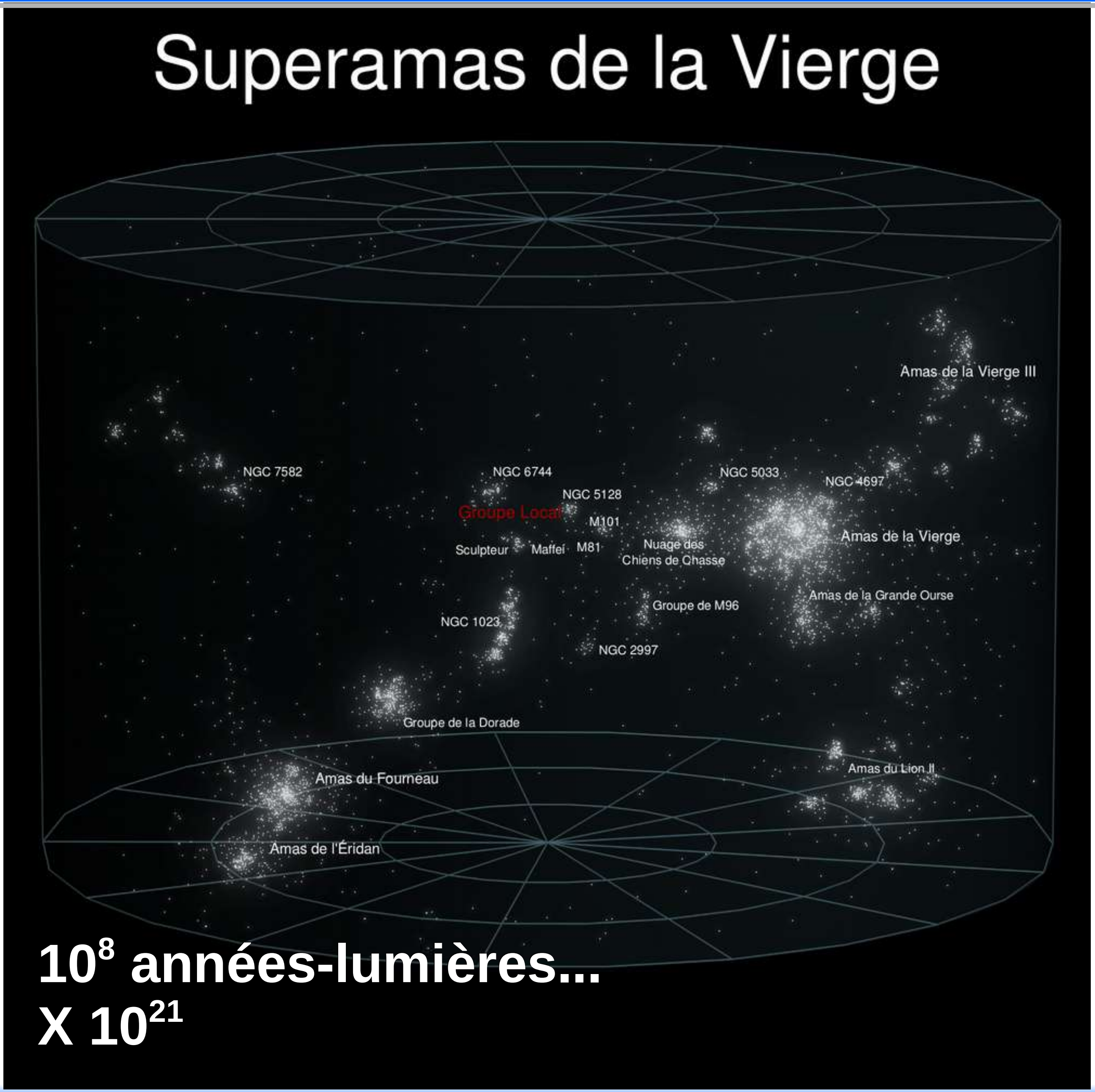


10^6 **années-lumières...**
X 10^{19}

Voyage dans l'espace...

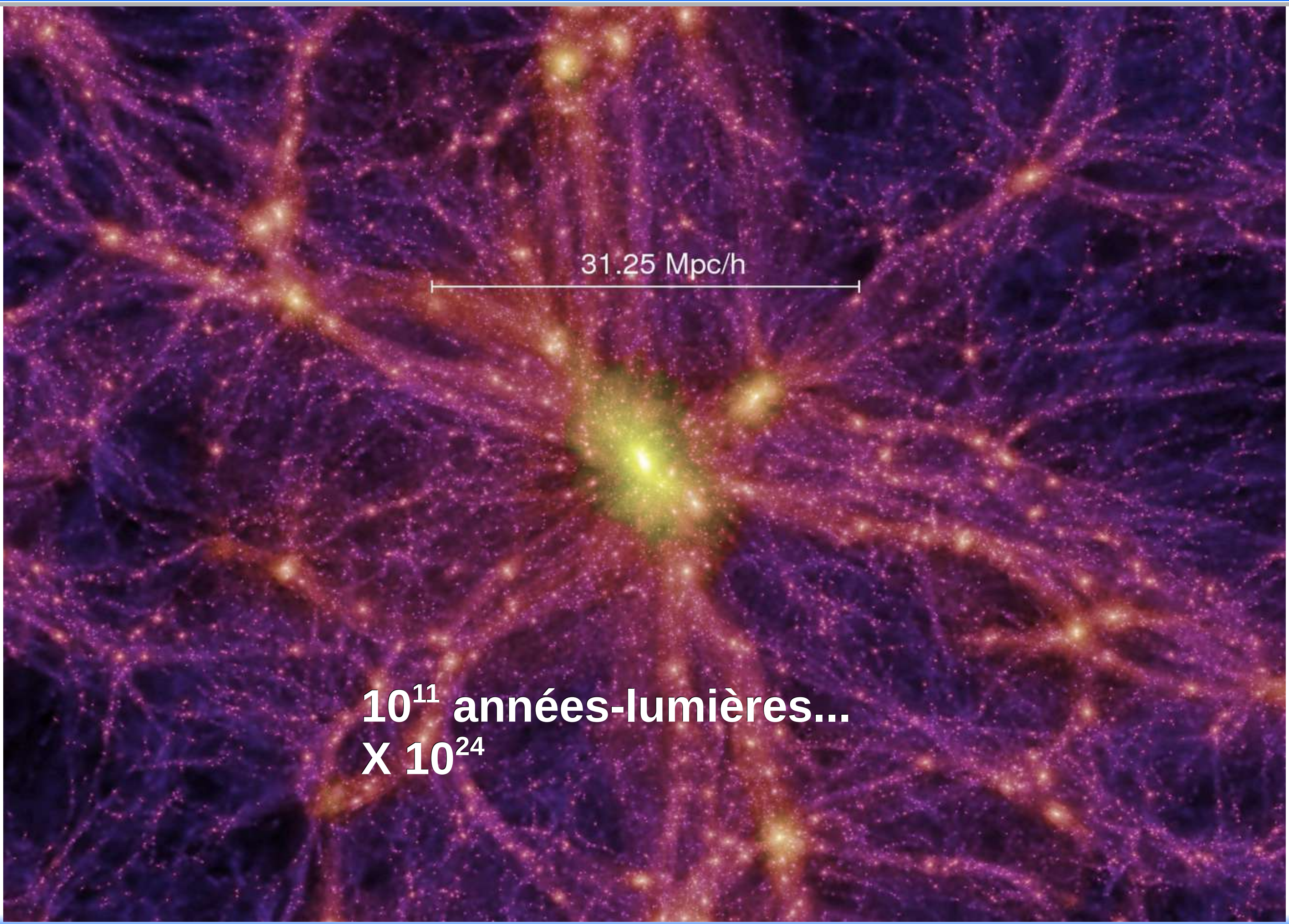


Voyage dans l'espace...



10^8 années-lumières...
X 10^{21}

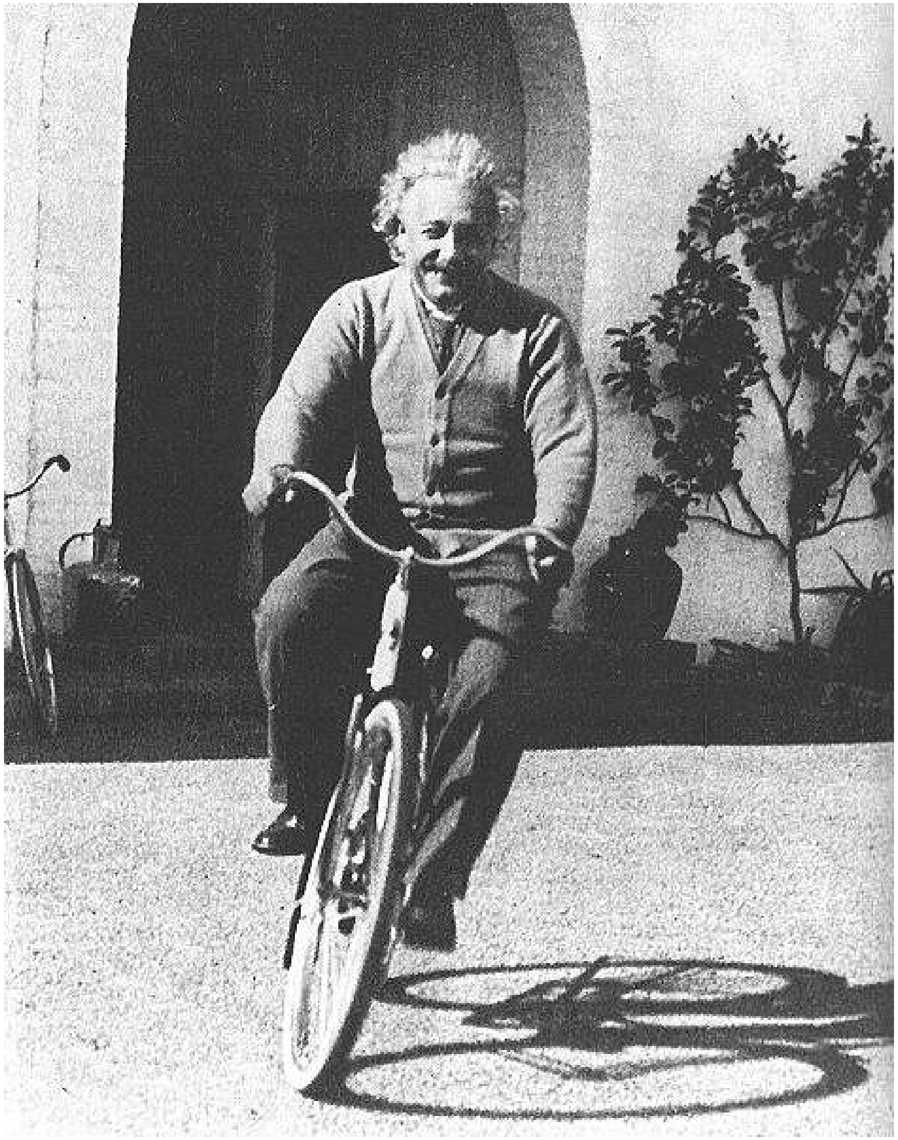
Voyage dans l'espace...



10^{11} années-lumières...
X 10^{24}

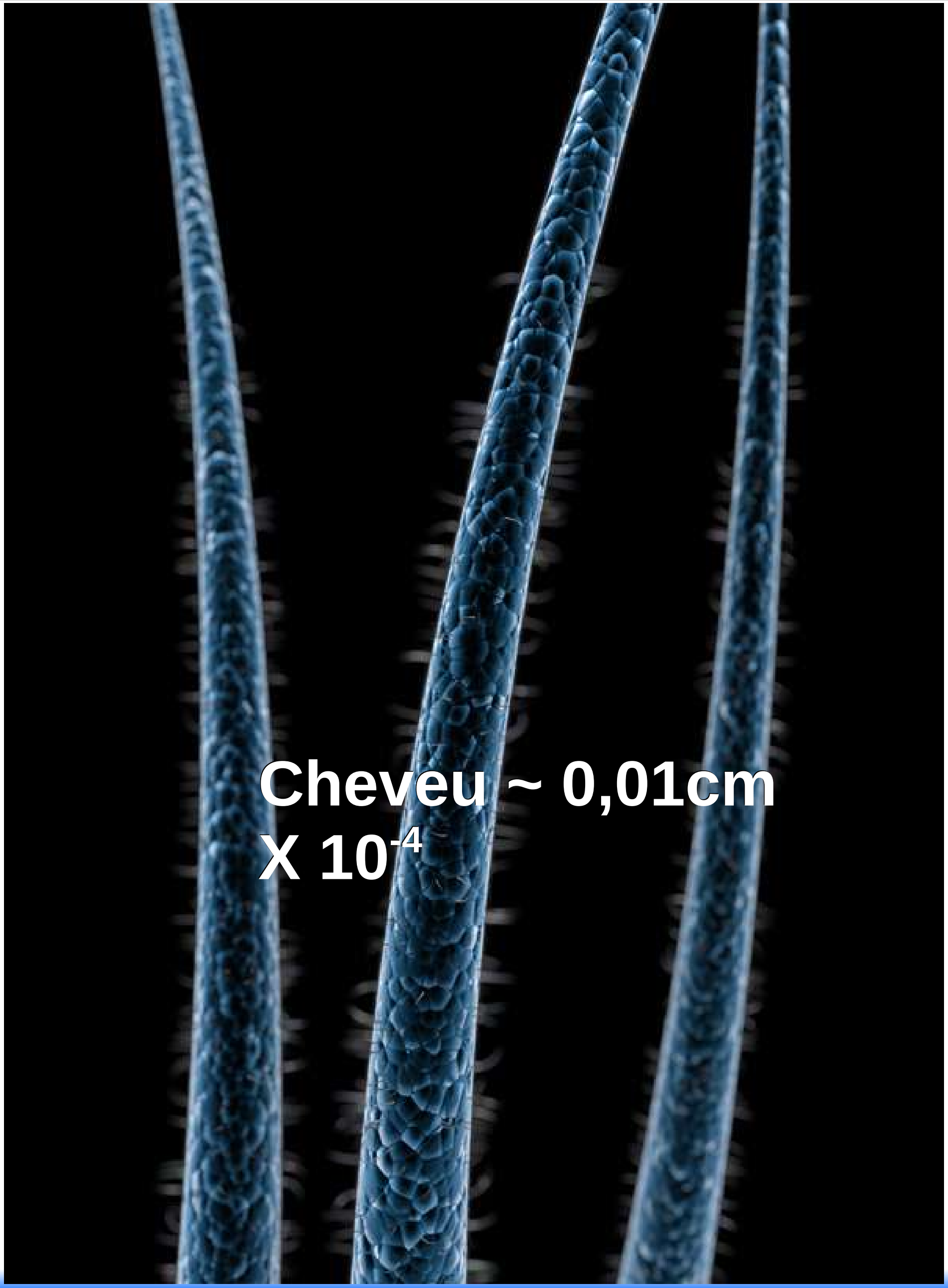
Voyage dans l'espace...

Voyage dans l'espace...

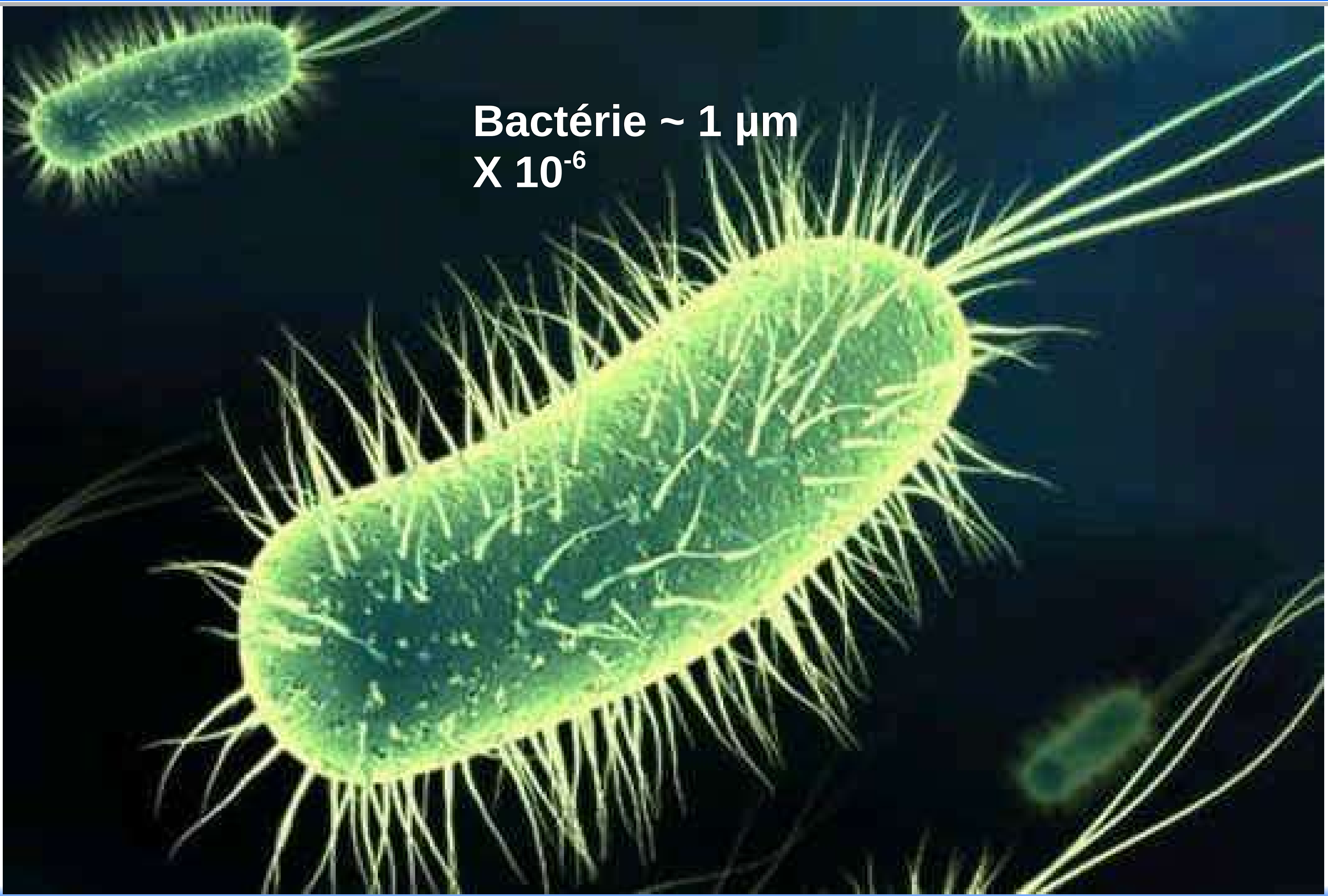


Un homme ~ 1m

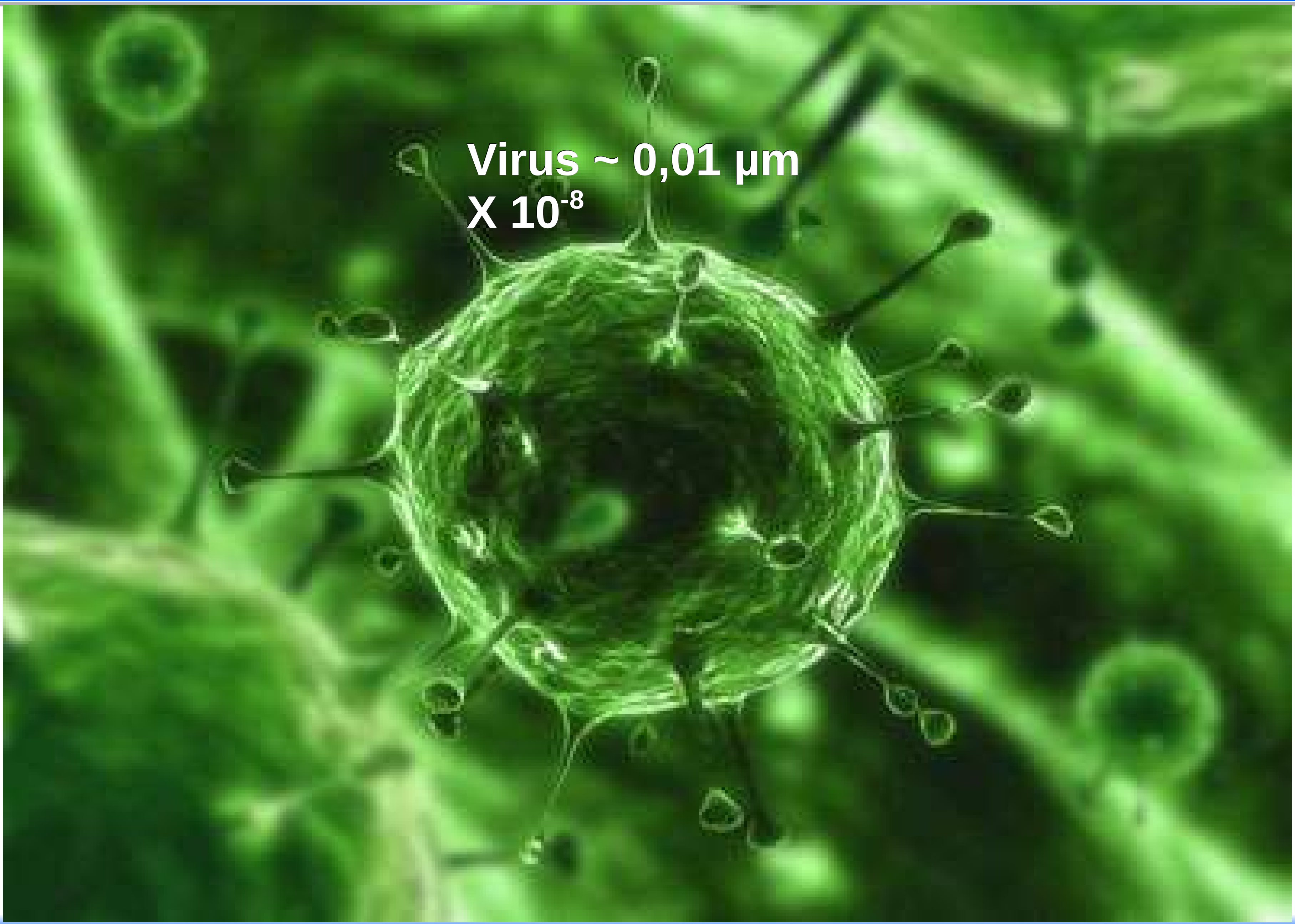
Voyage dans l'espace...



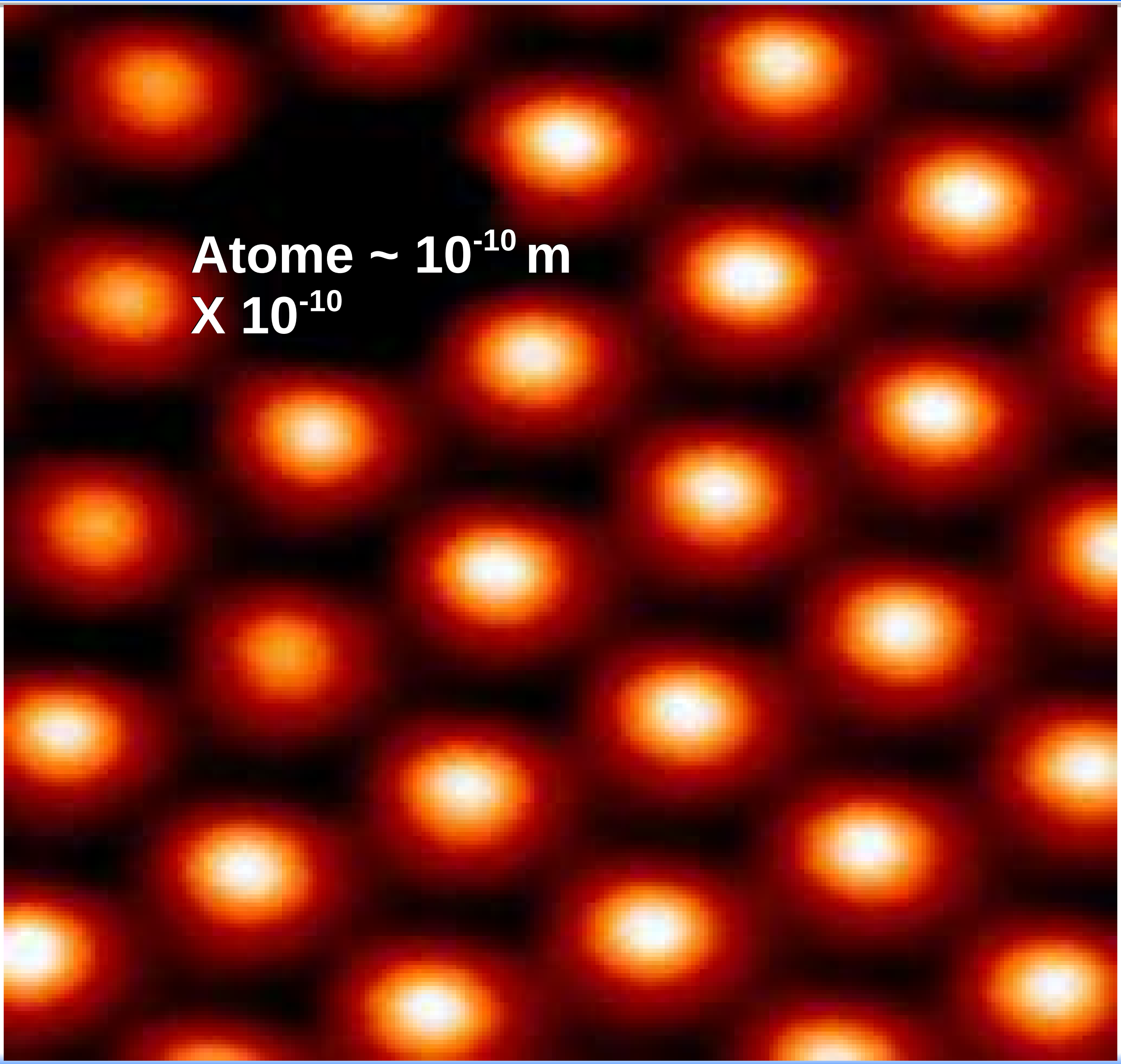
Voyage dans l'espace...



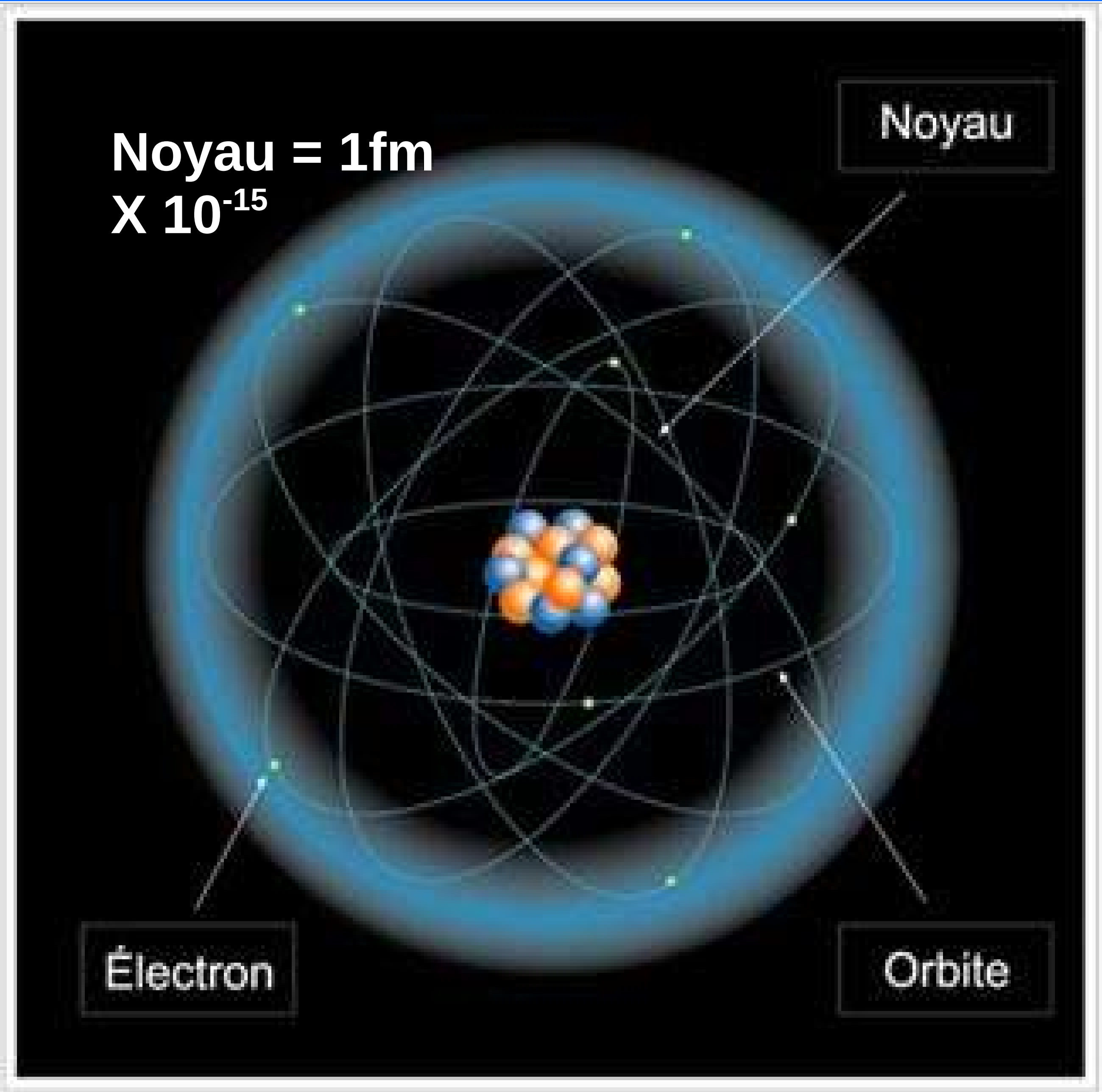
Voyage dans l'espace...



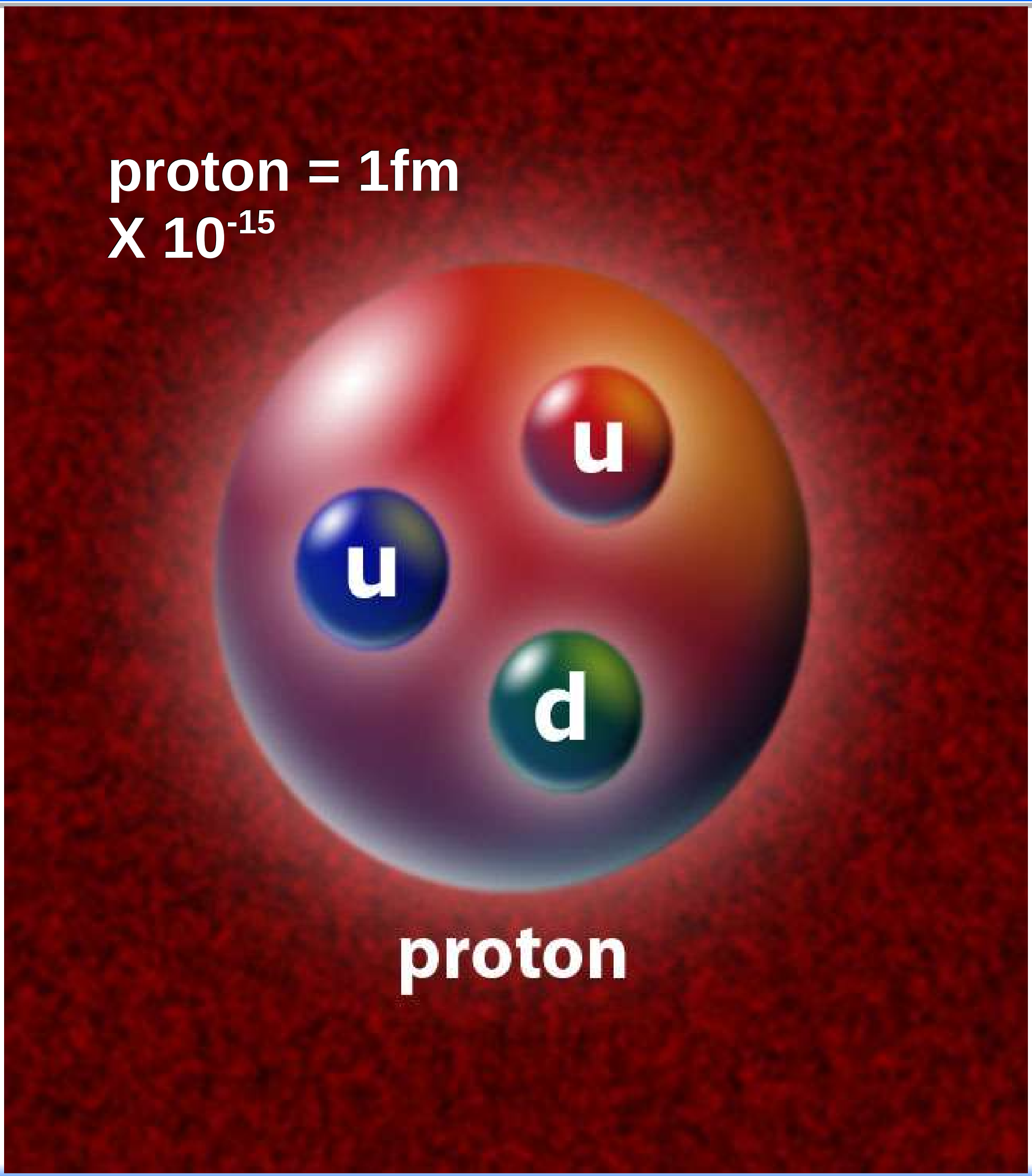
Voyage dans l'espace...



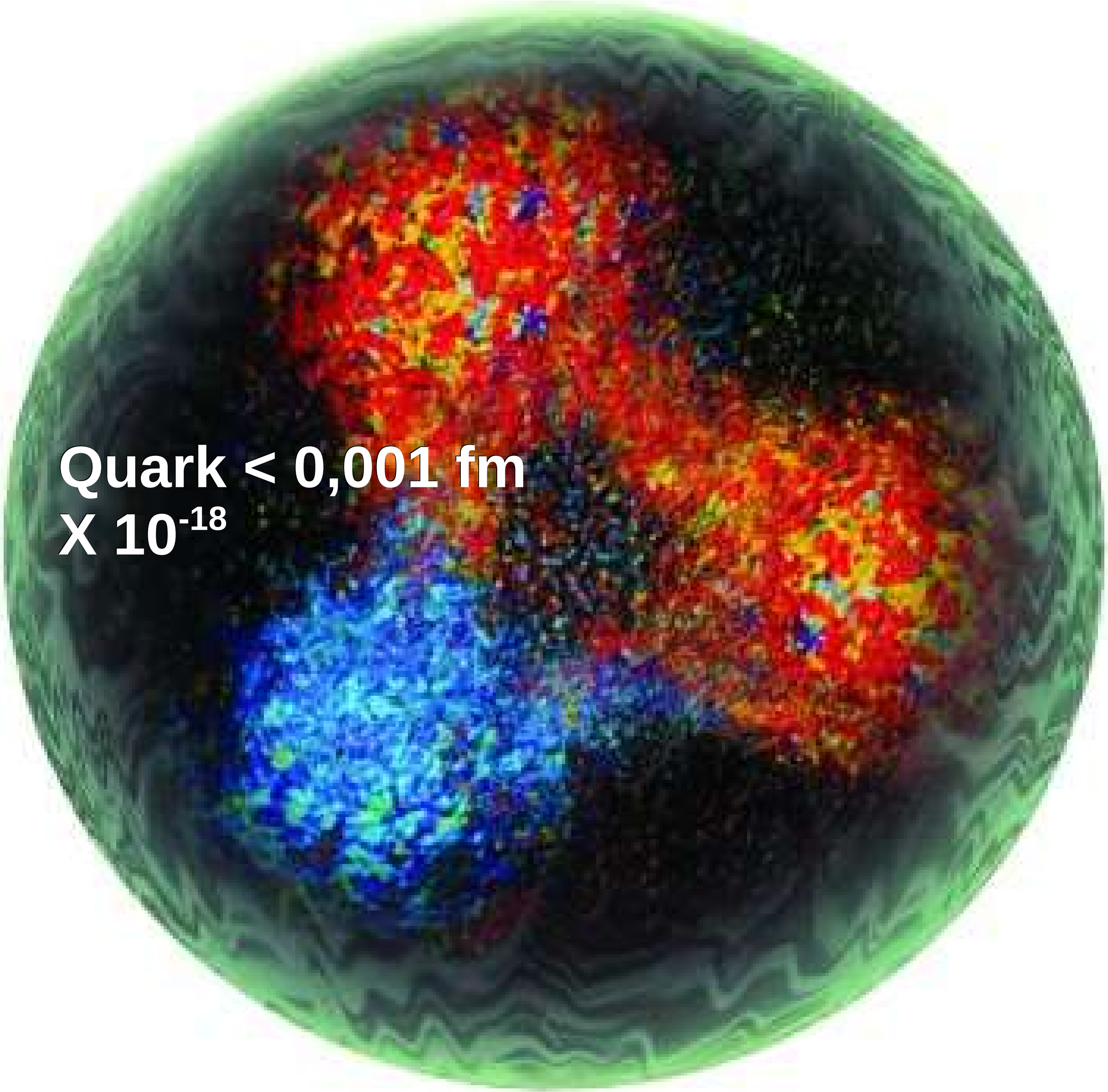
Voyage dans l'espace...



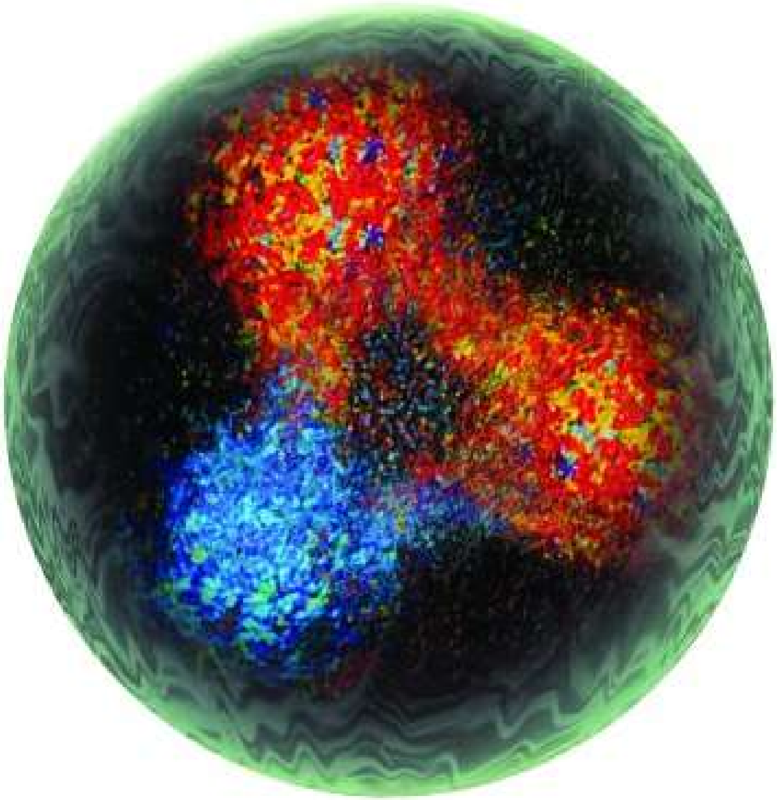
Voyage dans l'espace...

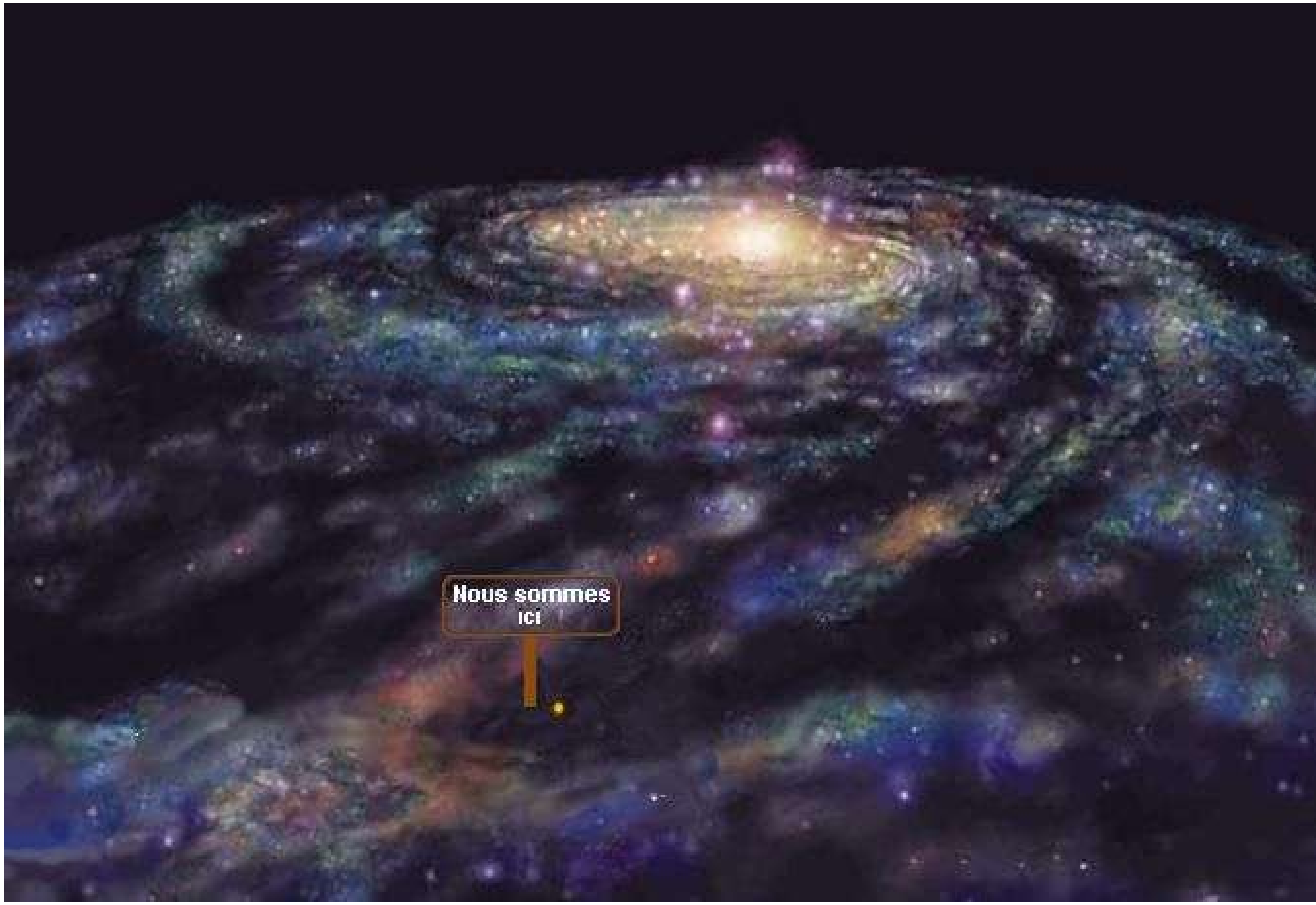


Voyage dans l'espace...



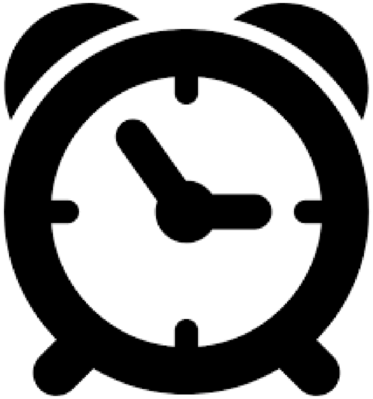
Voyage dans l'espace...





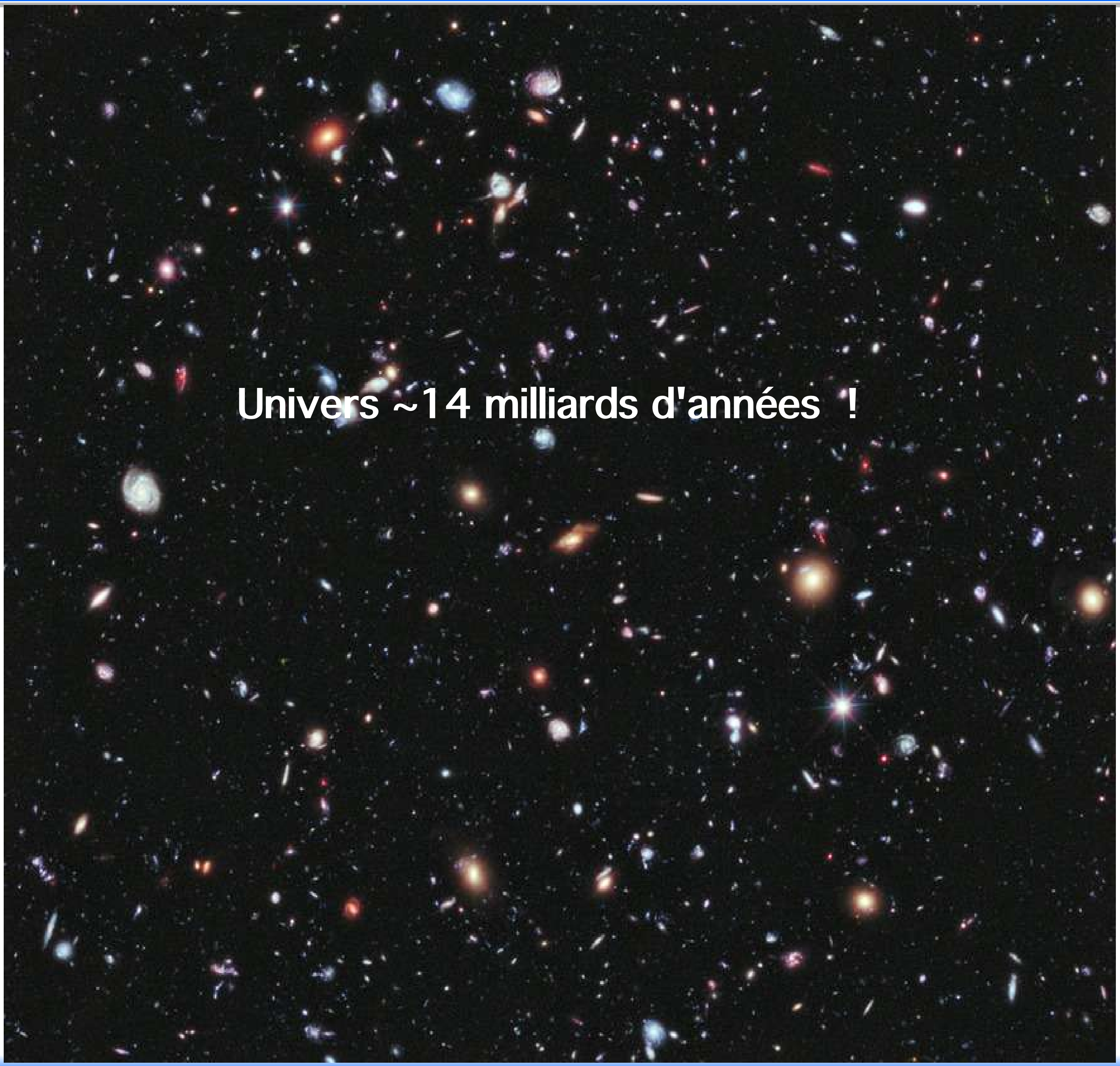
De l'Homme à la Galaxie = de l'Homme aux Quarks !
>36 ordres de grandeurs...

...dans le temps...



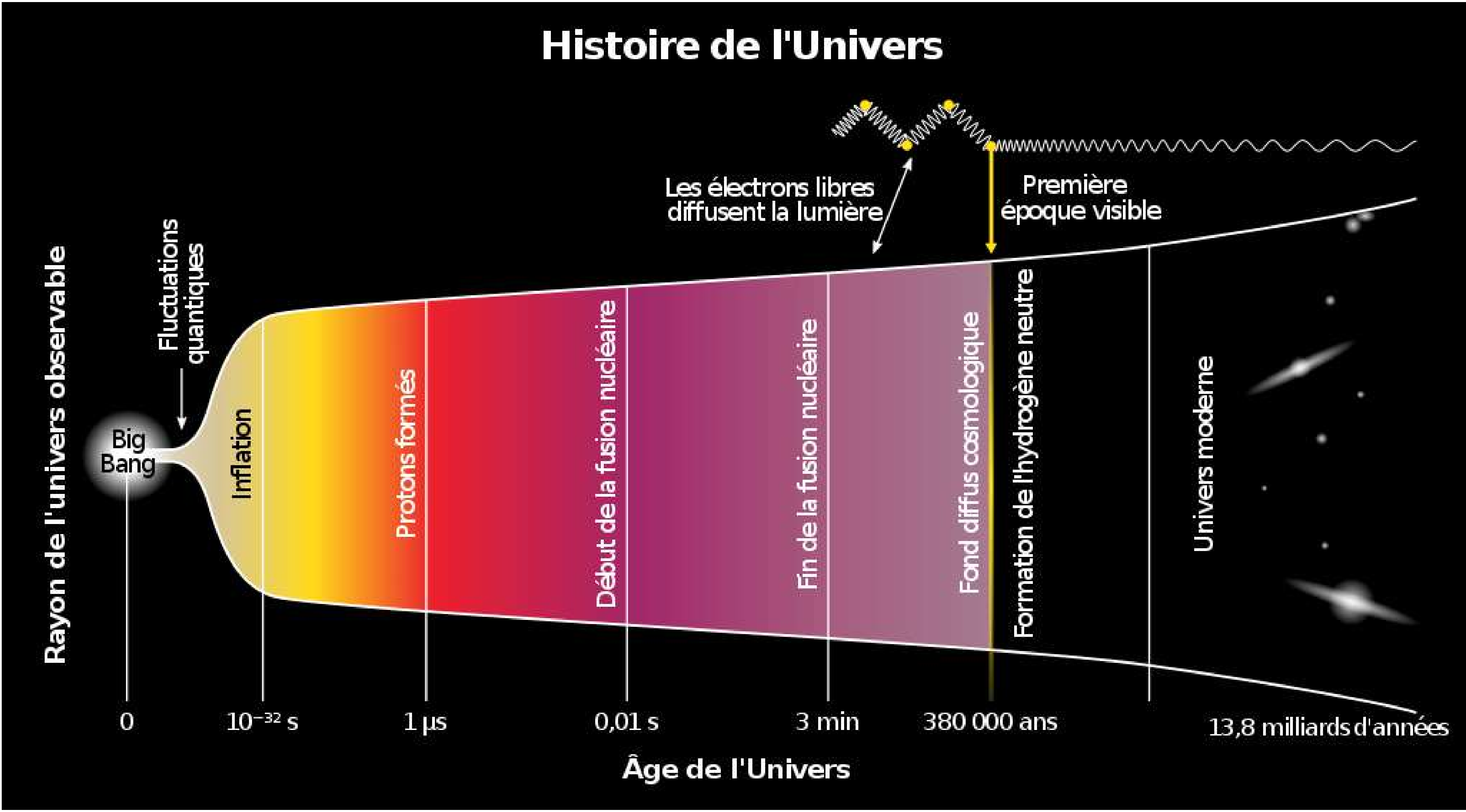
Temps

...dans le temps...

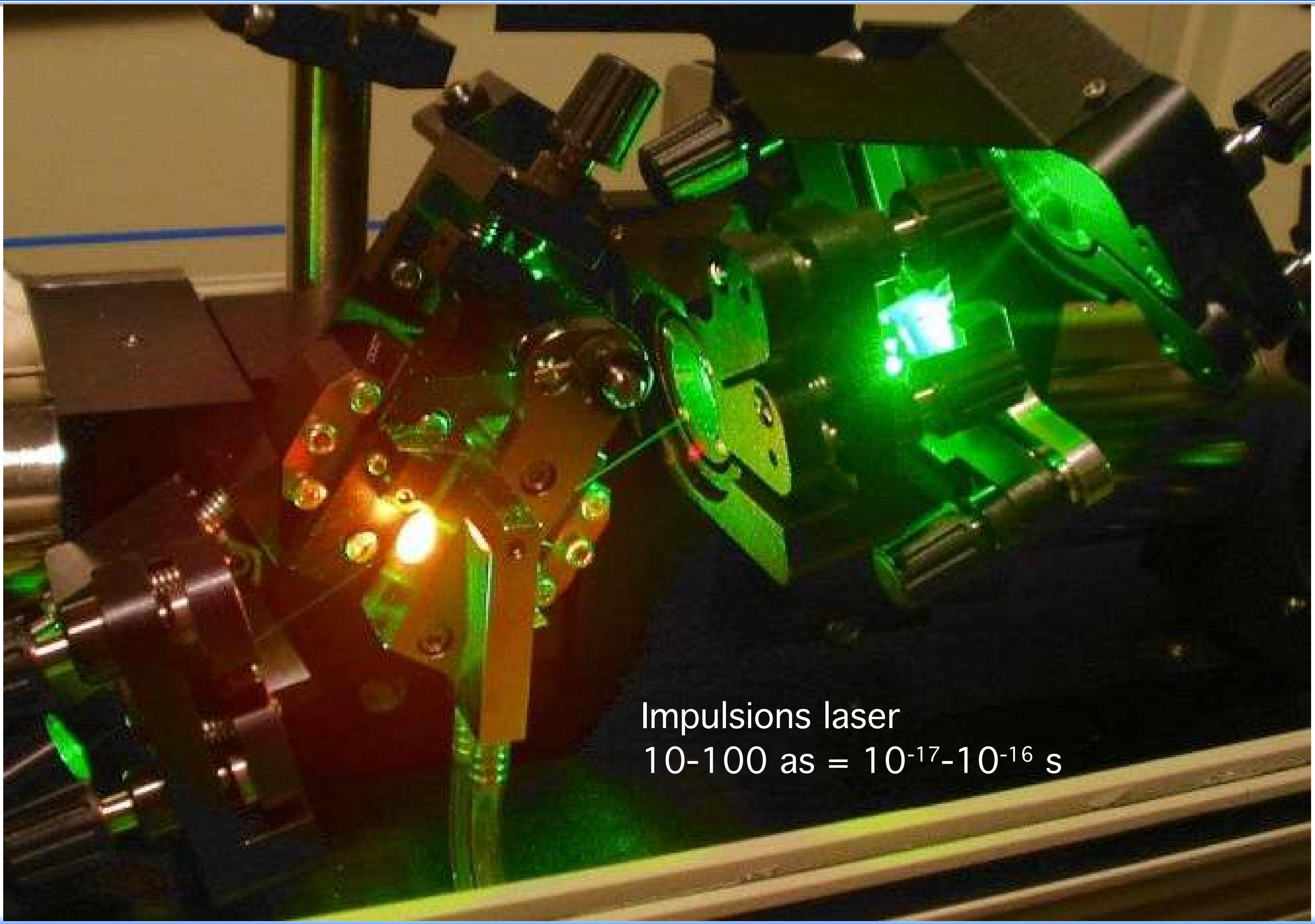


...dans le temps...

...dans le temps...

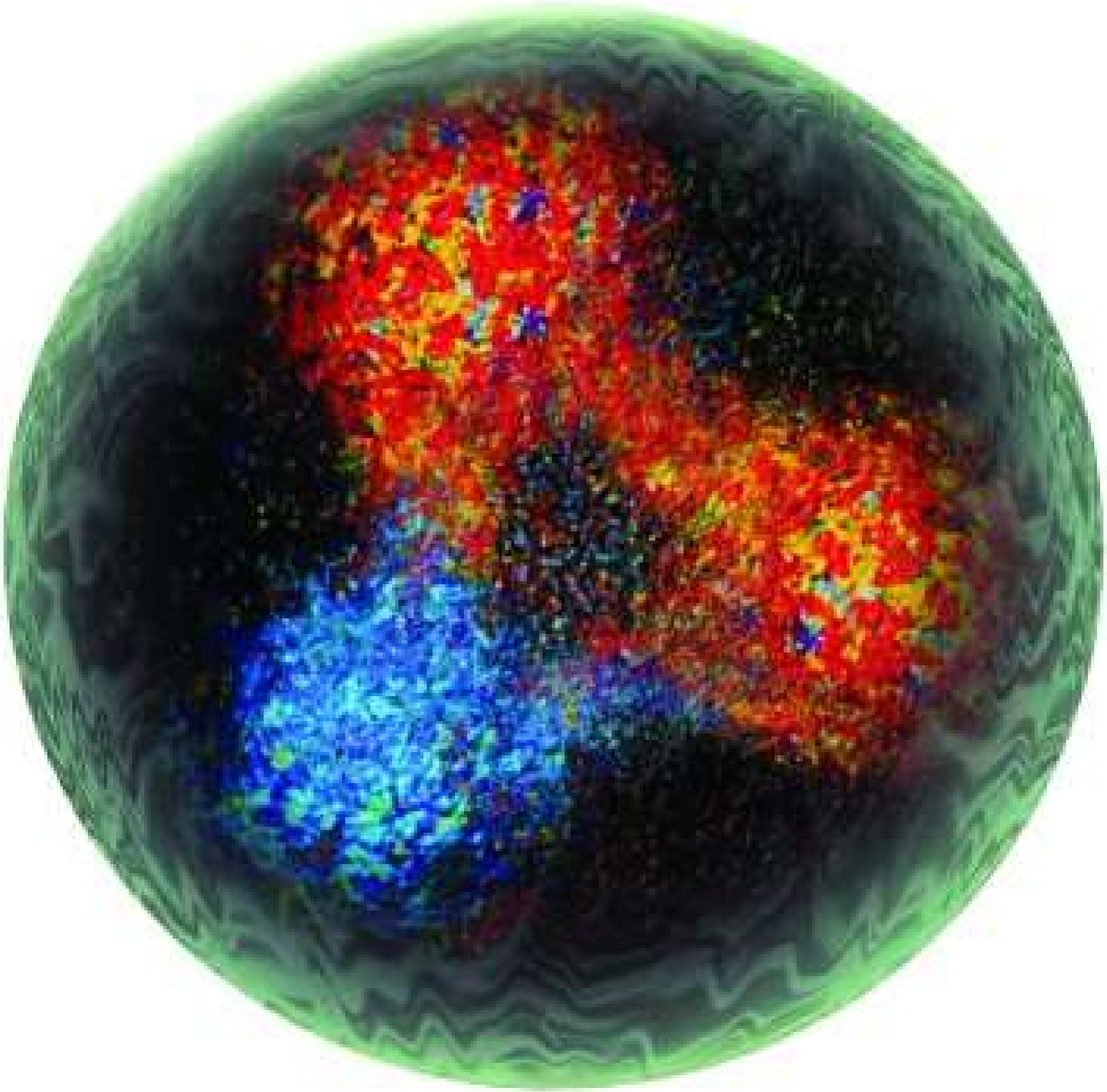


...dans le temps...



...dans le temps...

Durée de vie du Quark top ~ 10^{-24} s !



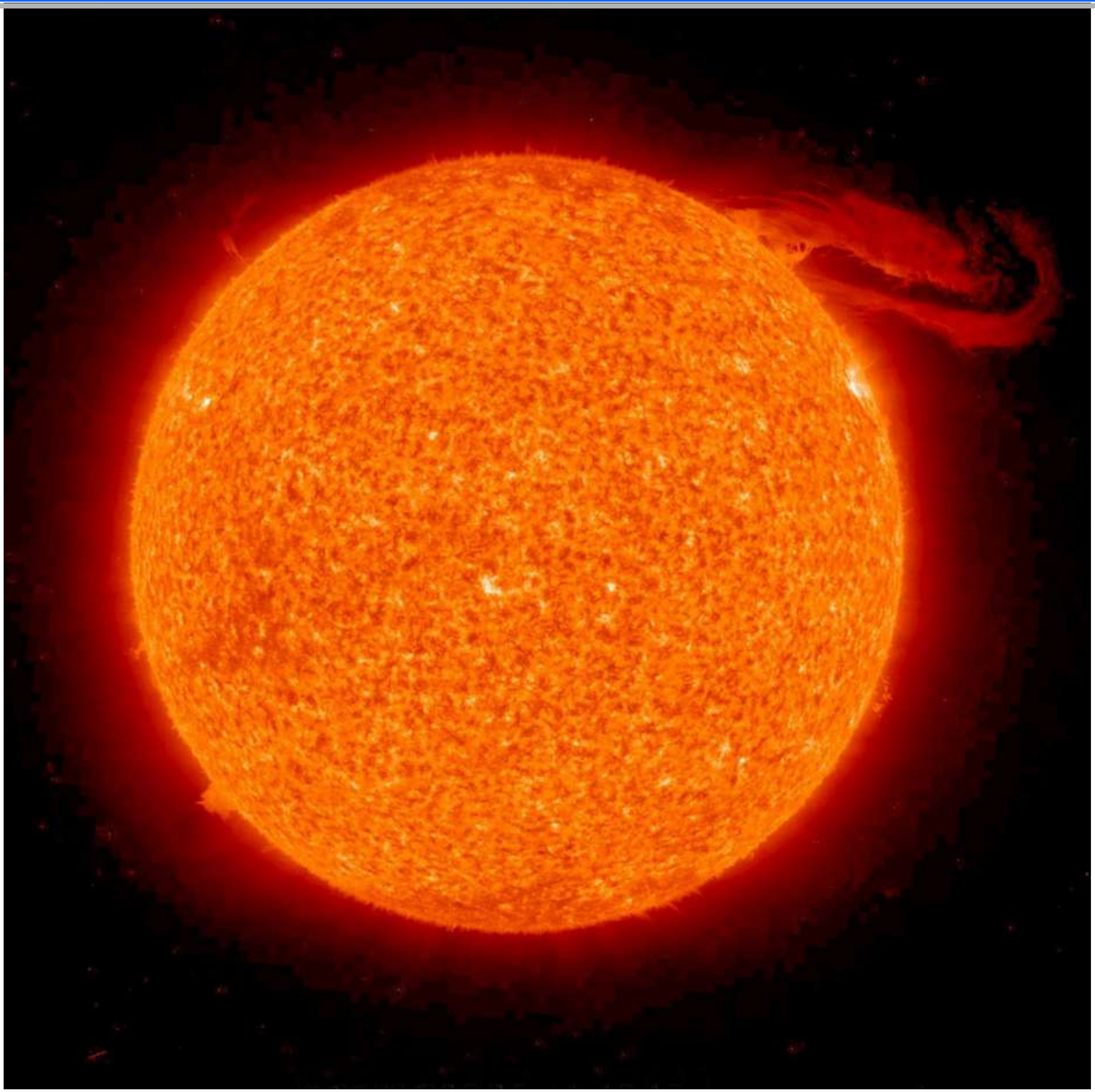
...dans le monde des masses...

Masses

...dans le monde des masses...

Population mondiale ~ 10^{11} kg
Masse de la Terre ~ 6×10^{24} kg

...dans le monde des masses...

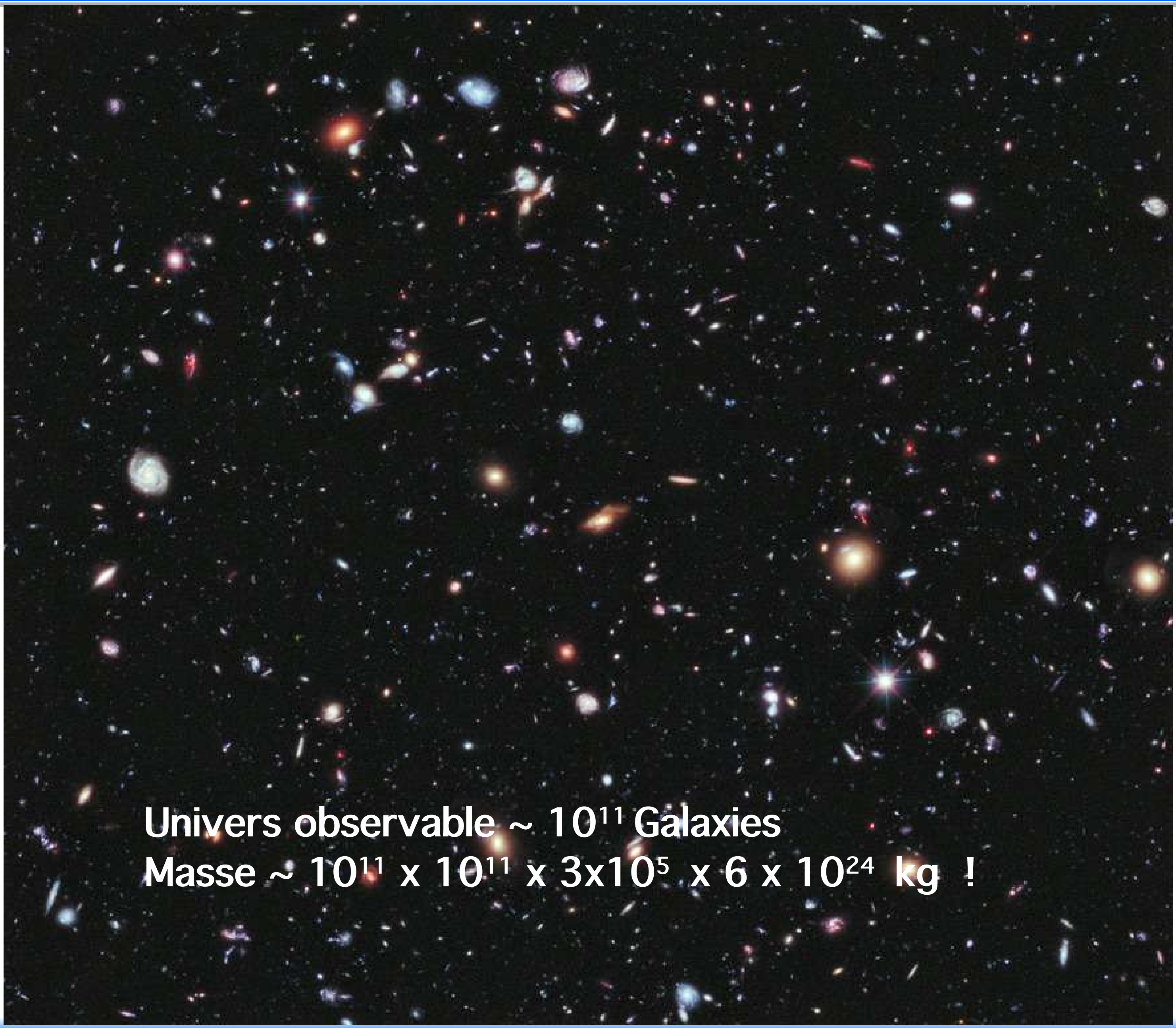


Masse du Soleil ~ 3 x 10^5 Terre

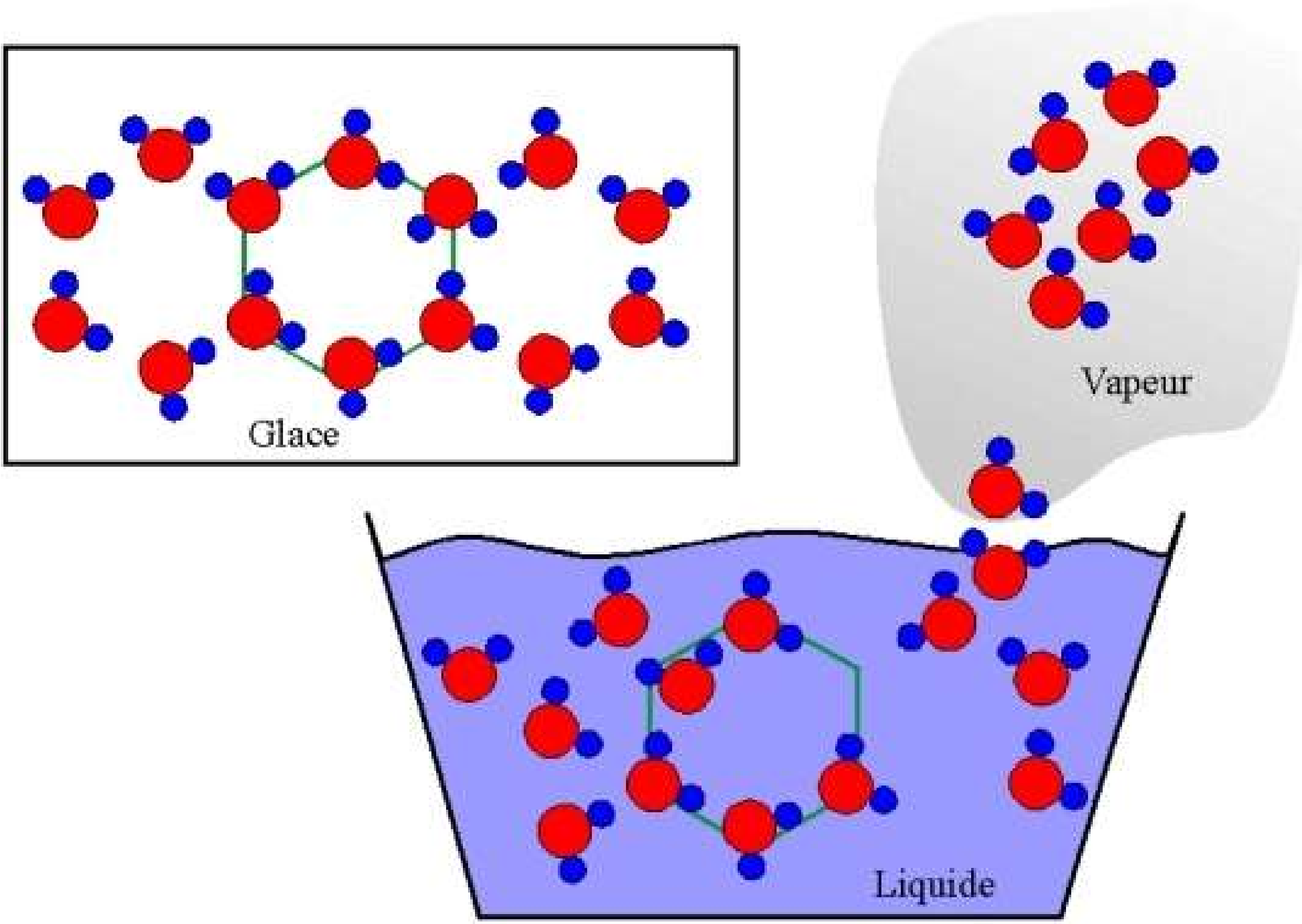
...dans le monde des masses...

Galaxie ~ 10^{11} Soleil
Masse ~ 10^{11} x 3×10^{5} x 6 x 10^{24} kg !

...dans le monde des masses...

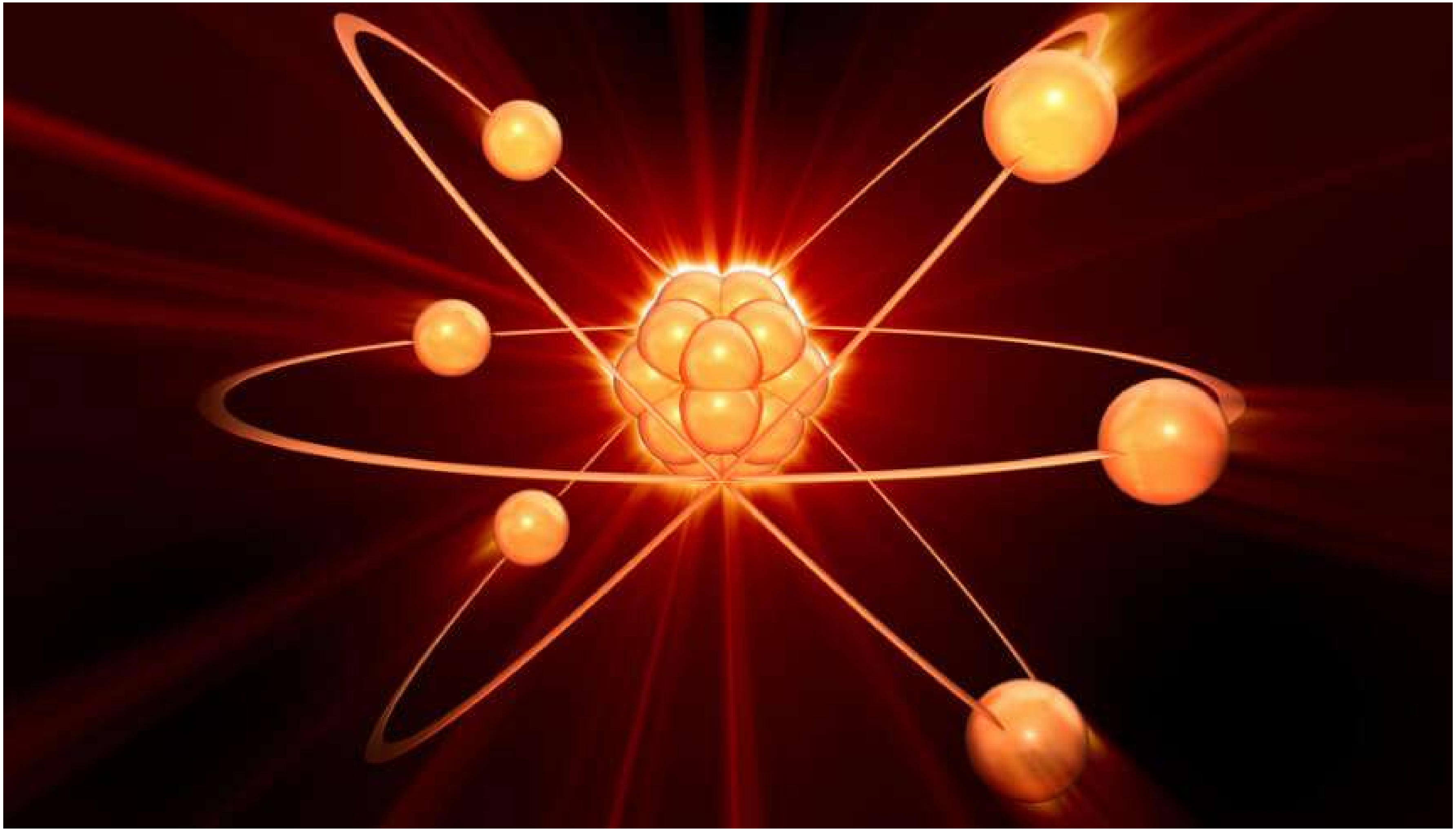


...dans le monde des masses...



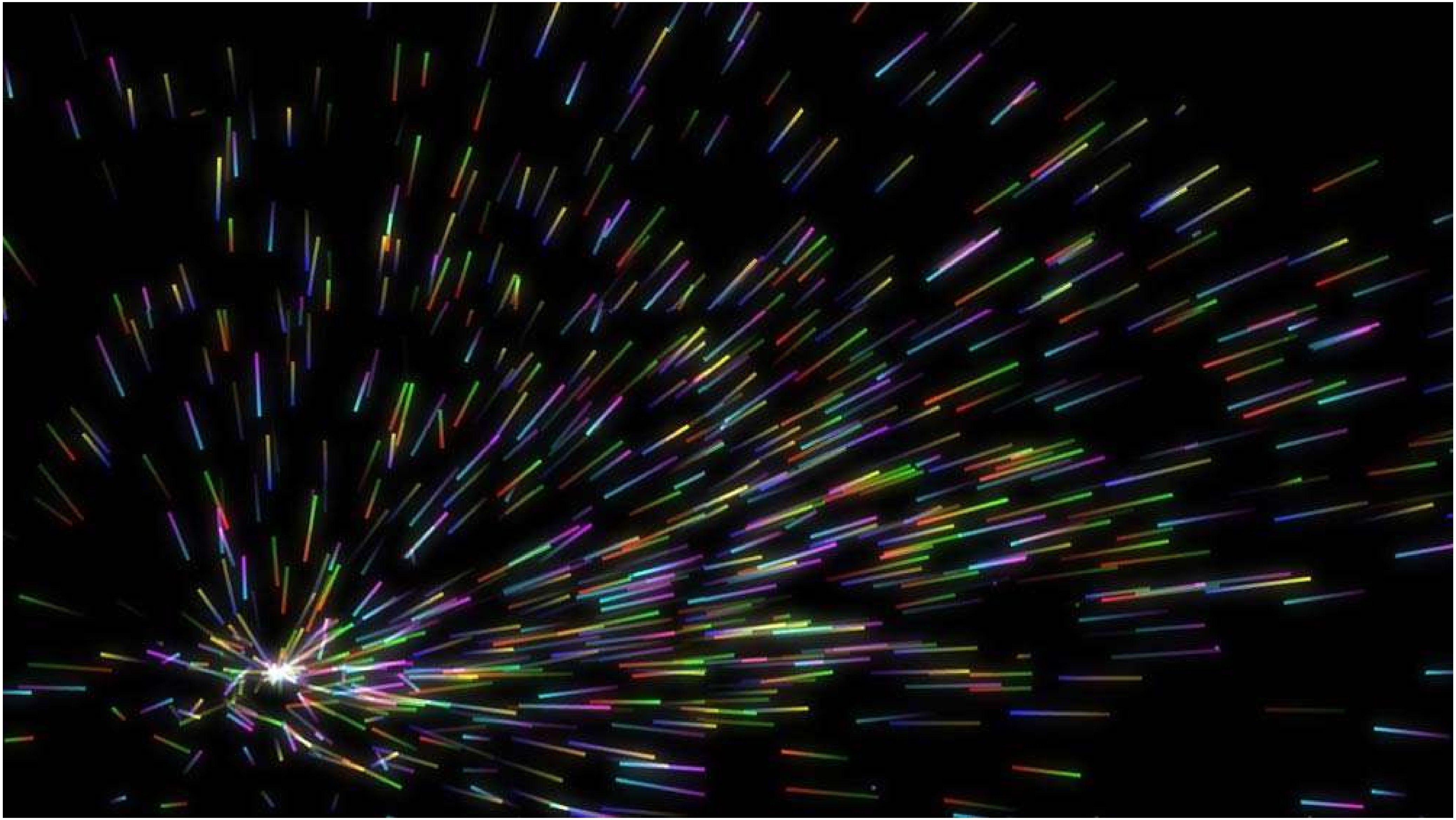
Molécule d'eau ~ 10^{-26} kg

...dans le monde des masses...



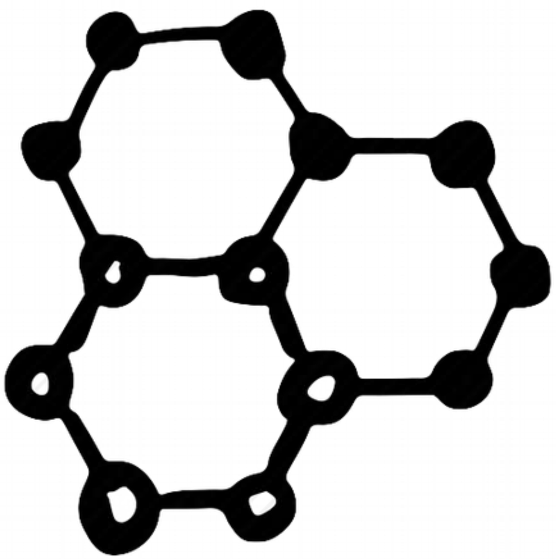
Electron ~ 10^{-30} kg

...dans le monde des masses...



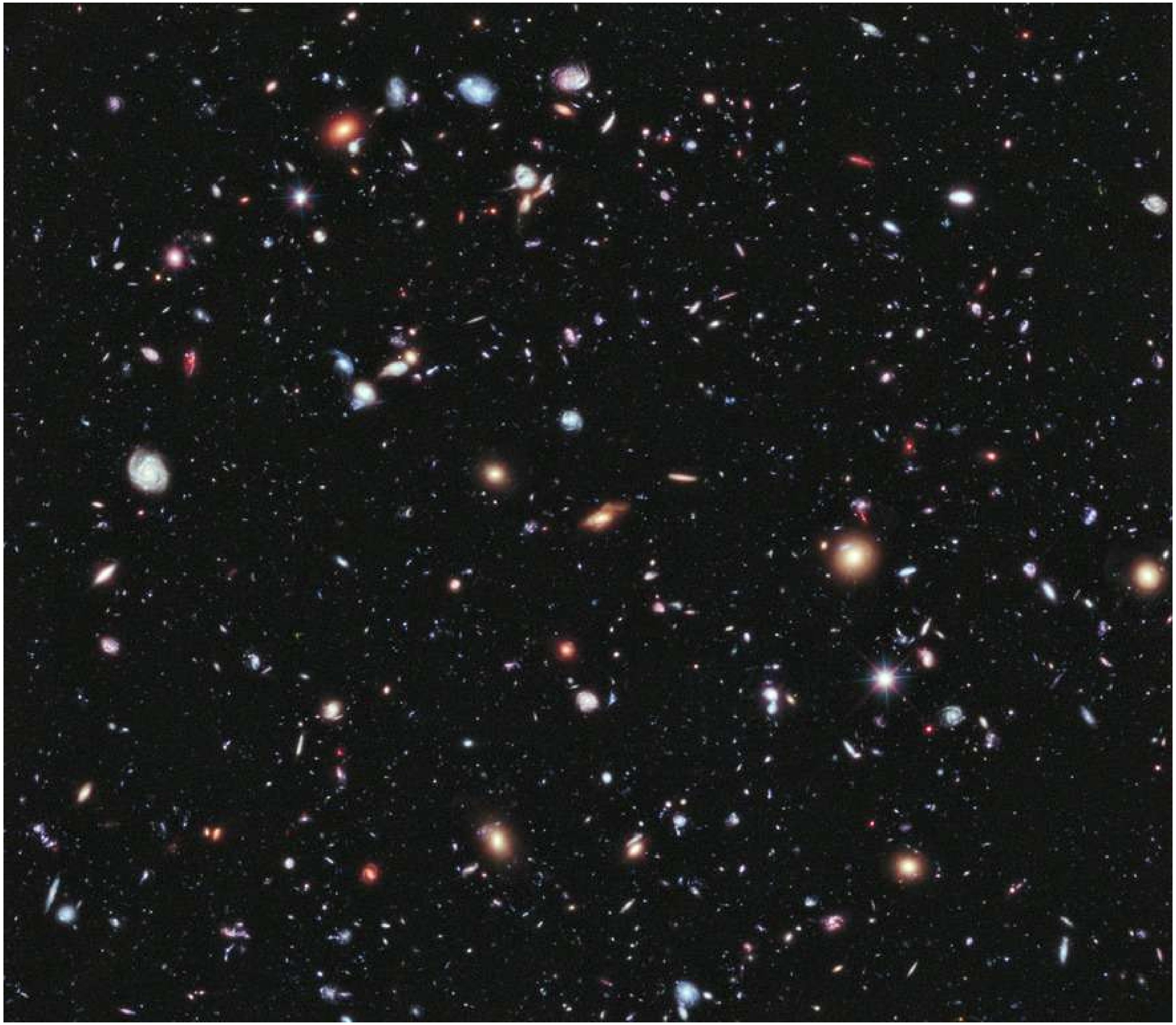
1 photon : masse = 0 !

...dans le monde des quantités de matière...



Quantité de matière

...dans le monde des quantités de matière...



Univers ~ 10^{-27} kg/m³ → environ 10^{80} atomes

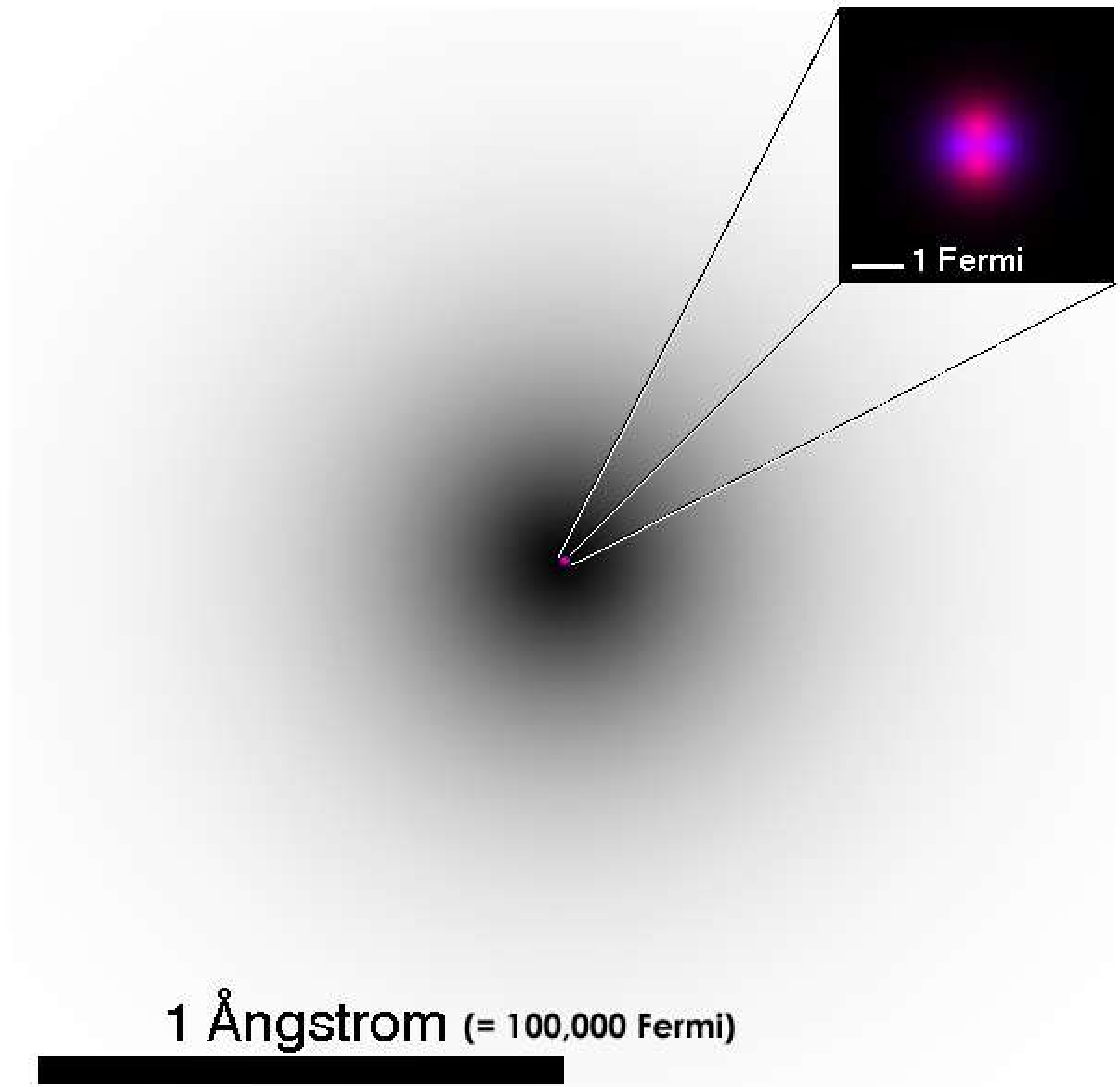
...dans le monde des quantités de matière...

Air ambiant ~ 20 milliards de milliards / cm^3

...dans le monde des quantités de matière...

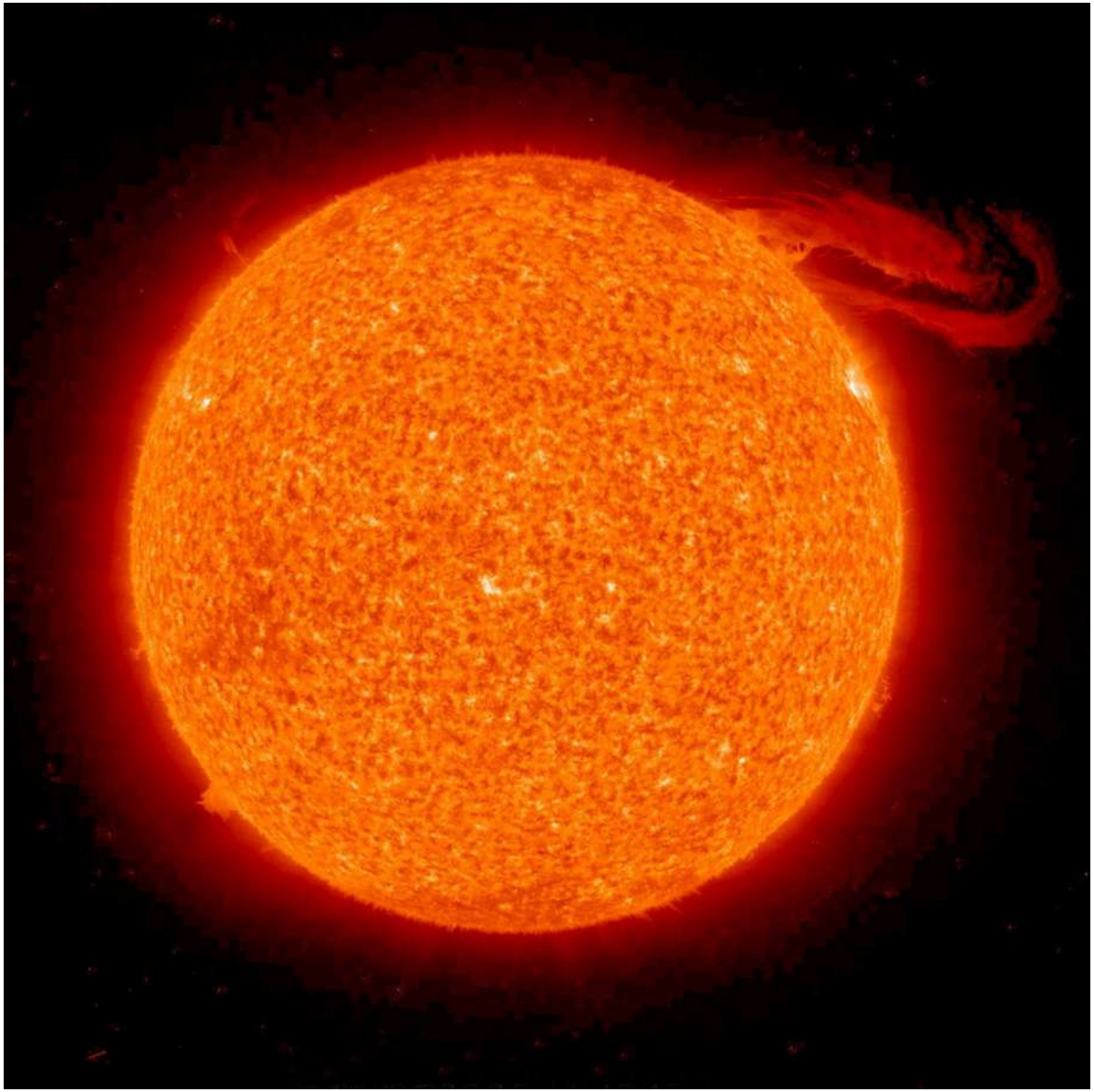
Vide en laboratoire ~ nPa ~ 10^{10} atomes H/m^3

...dans le monde des quantités de matière...



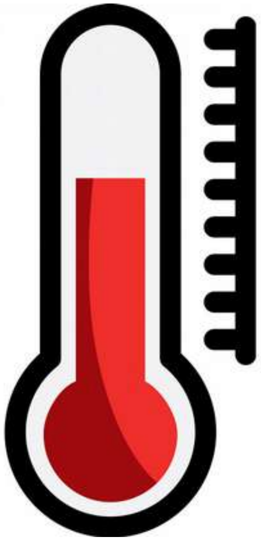
Noyau atomique ~ 10^{17} kg/m³ (ici 4 nucléons)

...dans le monde des quantités de matière...



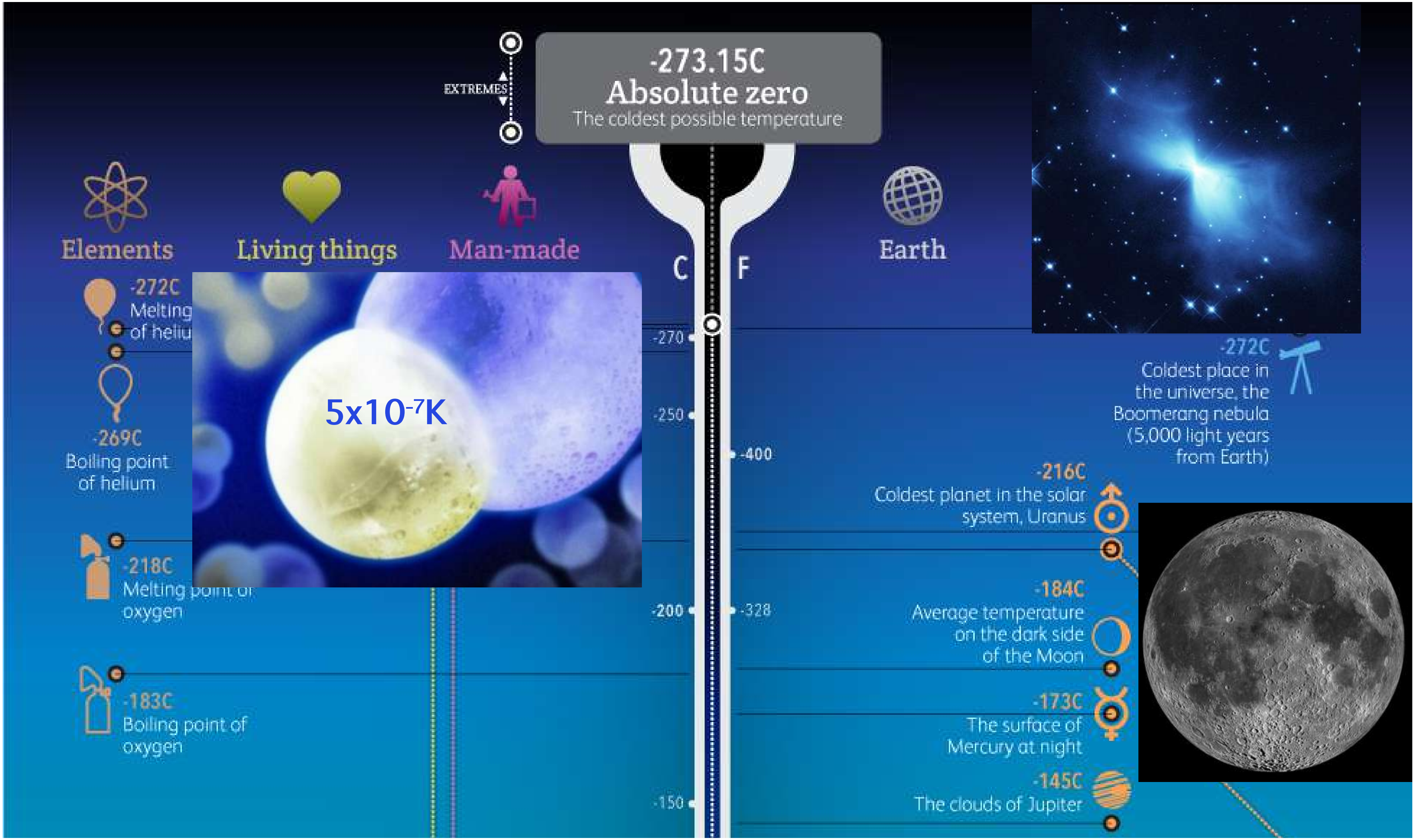
Noyau Soleil ~ 10^5 kg/m³ → 10^{32} protons

...dans le monde des températures...

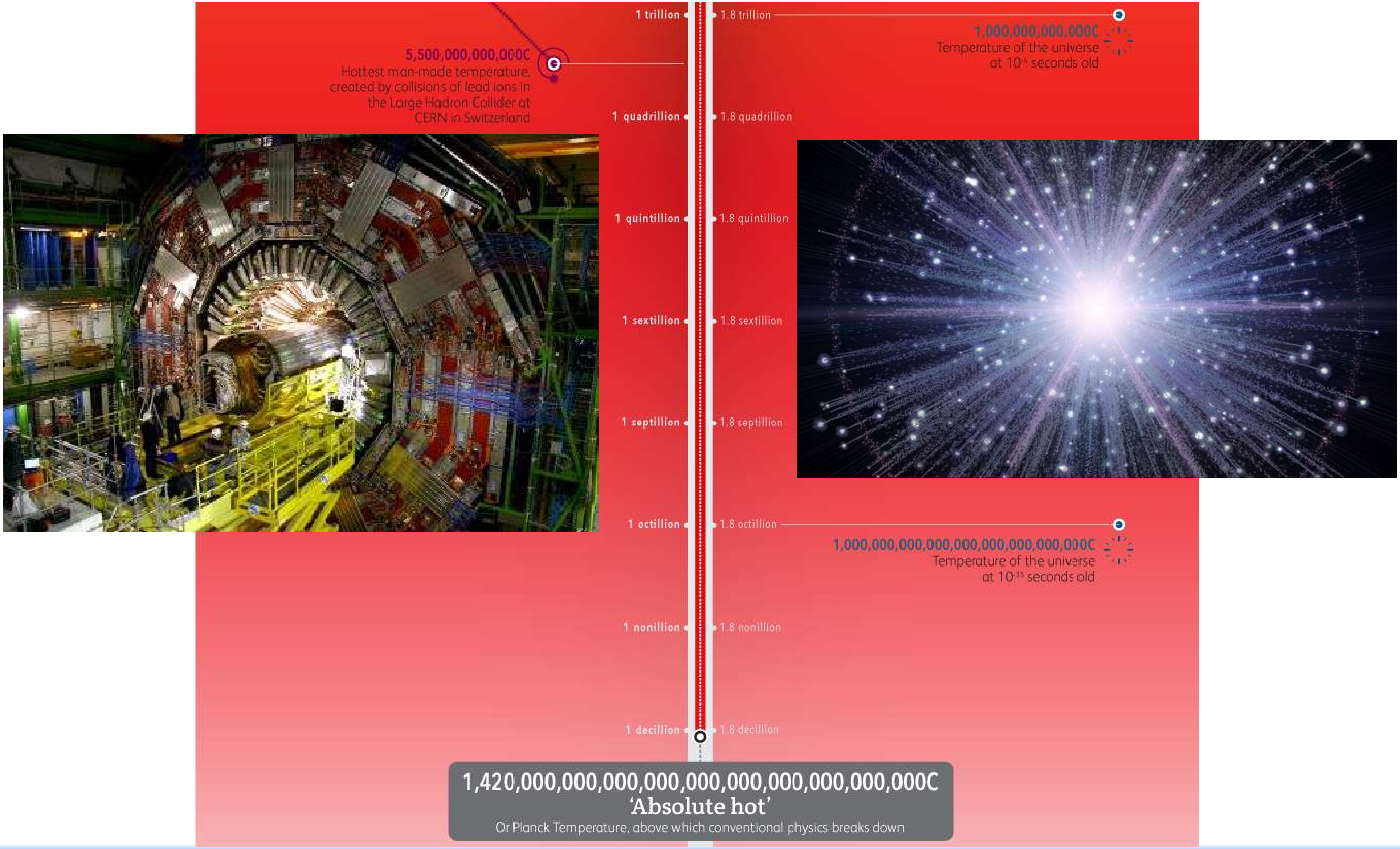


Températures

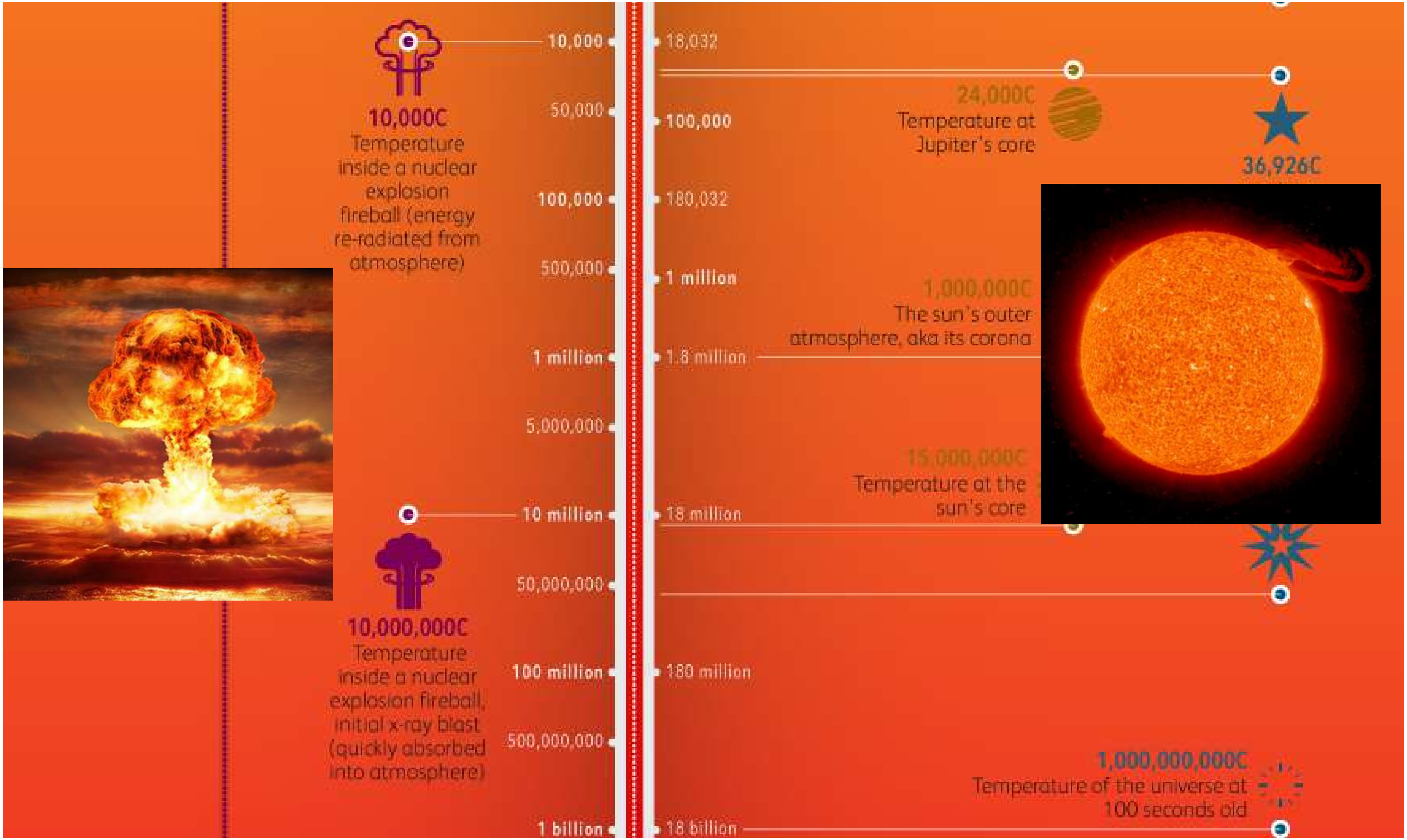
...dans le monde des températures...



...dans le monde des températures...



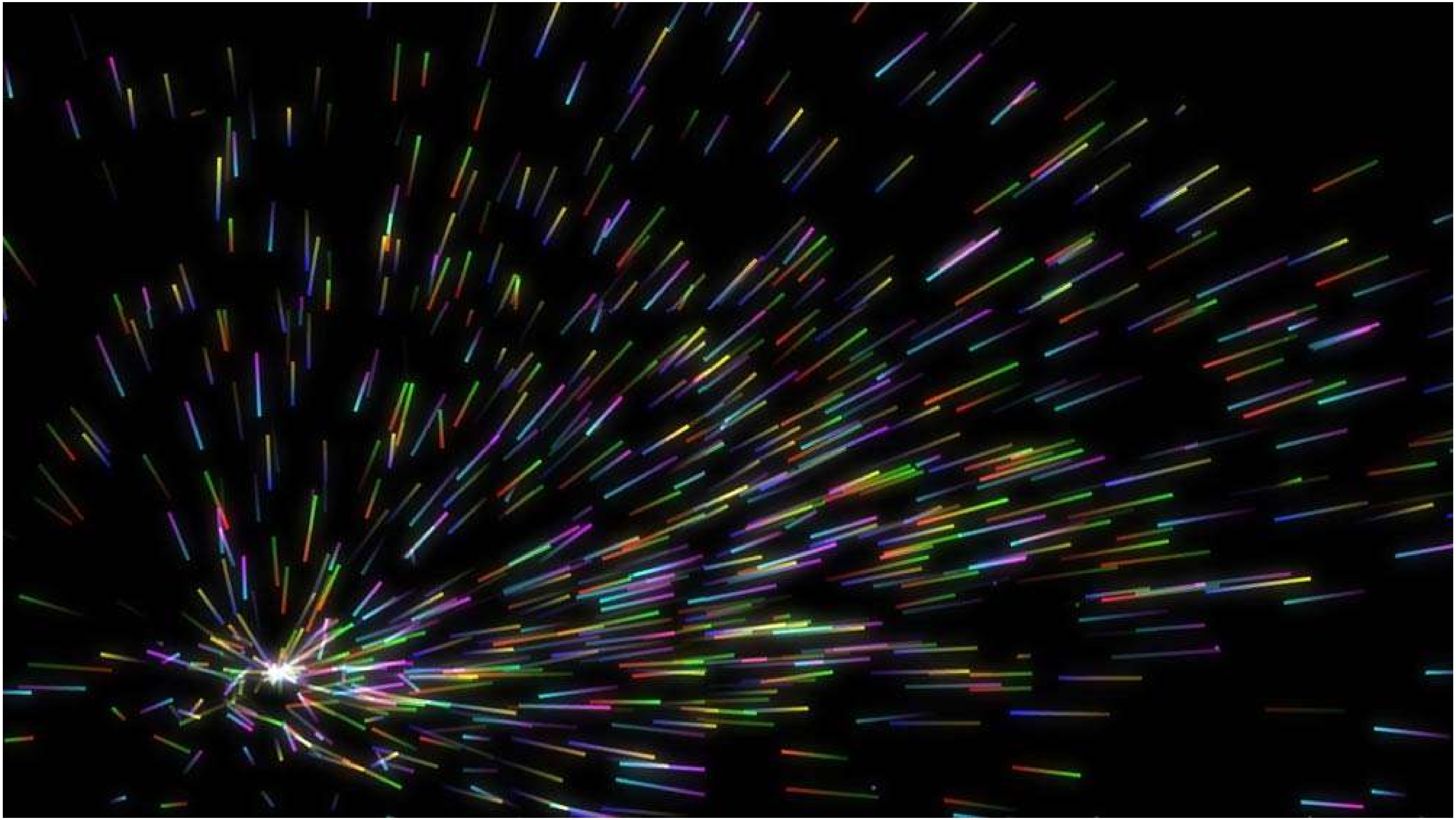
...dans le monde des températures...



...dans le monde de la lumière...

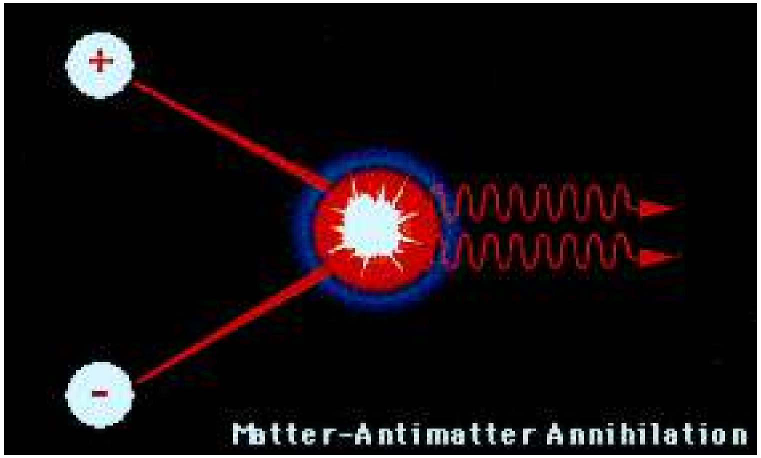
Intensité lumineuse

...dans le monde de la lumière...



1 photon bleu

...dans le monde de la lumière...



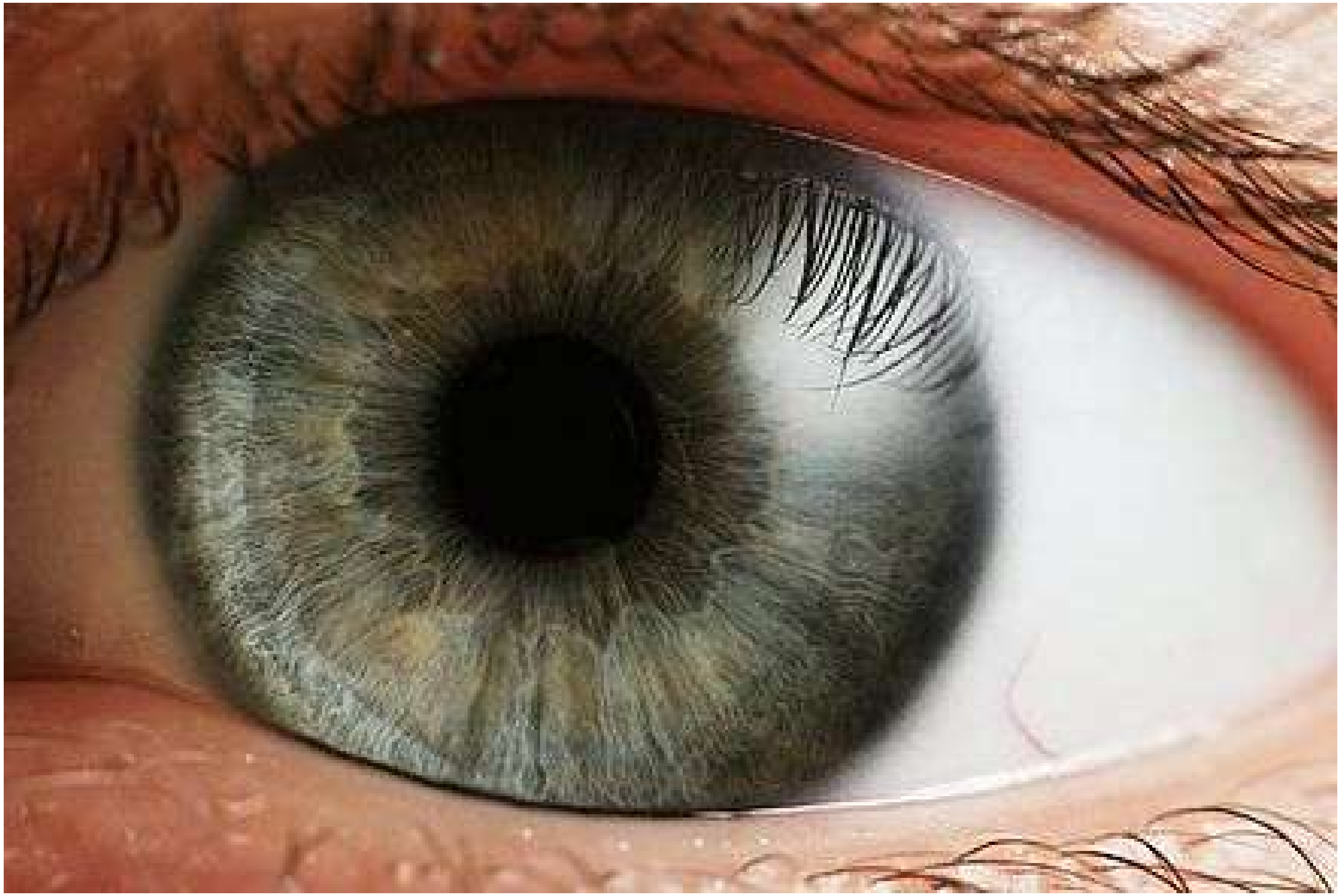
Annihilation e+ e- = 2 photons

« Photo-multiplicateurs »
capables de détecter 1 photon unique

...dans le monde de la lumière...

Pour une photo ~ 10^{12} photons

...dans le monde de la lumière...

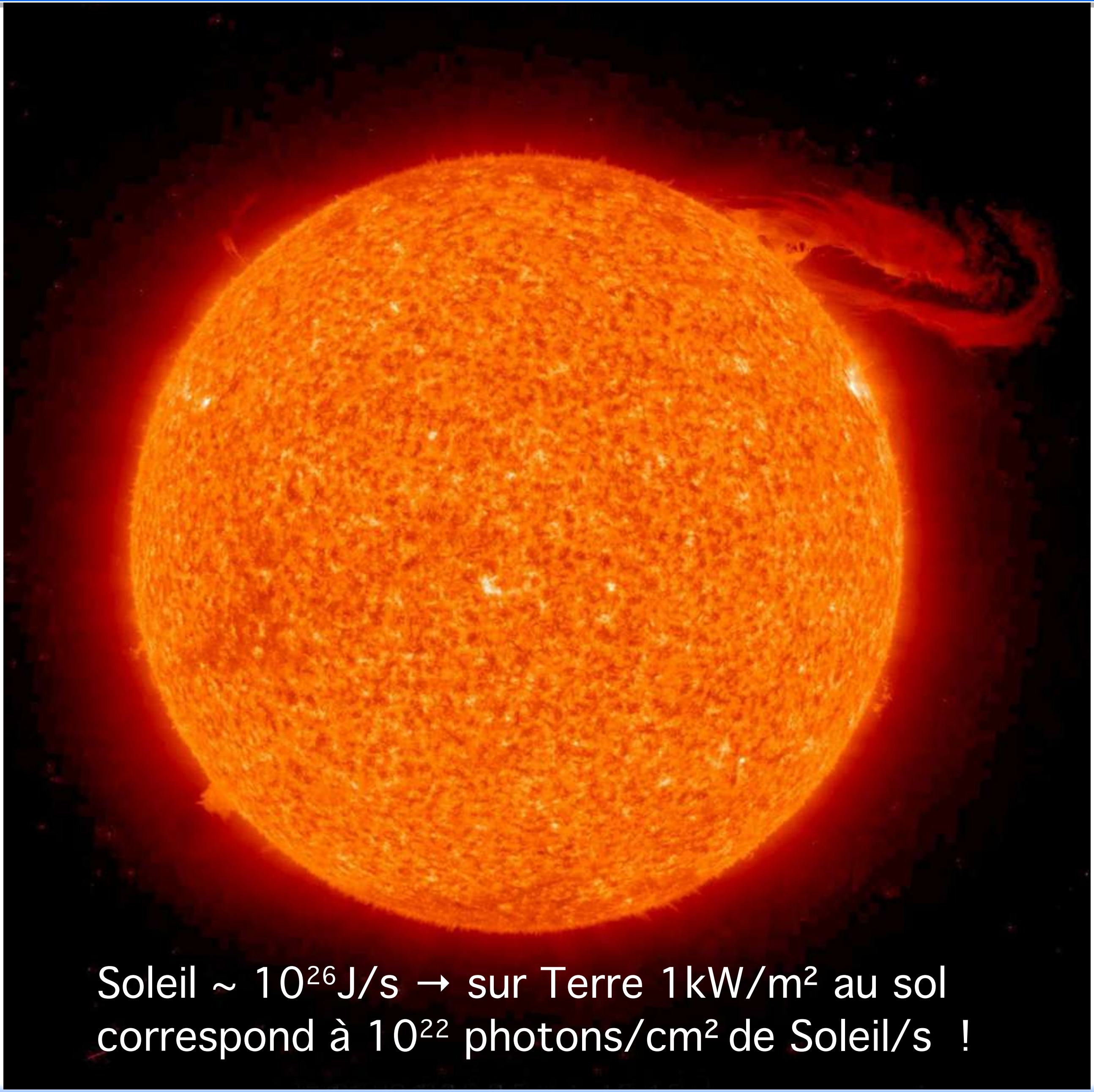


Oeil humain ~ 10^{10} photons/s

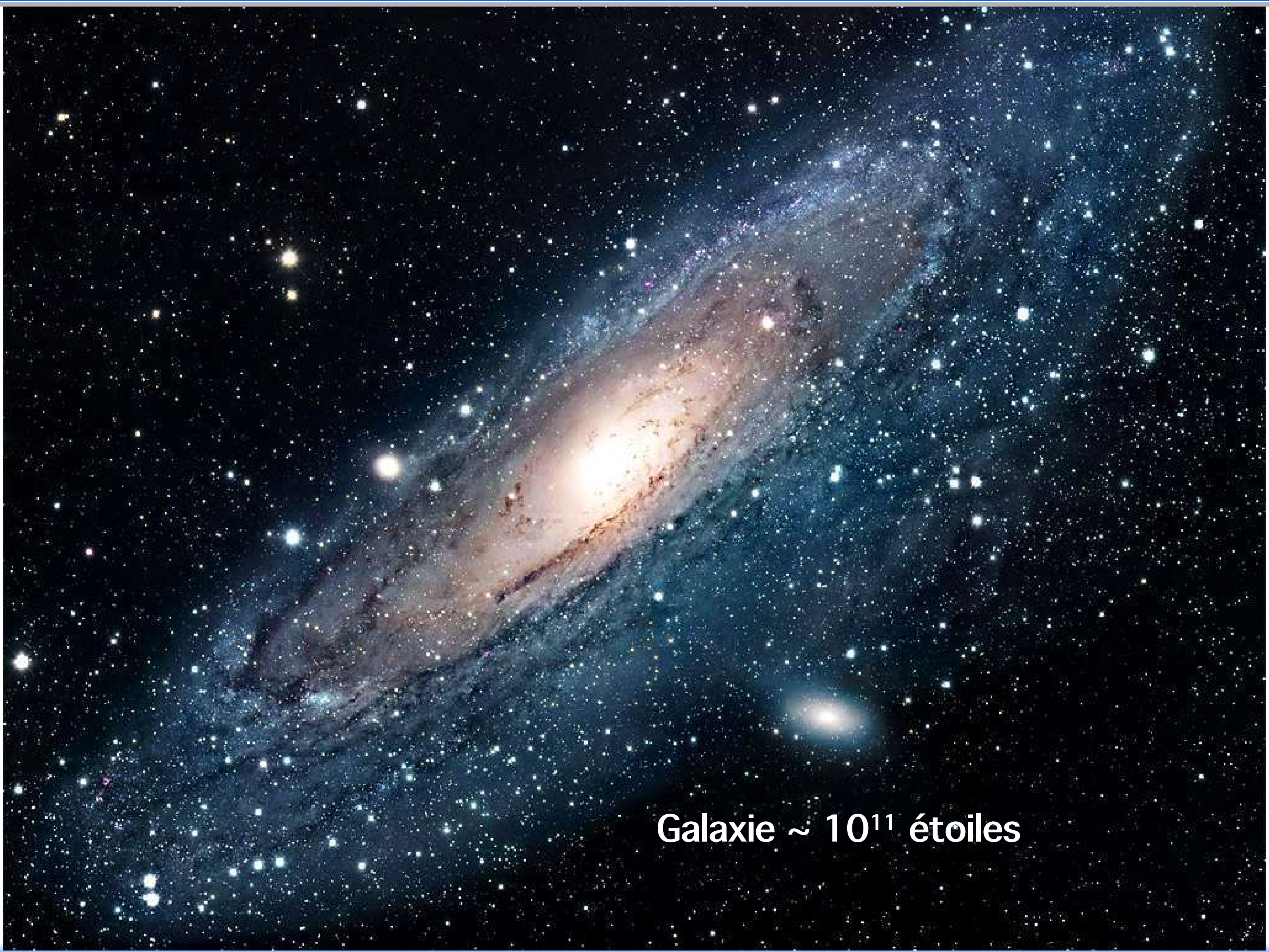
...dans le monde de la lumière...

Une bougie de 1 Candela pendant 10h
environ 10^{21} photons

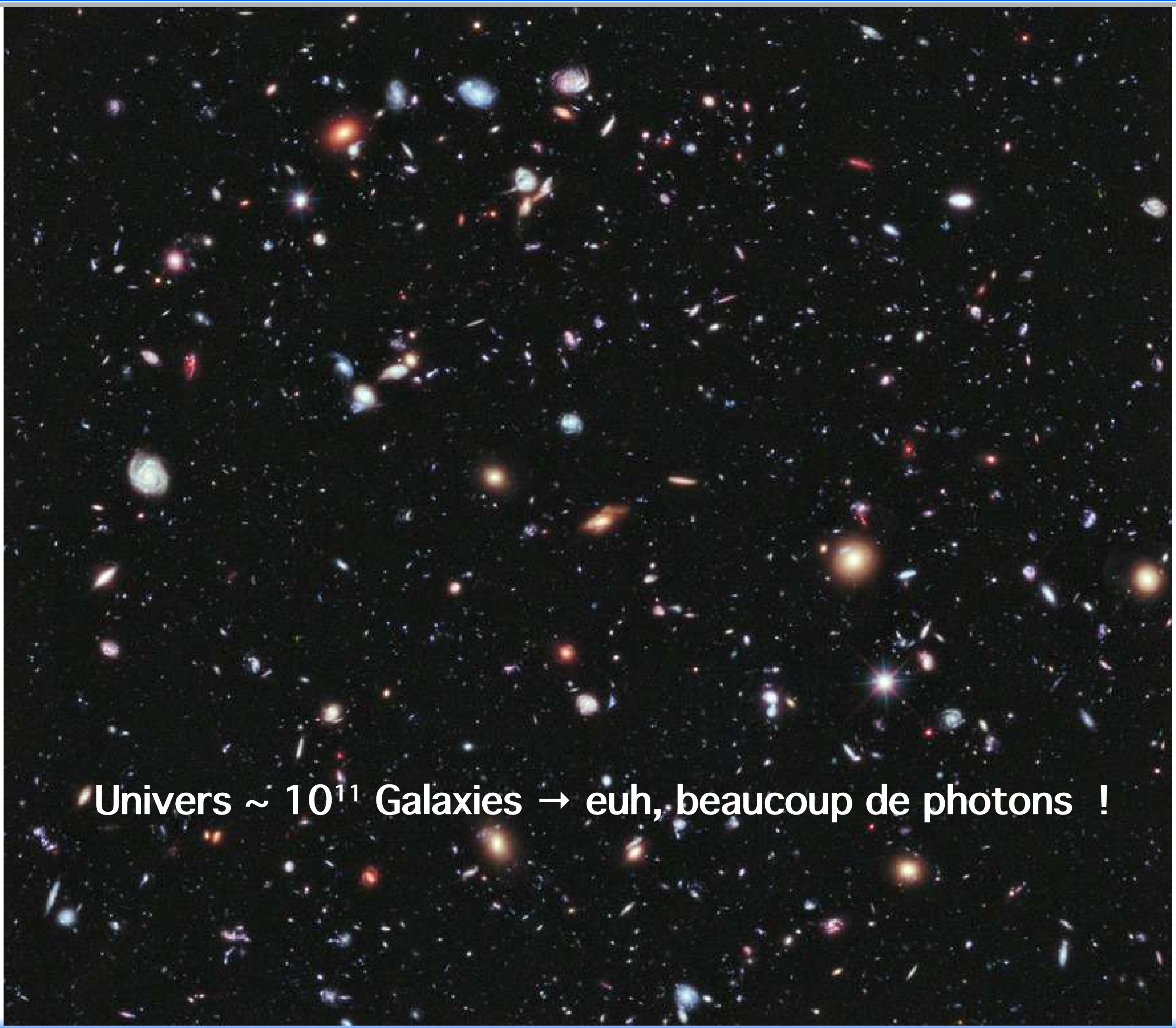
...dans le monde de la lumière...



...dans le monde de la lumière...



...dans le monde de la lumière...



I. Voyage dans les dimensions de la Physique

- **Ordres de grandeur :**
  - A l'échelle humaine : 10^{-6} - 10^{6} **de variations des quantités en unités du Système International**
  - **Longueurs :**
    - Longueur de Planck ~ 2×10^{-35}m
    - **visibles ~ 1-10 µm**
    - **1h de jour**
      ~ Strasbourg – Brest ~ 1000 km = 10^{6}m
    - Taille univers observable : 9×10^{26}m

I. Voyage dans les dimensions de la Physique

- **Ordres de grandeur :**
  - A l'échelle humaine : 10^{-6} - 10^{6} **de variations des quantités en unités du Système International**
  - **Longueurs :**
    - Longueur de Planck ~ $2x10^{-35}$m
    - **visibles ~ 1-10 µm**
    - **1h de jour**
      ~ Strasbourg – Brest ~ 1000 km = 10^{6}m
    - Taille univers observable : $9x10^{26}$m
  - **Durées:**
    - Temps de Planck $5x10^{-44}$ s
    - **Stroboscope ~ 10^{-6} s**
    - **Journée ~ 10^{6} s**
    - Âge de l'Univers ~ $4x10^{17}$ s

I. Voyage dans les dimensions de la Physique

- **Ordres de grandeur :**
  - A l'échelle humaine : 10^{-6} - 10^{6} **de variations des quantités en unités du Système International**
  - **Longueurs :**
    - Longueur de Planck ~ 2×10^{-35}m
    - **visibles ~ 1-10 µm**
    - **1h de jour**
      ~ Strasbourg – Brest ~ 1000 km = 10^{6}m
    - Taille univers observable : 9×10^{26}m
  - **Durées:**
    - Temps de Planck 5×10^{-44} s
    - **Stroboscope ~ 10^{-6} s**
    - **Journée ~ 10^{6} s**
    - Âge de l'Univers ~ 4×10^{17} s
  - **Masses :**
    - Un photon : masse nulle !
    - **Moustique ~ 10^{-6} kg**
    - **Navette Spatiale ~ 10^{6} kg !**
    - Masse d'Univers ~ 2×10^{53} kg

I. Voyage dans les dimensions de la Physique

- **Ordres de grandeur :**
  - A l'échelle humaine : 10^{-6} - 10^{6} **de variations des quantités en unités du Système International**
  - **Longueurs :**
    - Longueur de Planck ~ 2×10^{-35}m
    - **visibles ~ 1-10 µm**
    - **1h de jour**
      ~ Strasbourg – Brest ~ 1000 km = 10^{6}m
    - Taille univers observable : 9×10^{26}m
  - **Durées:**
    - Temps de Planck 5×10^{-44} s
    - **Stroboscope ~ 10^{-6} s**
    - **Journée ~ 10^{6} s**
    - Âge de l'Univers ~ 4×10^{17} s
  - **Masses :**
    - Un photon : masse nulle !
    - **Moustique ~ 10^{-6} kg**
    - **Navette Spatiale ~ 10^{6} kg !**
    - Masse d'Univers ~ 2×10^{53} kg
  - **Températures :**
    - Température la plus basse (labo) : 10^{-12}K
    - **Cryogénie Hélium ~ 10^{-3}K**
    - **Corps humain ~ 300K**
    - **Rayons X/gammas ~ 10^{6}K**
    - Température de Planck ~ 10^{32}K

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

- **Unités du Système International et leurs dimensions**

  - Notation : [X] = « dimension de la quantité X »

  - Longueur [L] - m mètre
  - Masse [M] – kg kilogramme
  - Temps [T] – s seconde
  - Température [θ] – K Kelvin → **Température « zéro absolu » Kelvin = -273,15°C**

  Autres dimensions/unités
  - *Quantité de matière [n] – mol Nombre de moles*
  - *Intensité Electrique [i] - A Ampère*
  - *Intensité lumineuse [I] – Cd Candela*

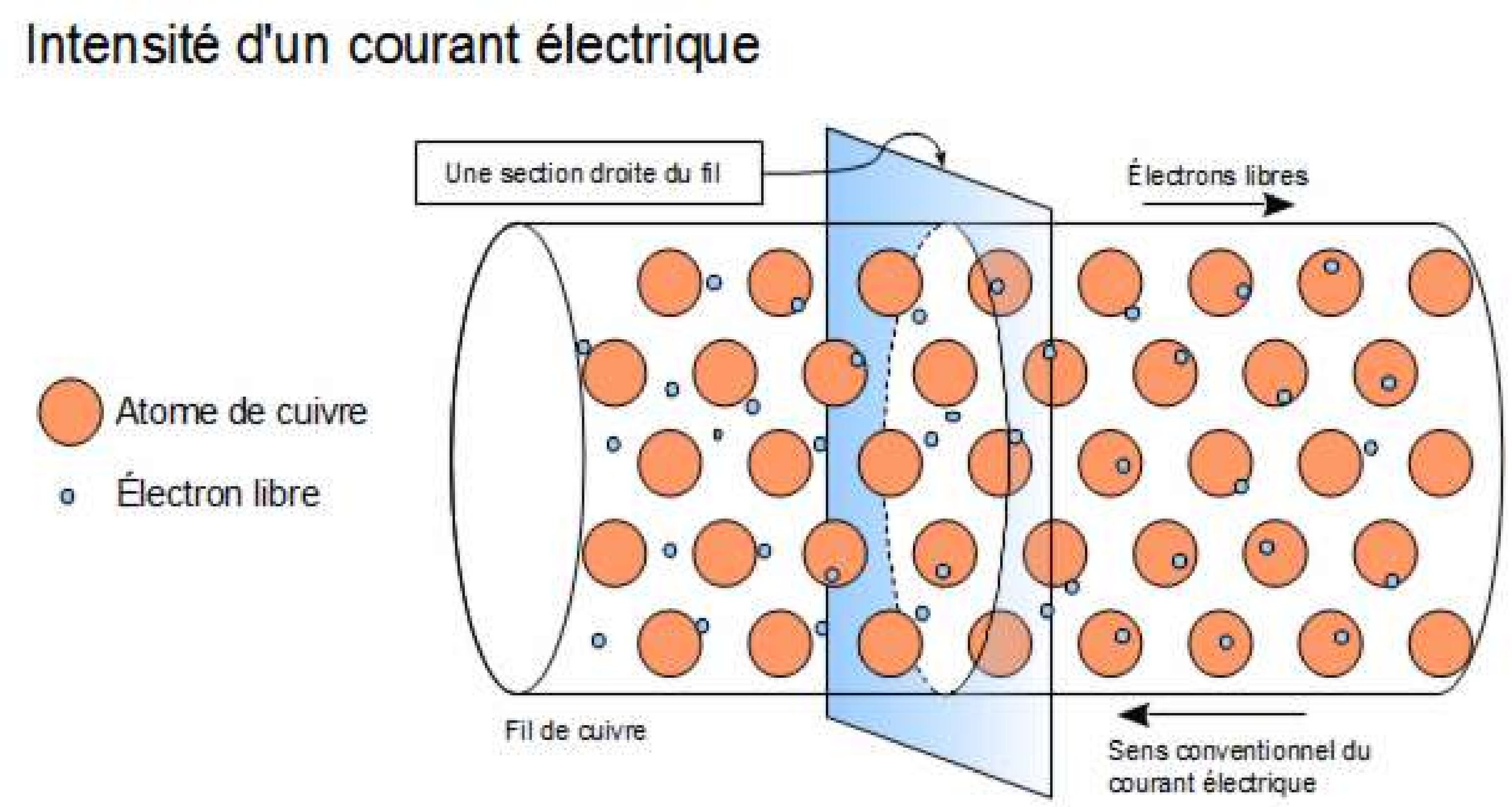
Une même « dimension » peut avoir plusieurs unités
→ longueur : km, m, cm, mm ...

mais aussi : mille marin, année-lumière, parsec....

→ masse : mg, g, kg, tonne...
→ Température : °C, K(elvin),...

Définition d'autres unités à partir des unités SI

- Exemple : Intensité électrique = Charge électrique par unité de temps
  → [i] = Q/t → Charge électrique, en Coulomb = i x t = A.s



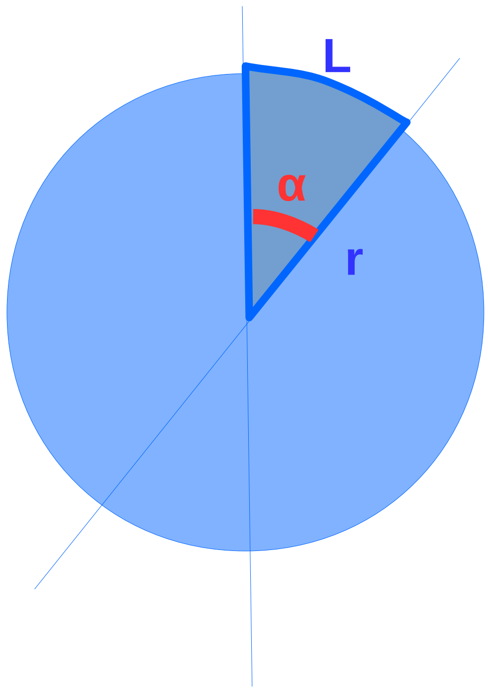
II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

Définition d'autres unités à partir des unités SI

- Exemple : Intensité électrique = Charge électrique par unité de temps
  → [i] = Q/t → Charge électrique, en Coulomb = i x t = A.s

Unités sans dimensions

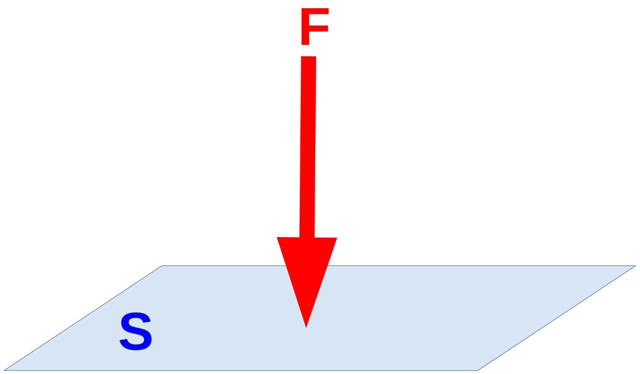
- **Angles en Radian/degrés**

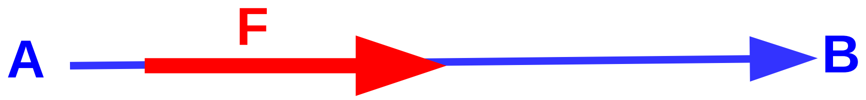


$$\alpha = \frac{L}{r}$$

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

- **Retrouver la dimension d'une quantité :**
  - Surface $[S] = L^2$
  - Volume $[V] = L^3$
  - Vitesse $[v] = L/T = L.T^{-1}$
  - Accélération $[a] = \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right] = L.T^{-2}$
  - Force $[F] = [m.a] = M.L.T^{-2}$
  - Pression $[P] = \text{force/surface} = M.L^{-1}.T^{-2}$
  - Energie $[E] = \text{force} \times \text{longueur} = M.L^2.T^{-2}$





Règles de jonglage avec les exposants

- $x^a \times x^b = x^{a+b}$
- $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
- $(x^a)^b = x^{a\times b}$

ainsi $x^2\, x^3 = x^5$

ou encore $(x^2)^3 = x^6$

On en déduit que $y^a = x^b \rightarrow y = x^{b/a}$

Par exemple, $y^2 = x^3 \rightarrow x = y^{2/3}$

Aussi $x^0 = 1$, quelque soit x

Alors : $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$

puisque $x^{-a} = x^{0-a} = \frac{x^0}{x^a} = \frac{1}{x^a}$

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

Règles de jonglage avec les exposants

- $x^a \times x^b = x^{a+b}$
- $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
- $(x^a)^b = x^{a\times b}$
- $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$

Puissances non-entières

Par exemple : $x^{2,1}$?

Considérons x^{21}. On cherche le nombre **y** tel que $\mathbf{y^{10} = x^{21}}$

→ alors $\mathbf{y = x^{21/10} = x^{2,1}}$

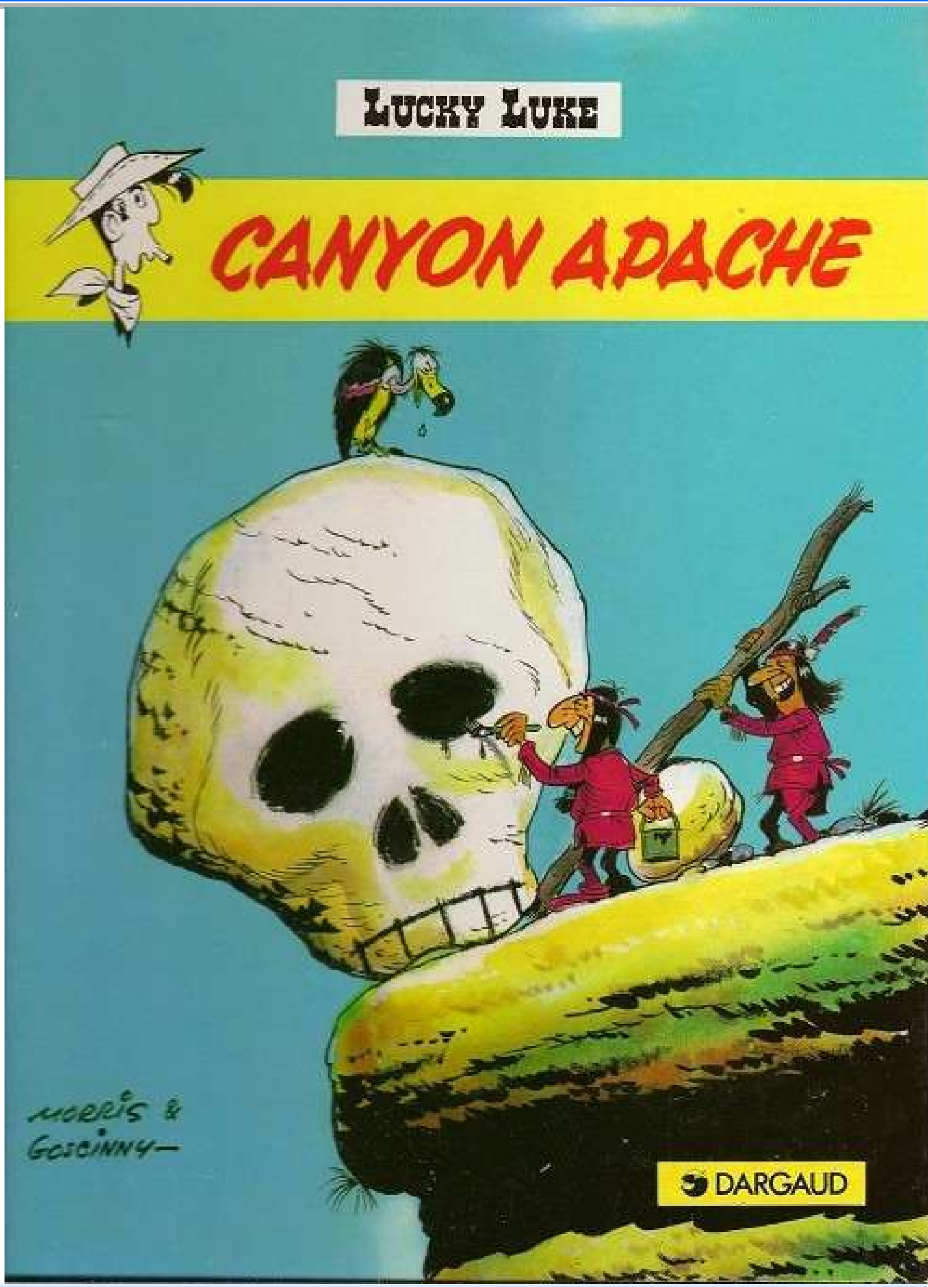
II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

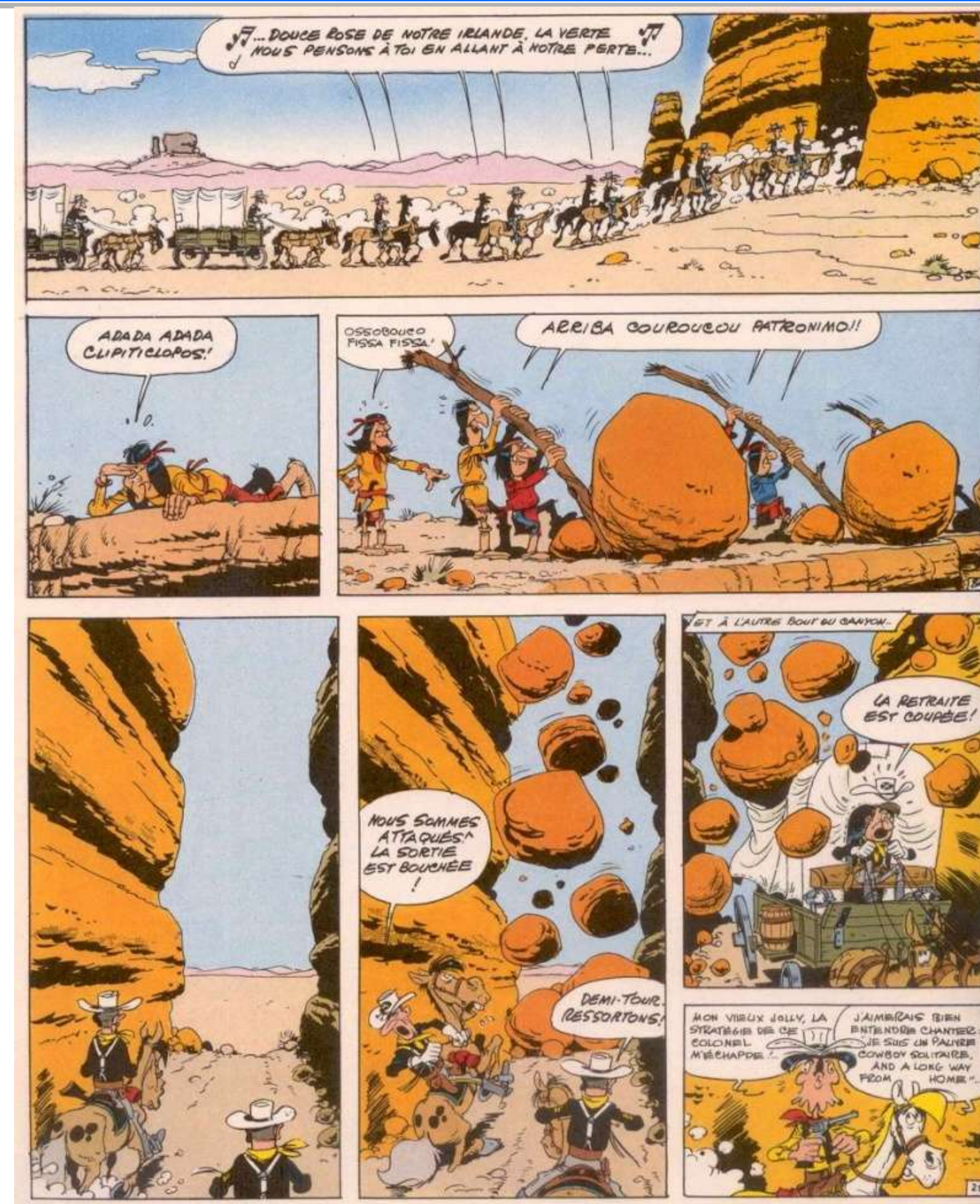
- **Jonglage avec les « = », « ≈ », « ~ », « α »**

  - Surface d'une sphère **$S = 4\pi R^2$**
  - Pour R = 1m, **$S \approx 12$ m²**
    → à peu près égaux, même dimension
  - **$S \sim R^2$**
    → **proportionnels et dimensionnellement égaux**
  - La masse d'un corps est proportionnelle à son volume
    → **$M \alpha R^3$**
    → **Proportionnels mais qui n'ont pas forcément la même dimension**

  De temps en temps on utilisera indifféremment ~ et α

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques





II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

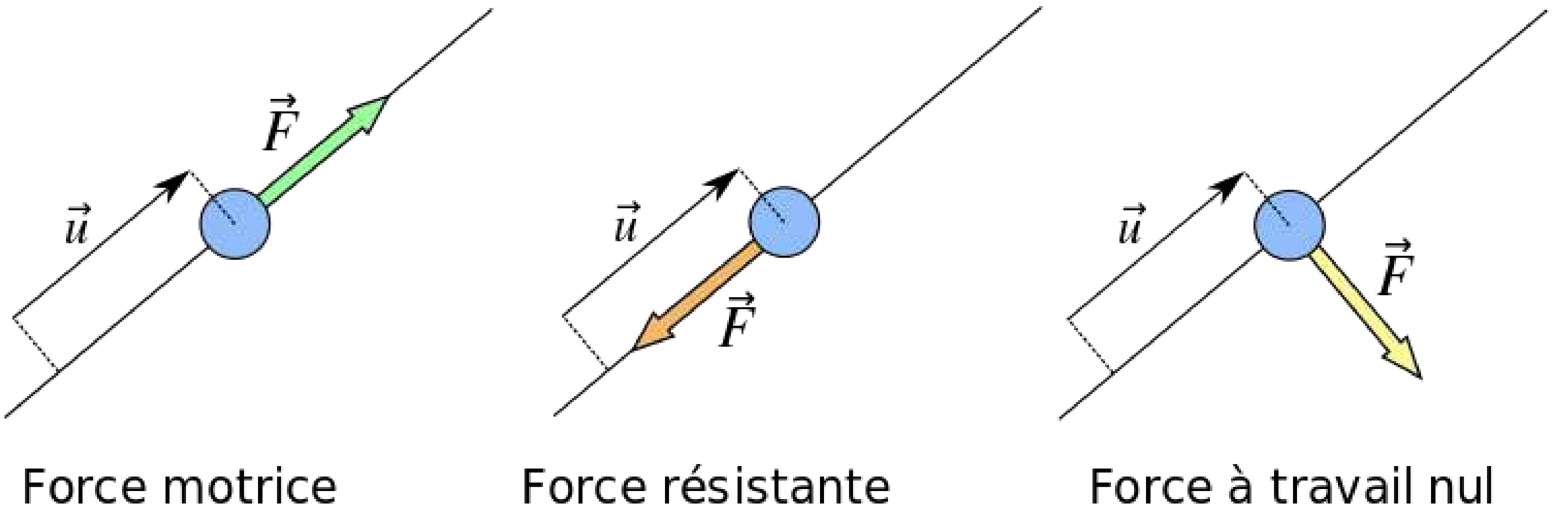
« Imaginer » de nouvelles quantités physique à partir des dimensions

- Travail d'une force : $[W] = [\mathsf{F} \times \text{déplacement}] = \mathsf{M.L^2.T^{-2}} = [\mathsf{E}]$

Or Force $= \mathfrak{m}.\mathfrak{a} = \mathfrak{m}.\mathfrak{g}$ si uniquement le Poids

On peut donc définir le "travail du poids" $[W] = [\mathfrak{m}.\mathfrak{g}] \times$ déplacement

- Energie potentielle de pesanteur $= [E] = [m \times \mathfrak{g}] \times$ hauteur $= \mathsf{M.L^2.T^{-2}}$



« Imaginer » de nouvelles quantités physique à partir des dimensions

- Travail d'une force : $[W] = [\mathsf{F} \times \text{déplacement}] = \mathsf{M.L^2.T^{-2}} = [\mathsf{E}]$
- Energie potentielle de pesanteur $= [\mathrm{E}] = [\mathrm{m} \times \mathsf{g}] \times \text{hauteur} = \mathsf{M.L^2.T^{-2}}$

« Travail » du poids :
mg x h
~ 100 x 10 x 1 = 10^3 J
à fournir par Lucky Luke

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

« Imaginer » de nouvelles quantités physique à partir des dimensions

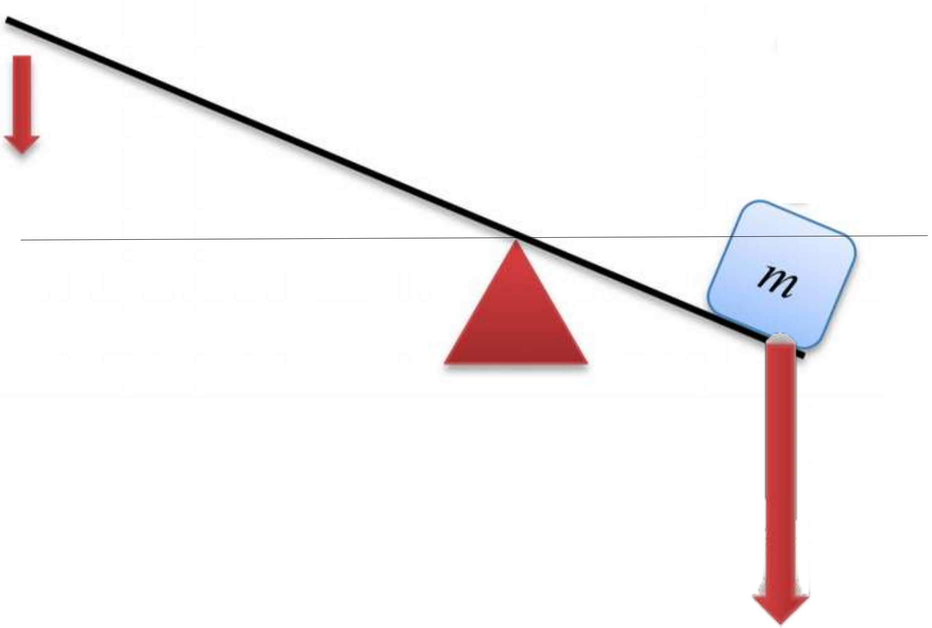
- Travail d'une force : $[W] = [\mathsf{F} \times \text{déplacement}] = \mathsf{M.L^2.T^{-2}} = [\mathsf{E}]$
- Energie potentielle de pesanteur $= [\mathsf{E}] = [\mathrm{m} \times \mathsf{g}] \times \text{hauteur} = \mathsf{M.L^2.T^{-2}}$

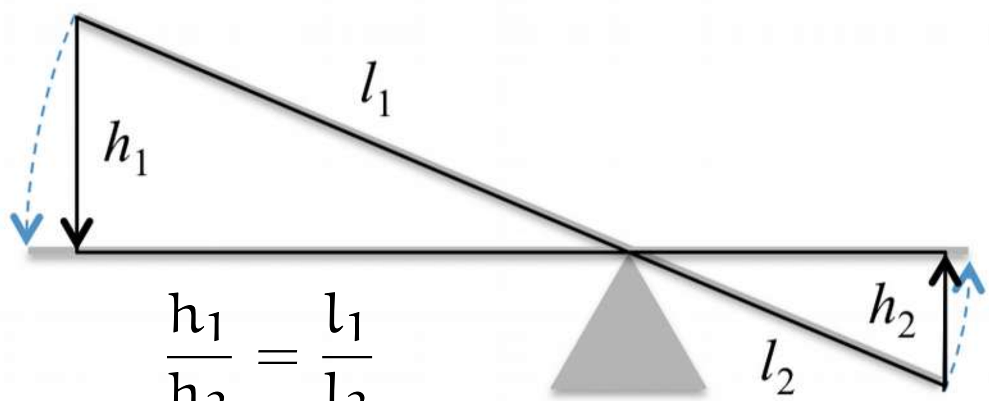
« Travail » du poids :
mg x h
~ 100 x 10 x 1 = 10^3 J
fourni à Lucky Luke

h = 1 m

« Imaginer » de nouvelles quantités physique à partir des dimensions

- Travail d'une force : $[W] = [\mathrm{F} \times \text{déplacement}] = \mathrm{M.L^2.T^{-2}} = [\mathrm{E}]$
- Energie potentielle de pesanteur $= [\mathrm{E}] = [\mathrm{m} \times \mathrm{g}] \times \text{hauteur} = \mathrm{M.L^2.T^{-2}}$



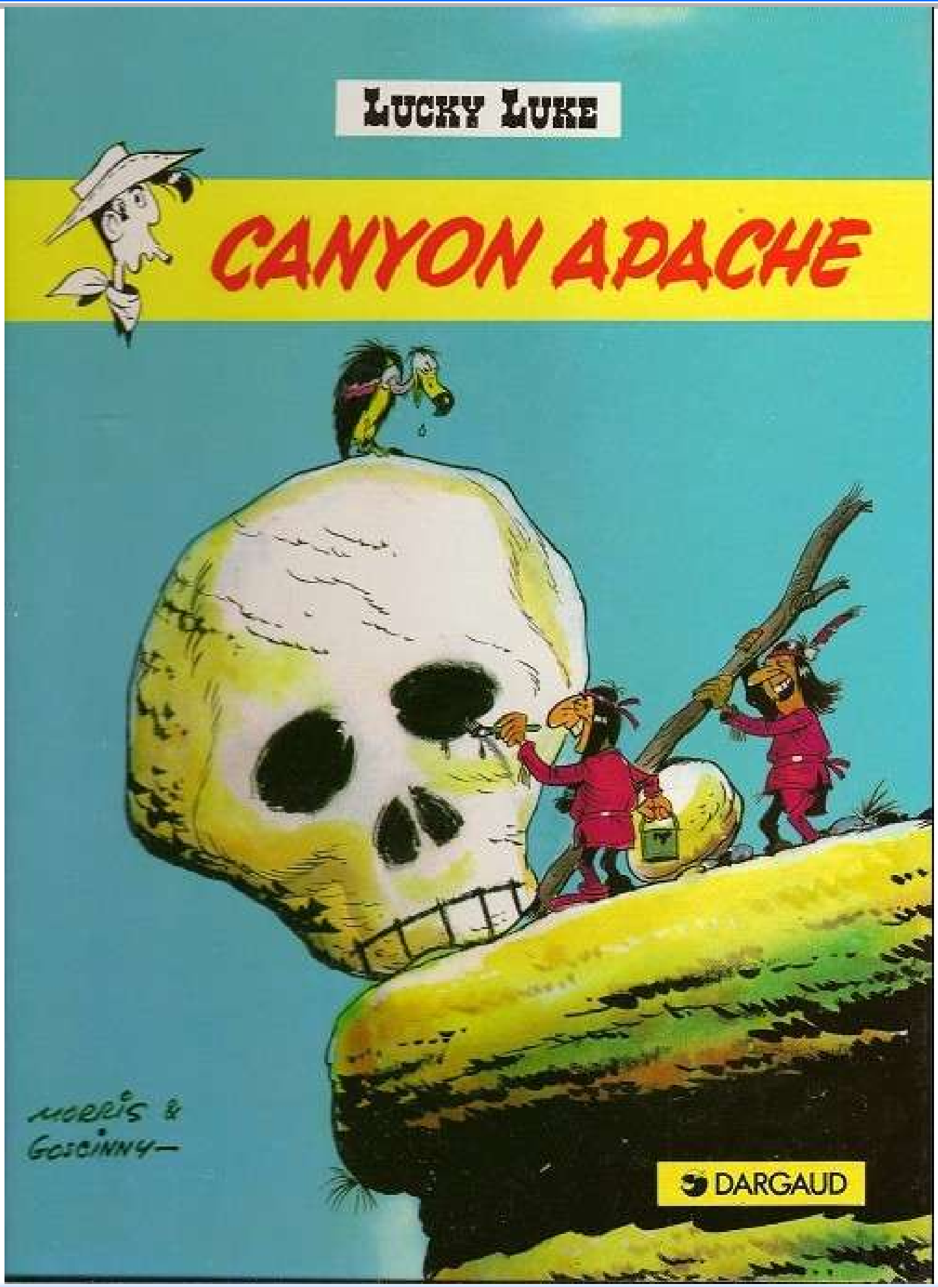


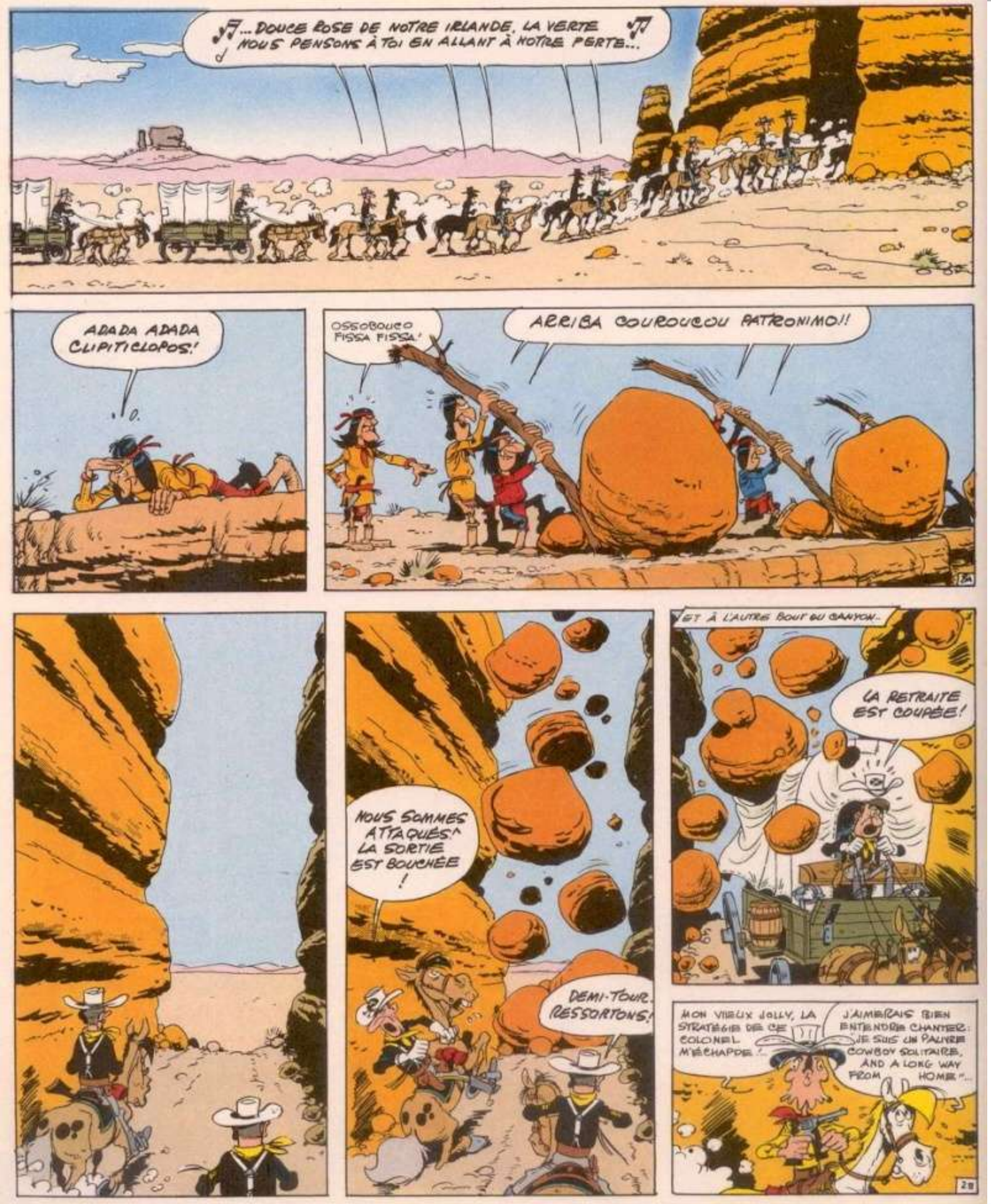
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$F.h_1 = m.g.h_2 \Rightarrow \frac{F}{m.g} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{l_2}{l_1}$$

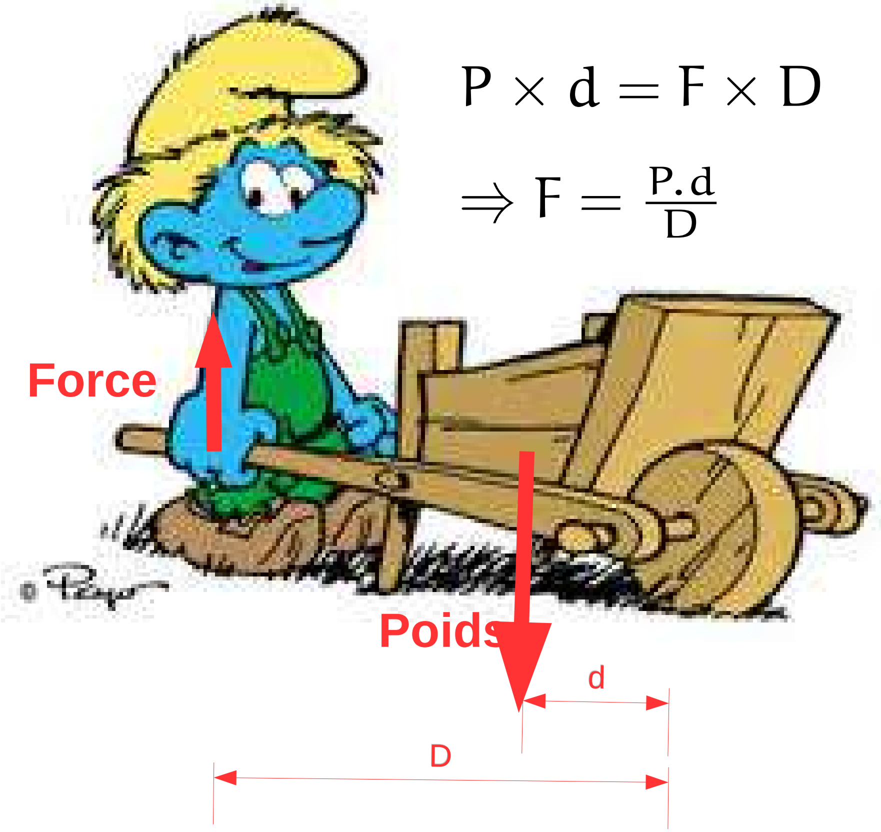
Effet levier

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques



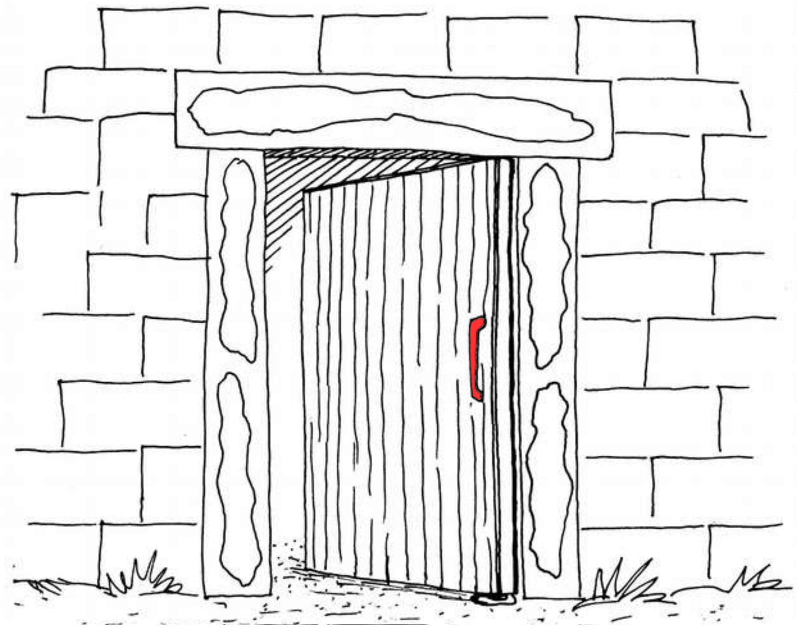


II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

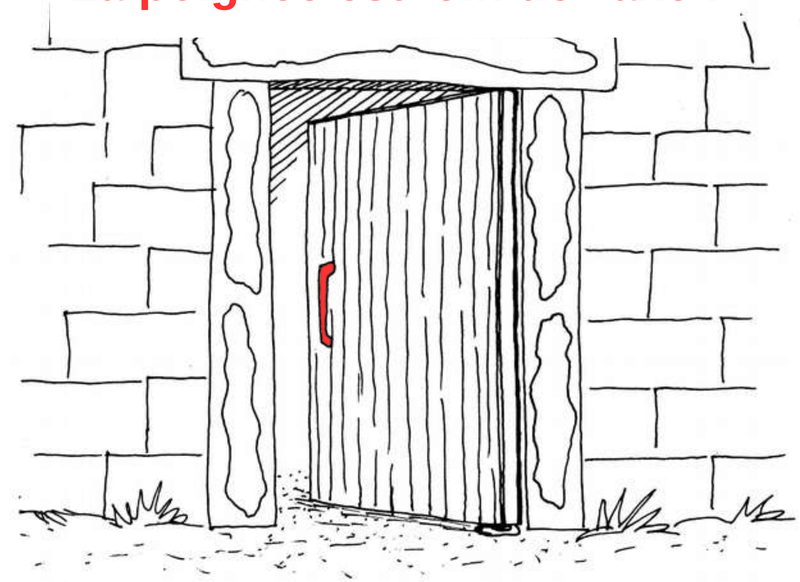


$$P \times d = F \times D$$

$$\Rightarrow F = \frac{P.d}{D}$$



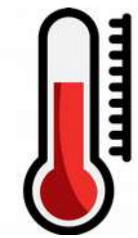
La poignée est loin de l'axe !

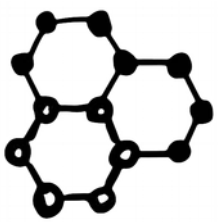


II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

c G

k_B h



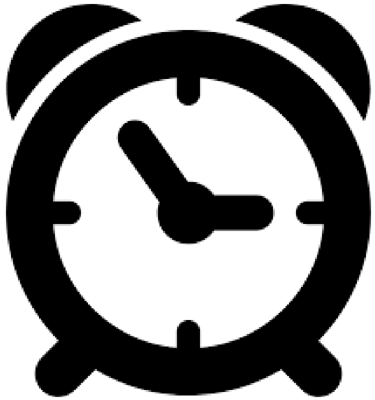


Constantes fondamentales et Dimensions

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

PISTE EINSTEIN

Distances

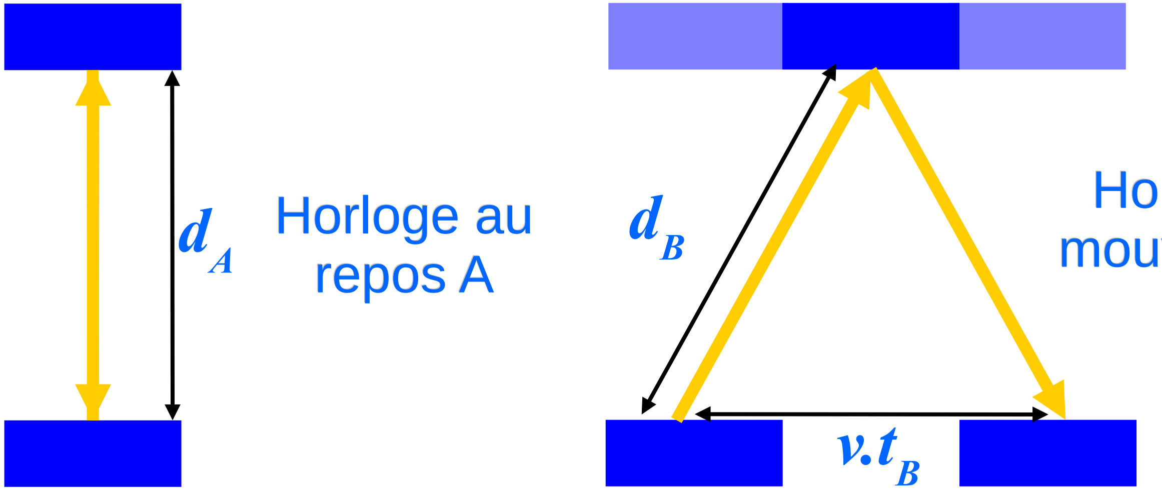


Temps

Temps, distance et Vitesse de la lumière dans le vide c

Vitesse = Distance / Temps

Mais Einstein (1905) → **vitesse de la lumière = constante !**



A la même vitesse, distance à parcourir dans B plus grande

→ **temps plus long entre 2 « ticks » de l'horloge – Dilatation du temps**

Impossibilité de l'action instantanée à distance (Relativité Restreinte)

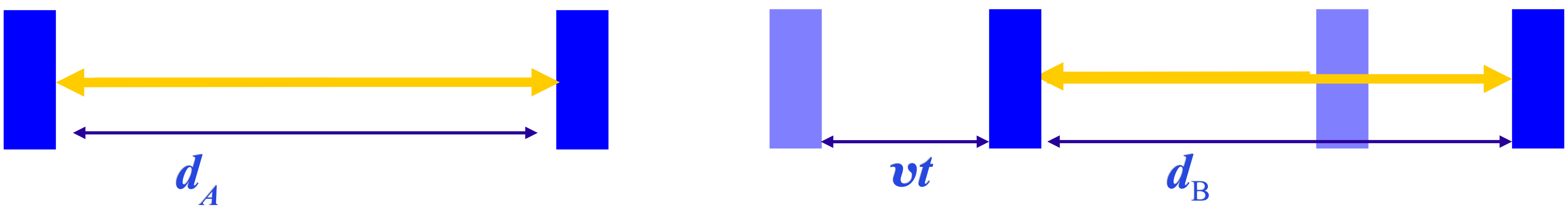
Temps, distance et Vitesse de la lumière dans le vide c

Vitesse = Distance / Temps

Mais Einstein (1905) → **vitesse de la lumière = constante !**

Horloge au repos A

Horloge en mouvement B



A la même vitesse, distance à parcourir dans B plus petite
→ **Contraction des longueurs**

Impossibilité de l'action instantanée à distance (Relativité Restreinte)

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

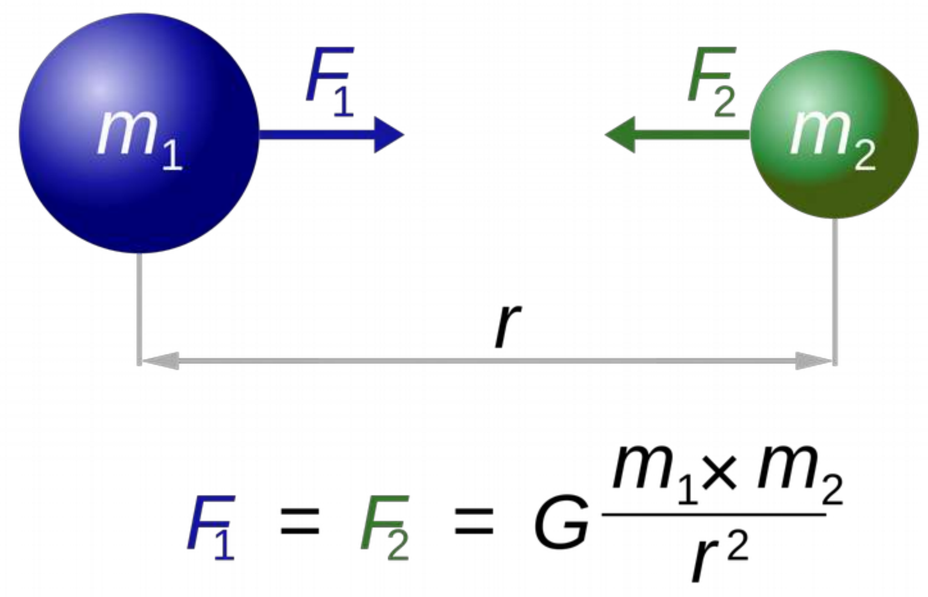
PISTE EINSTEIN

Masses

Masses et Constante de Gravitation G

PISTE EINSTEIN

Force Gravitationnelle (Newton) $\text{Force} = G\dfrac{mM}{\text{distance}^2}$



Mouvement d'un corps dû aux forces qu'il subit + masse : $\text{Force} = m \times \text{Accélération}$

→ « Accélération de la pesanteur » sur corps m : $\text{Accélération} = \dfrac{GM}{\text{distance}^2}$

→ **indépendante de la masse m**

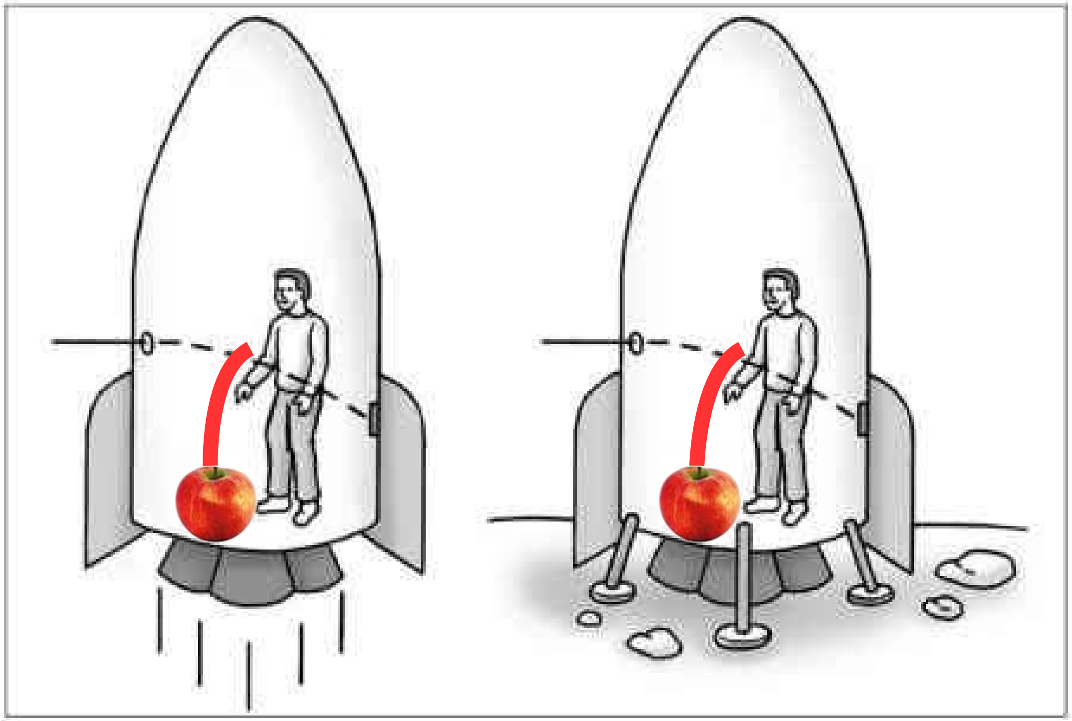
II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

Masses et Constante de Gravitation G

Force Gravitationnelle (Newton) $\mathrm{Force} = G\frac{mM}{\mathrm{distance}^2} = m \times a$

→ « Accélération de la pesanteur » sur corps m : $\mathrm{Accélération} = \frac{GM}{\mathrm{distance}^2}$

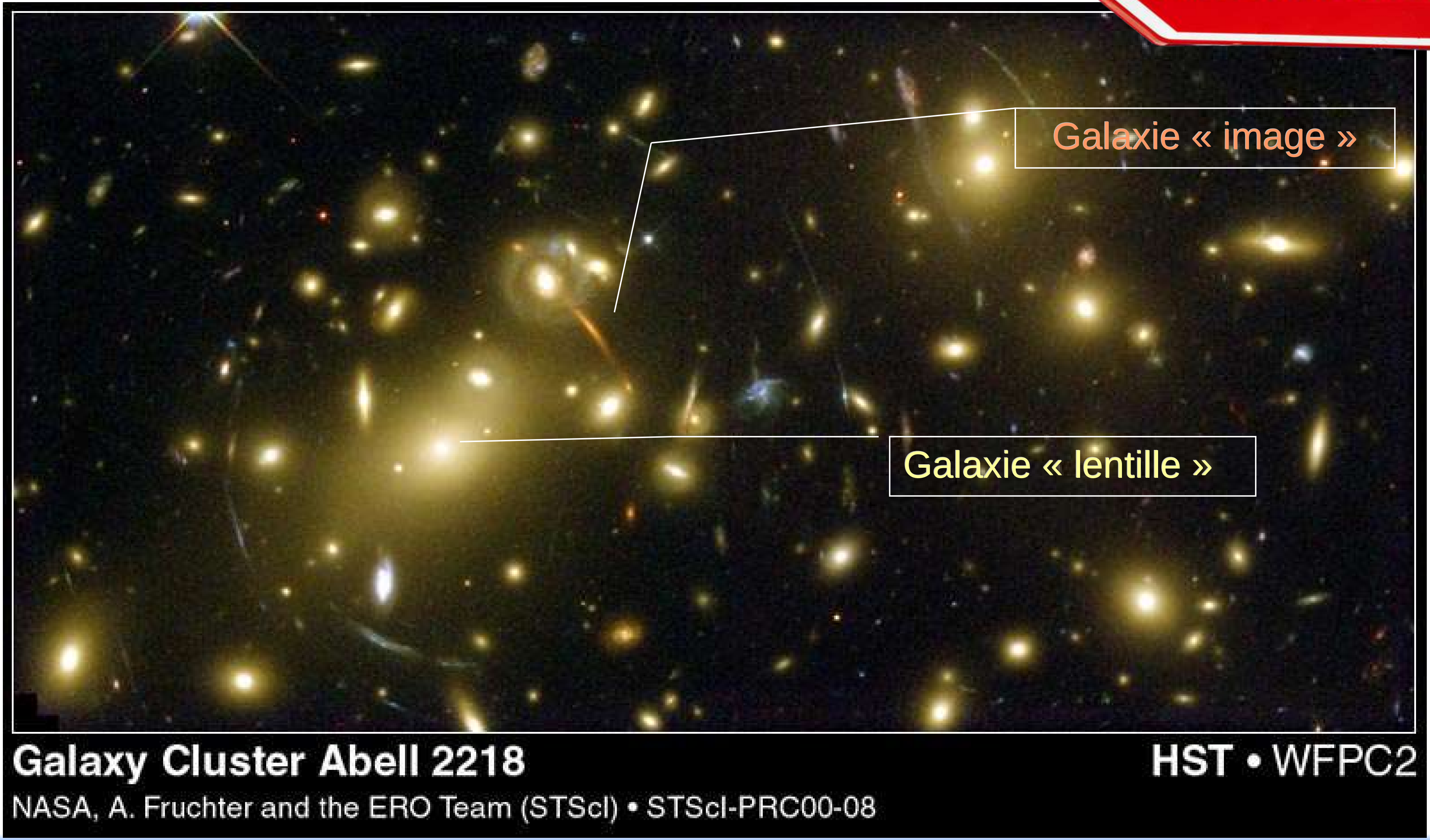
→ **indépendante de la masse m**



Impossibilité de distinguer un champ gravitationnel d'un mouvement (Relativité Générale)

Masses et Constante de Gravitation G

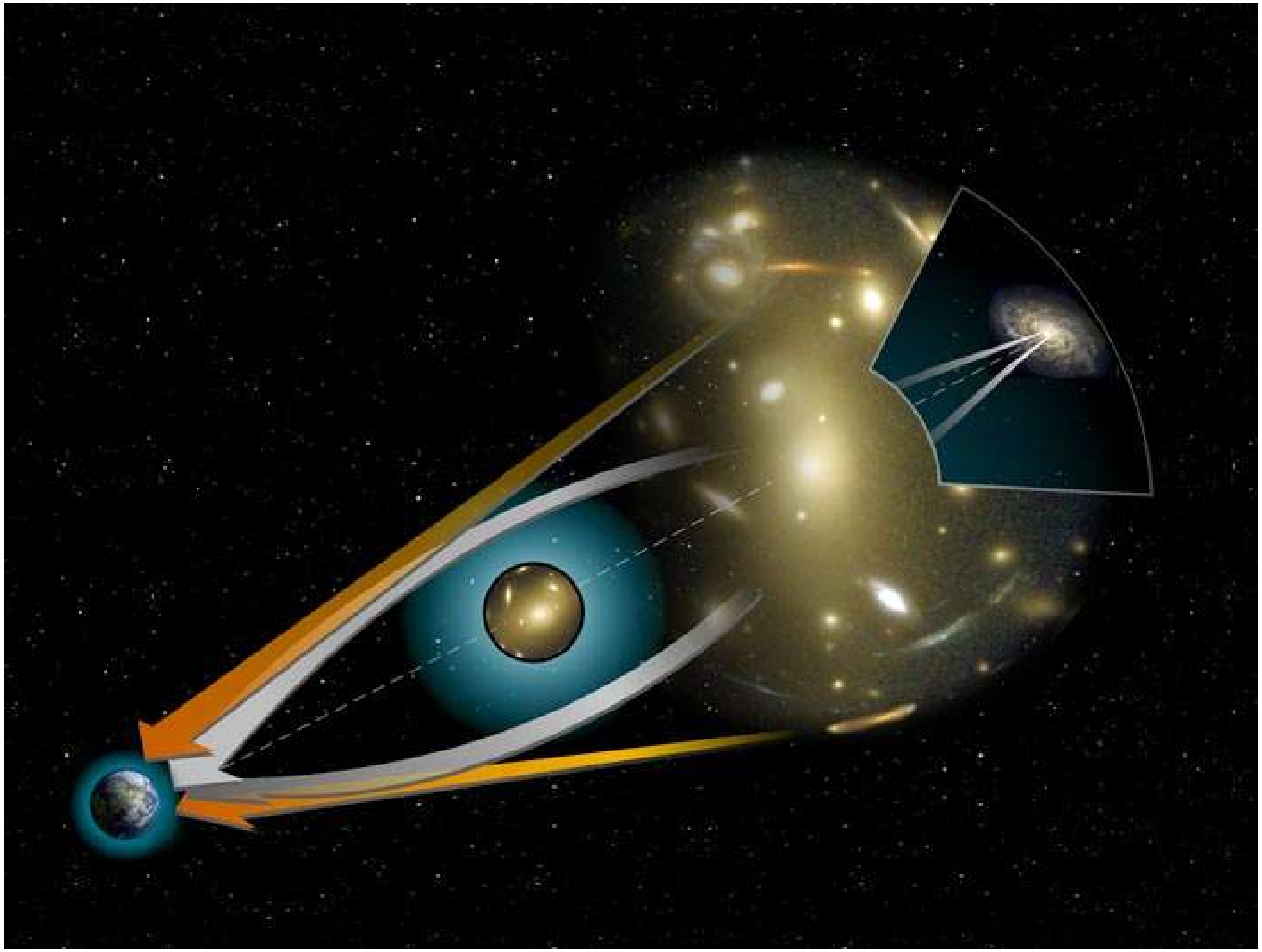
PISTE EINSTEIN



II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

Masses et Constante de Gravitation G

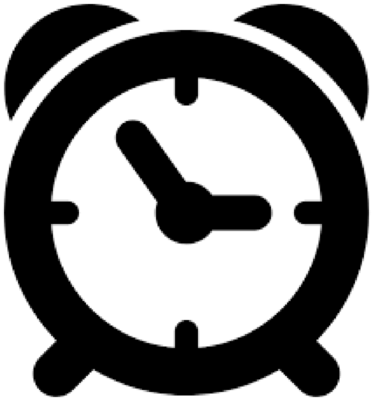
PISTE EINSTEIN



II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

PISTE EINSTEIN

Distances



Temps

Masses

Quantité de lumière

PISTE EINSTEIN

« Action » et Constante de Planck h

Petite vitesse, haute altitude

Phase longue avec $E_{cinétique}$ petite

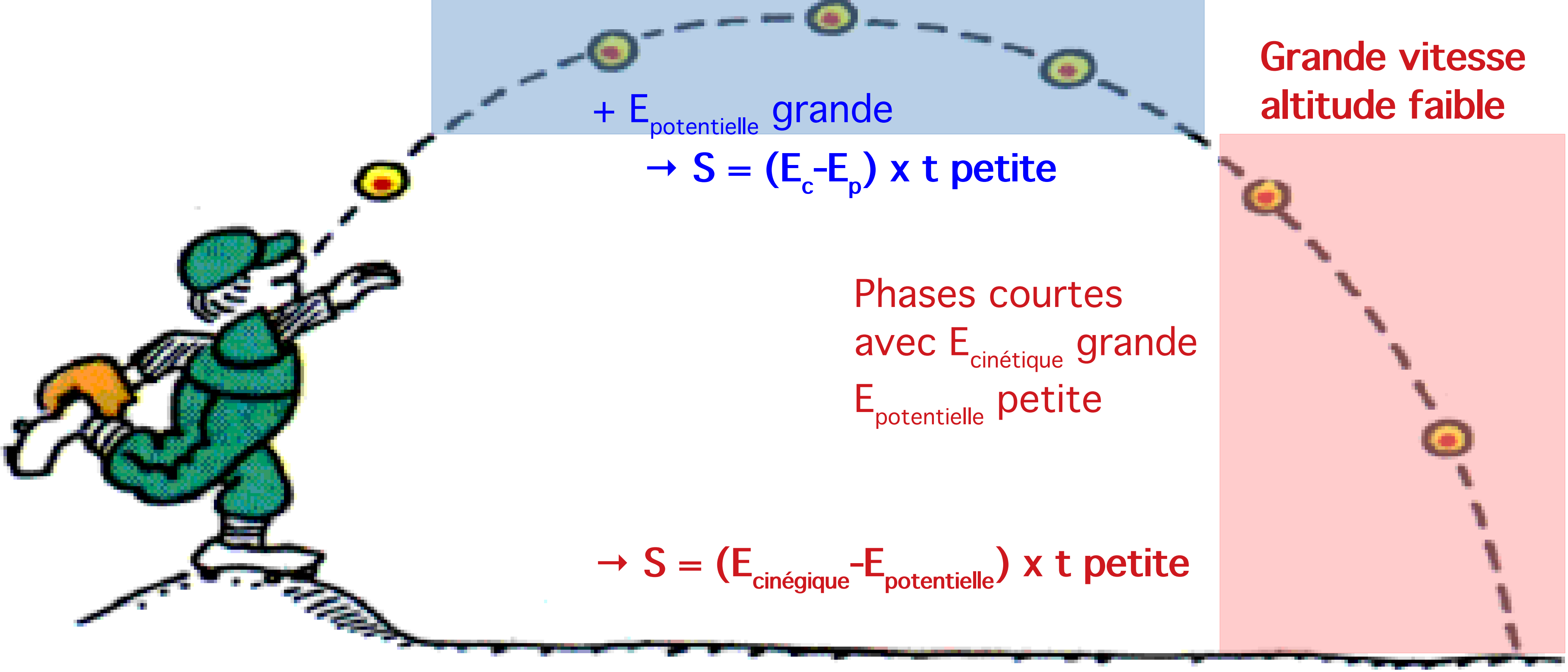
+ $E_{potentielle}$ grande

→ $S = (E_c - E_p) \times t$ petite

Grande vitesse altitude faible

Phases courtes avec $E_{cinétique}$ grande $E_{potentielle}$ petite

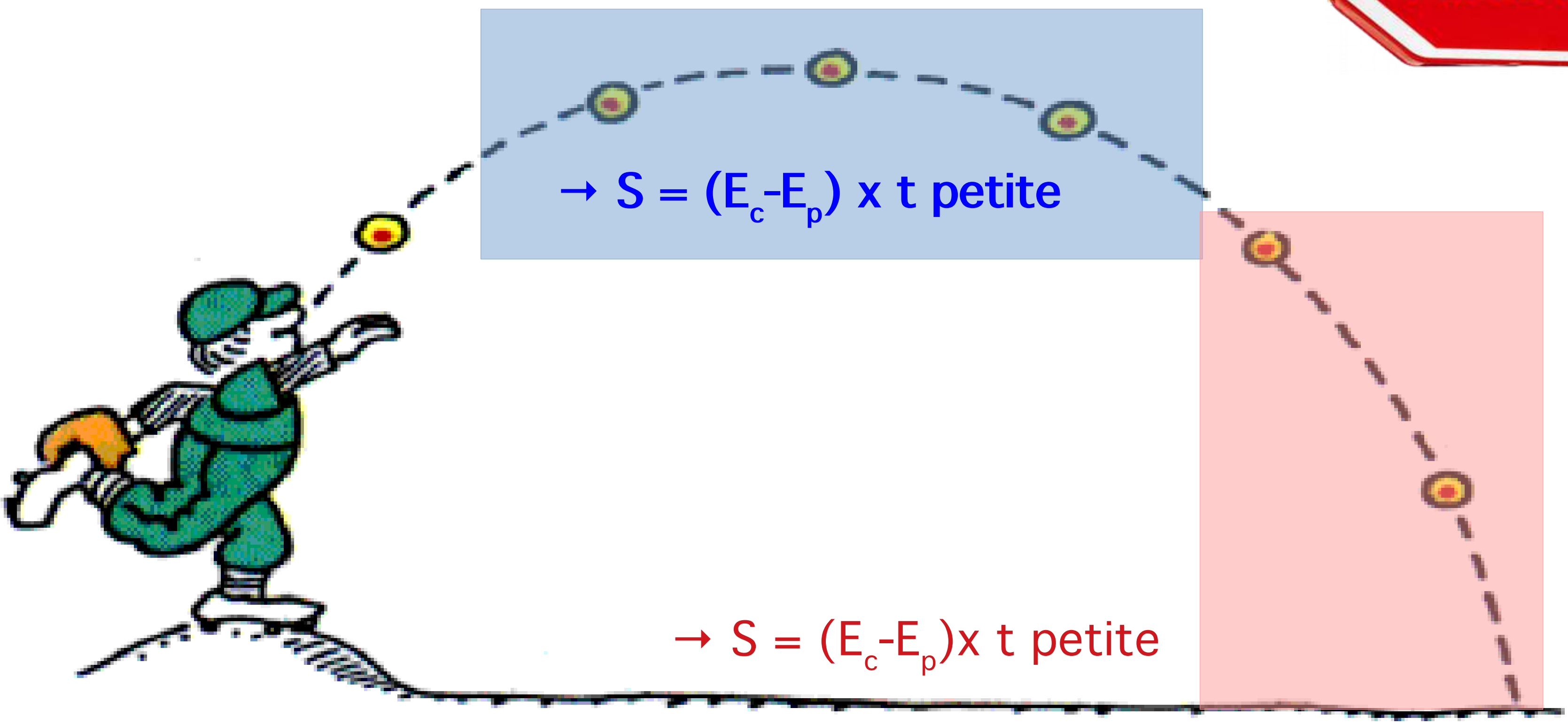
→ $S = (E_{cinégique} - E_{potentielle}) \times t$ petite



Action = Energie disponible x Durée toujours petite

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

« Action » et Constante de Planck h

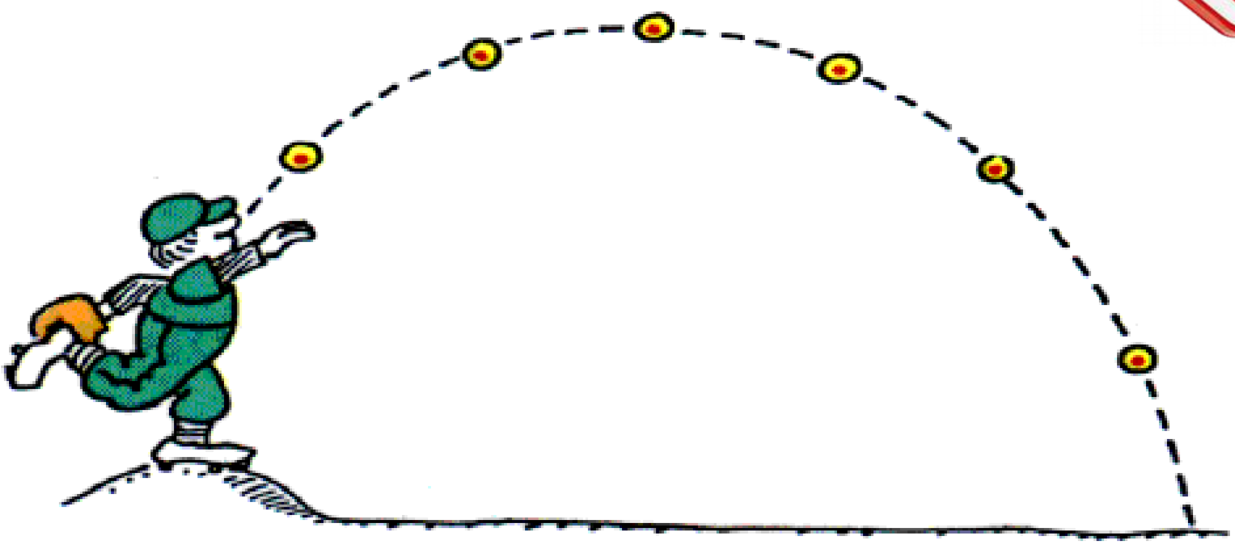


$$\text{Action} = \text{Energie} \times \text{Durée}$$ **toujours la plus petite possible**

Principe de « Moindre Action » gouverne le mouvement

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

« Action » et Constante de Planck h



Il existe une « Action » minimale = h (J.s) – Constante de Planck (1900)

→ Principes « d'incertitudes » :

$$\text{Variation d'Energie} \times \text{Variation de Temps} \approx \text{h}$$

$$\text{Variation de Position} \times \text{Variation de Vitesse} \approx \text{f(h)}$$

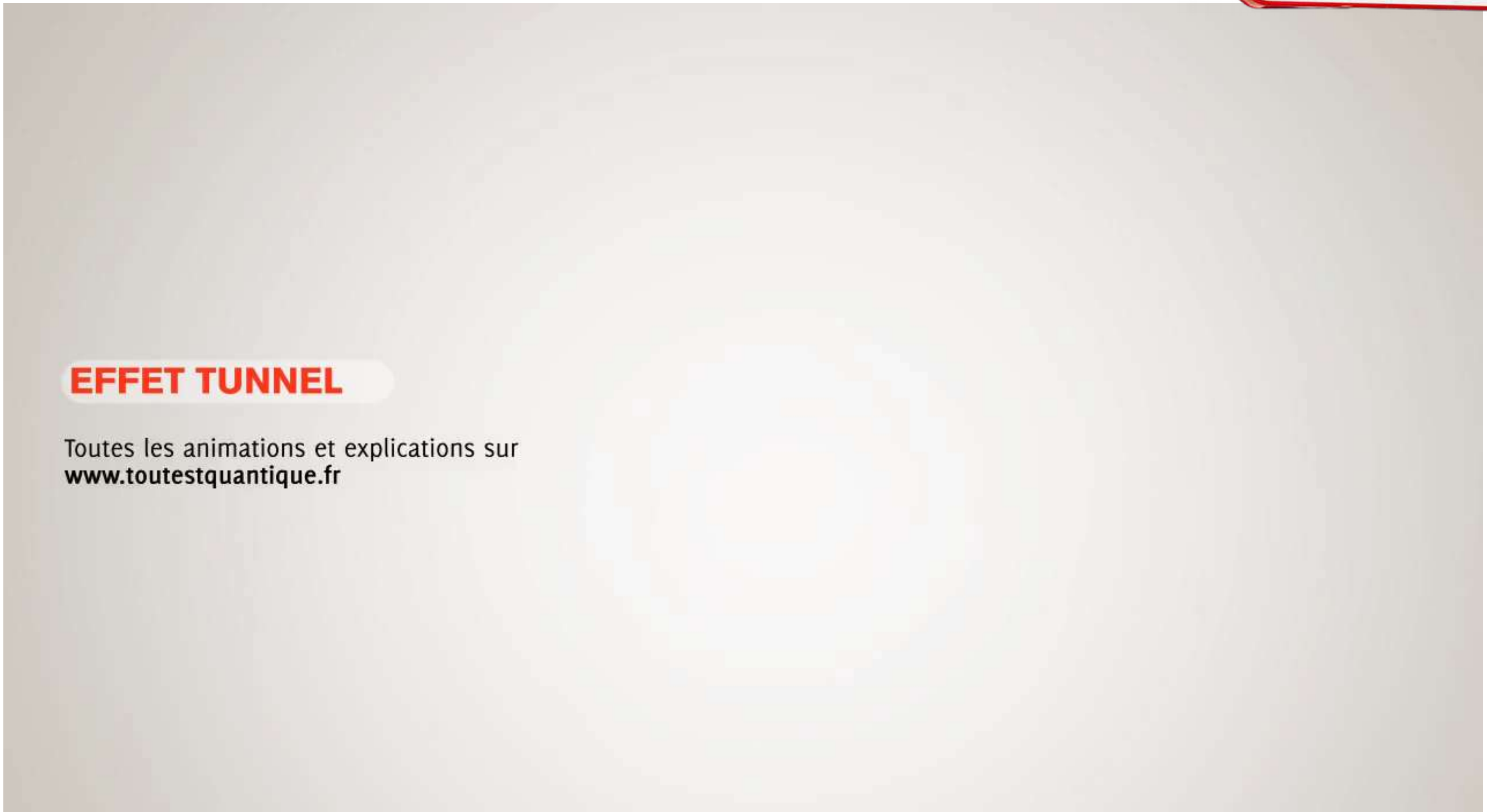
Impossibilité de connaître exactement l'état d'un système → Heisenberg

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

PISTE EINSTEIN

« Action » et Constante de Planck h

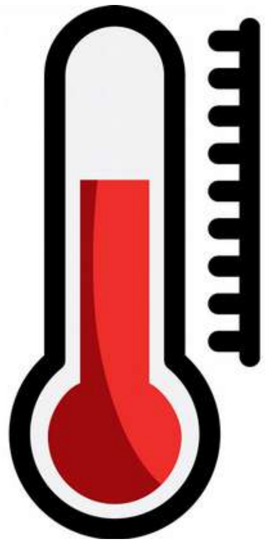
$$\text{Variation de Position} \times \text{Variation de Vitesse} \approx f(h)$$



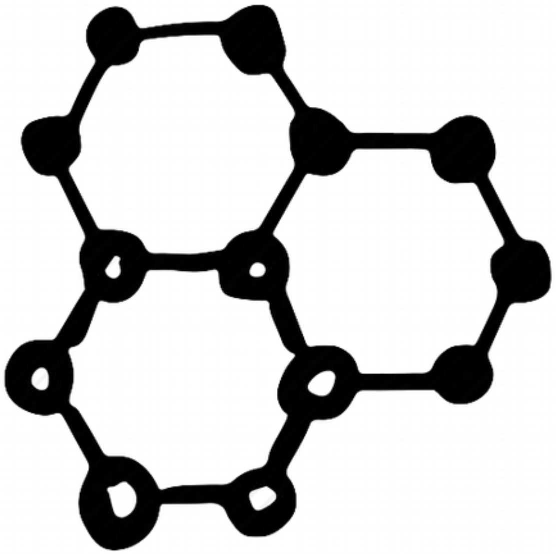
Impossibilité de connaître exactement l'état d'un système → Heisenberg

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

PISTE EINSTEIN



Températures

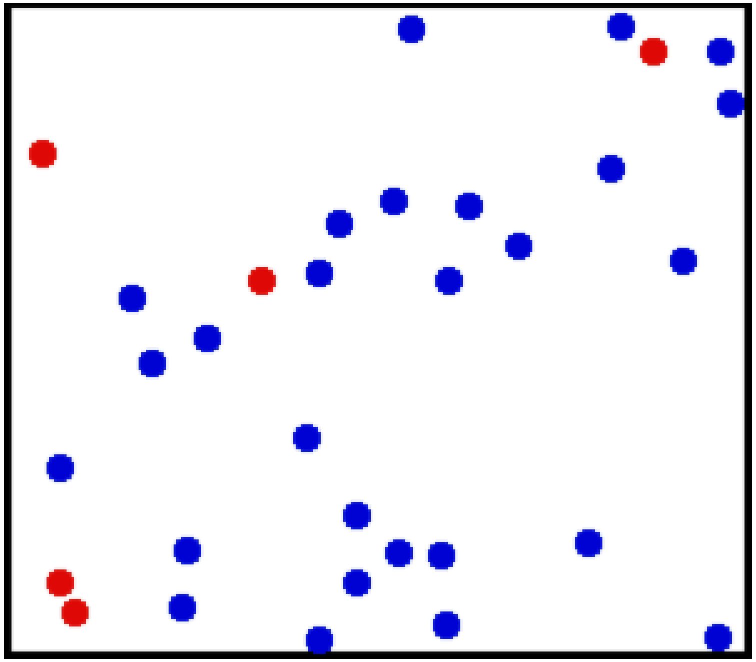


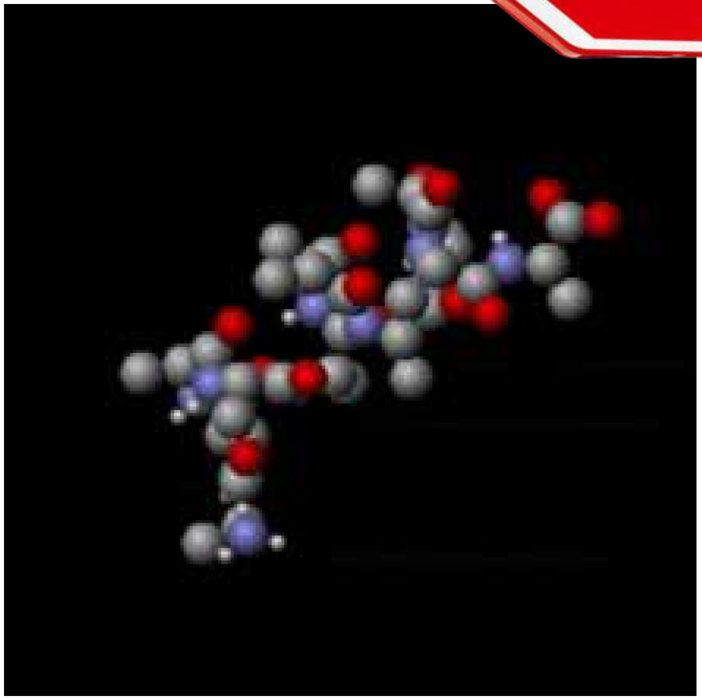
Quantité de matière

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

Energie et Constante de Boltzmann k_B

PISTE EINSTEIN

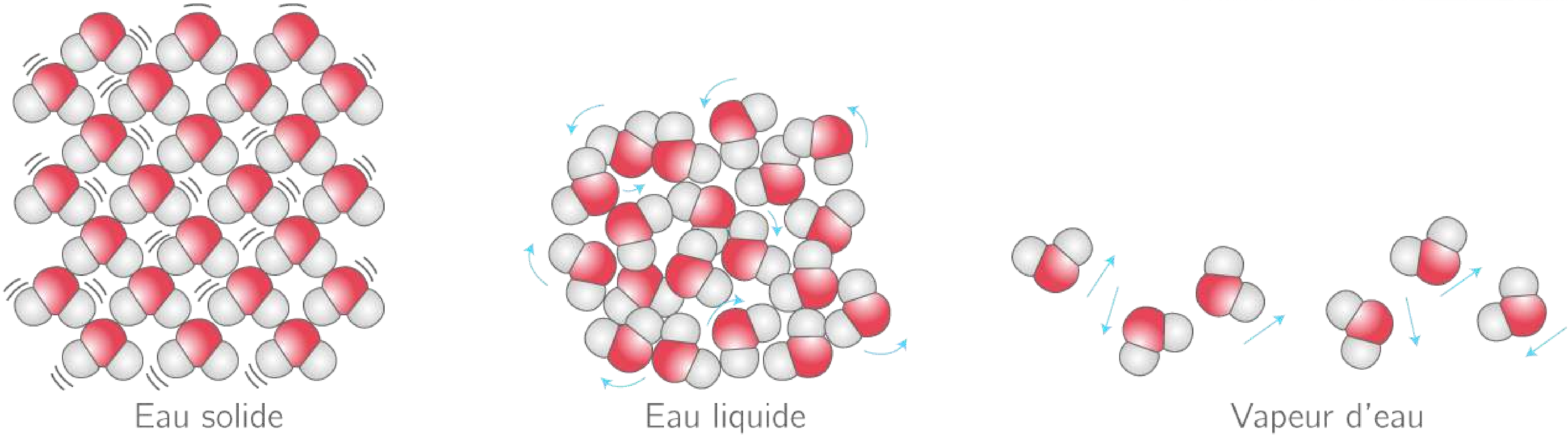




La Température est un signe de l'agitation des atomes/molécules
Energie des atomes ~ k_B Température → k_B en J/K

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

Energie et Constante de Boltzmann k_B



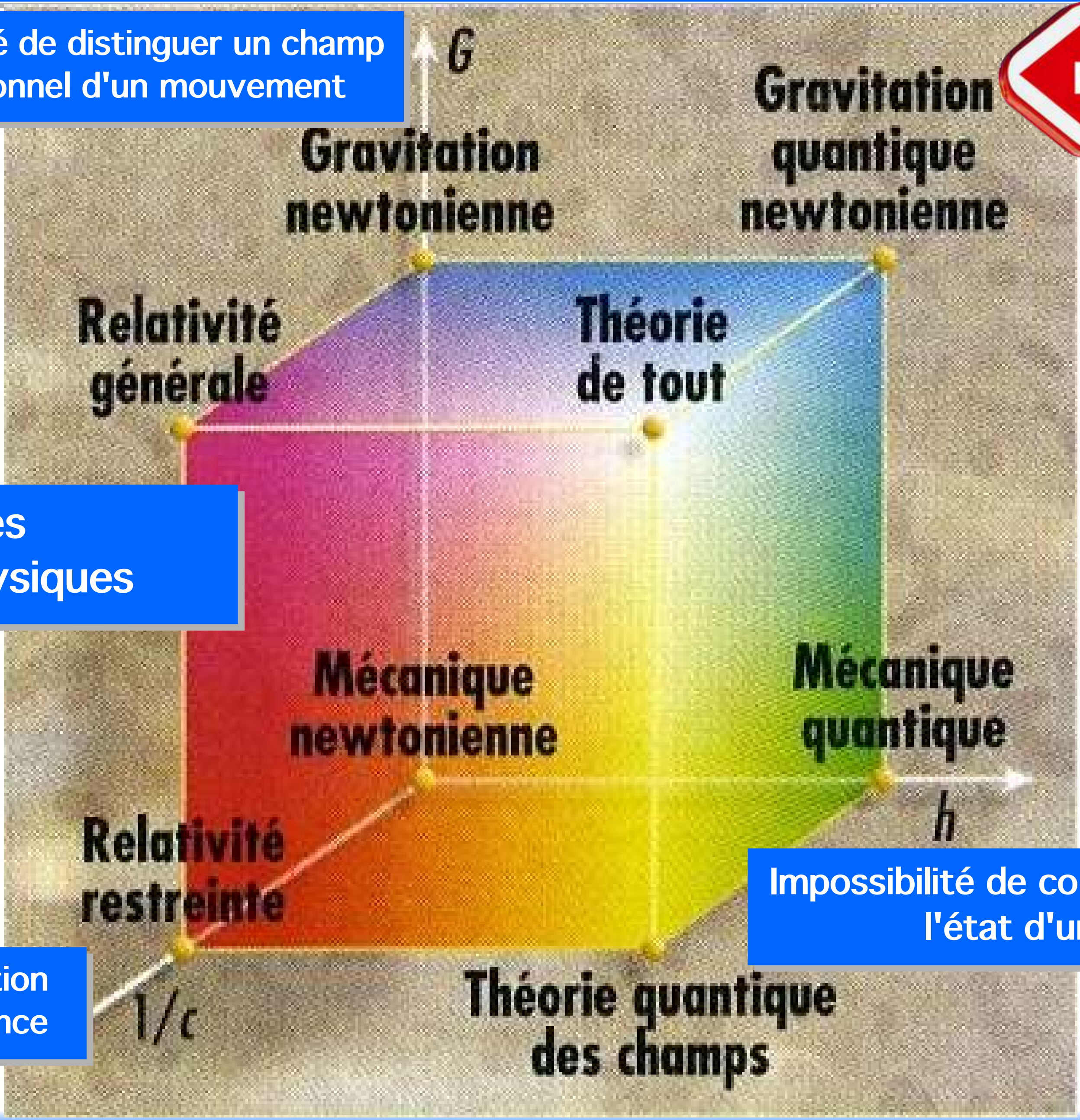
La Température est un signe de l'agitation des atomes/molécules
Energie des atomes ~ k_B Température → k_B en J/K
Agitation → désordre ou « entropie » S α k_B

Impossibilité du mouvement perpétuel
Sens des transformations physiques (temps)

II. Dimensions, Unités, et constantes physiques

Impossibilité de distinguer un champ gravitationnel d'un mouvement

PISTE EINSTEIN



Cube des Théories Physiques

Impossibilité de connaître exactement l'état d'un système

Impossibilité de l'action instantanée à distance

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

« Deviner » si une équation est juste ou fausse à partir des dimensions

$$\text{Position} = \frac{1}{2} \text{g} \times \text{temps} + \text{vitesse} \times \text{temps}$$

avec g = « accélération » de la pesanteur
sur Terre, g ≈ 10 $m.s^{-2}$

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

« Deviner » si une équation est juste ou fausse à partir des dimensions

$$\text{Position} = \frac{1}{2}\text{g} \times \text{temps} + \text{vitesse} \times \text{temps}$$

vitesse = longueur/temps

g = « accélération » de la pesanteur
[g] = L.T^{-2}

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

« Deviner » si une équation est juste ou fausse à partir des dimensions

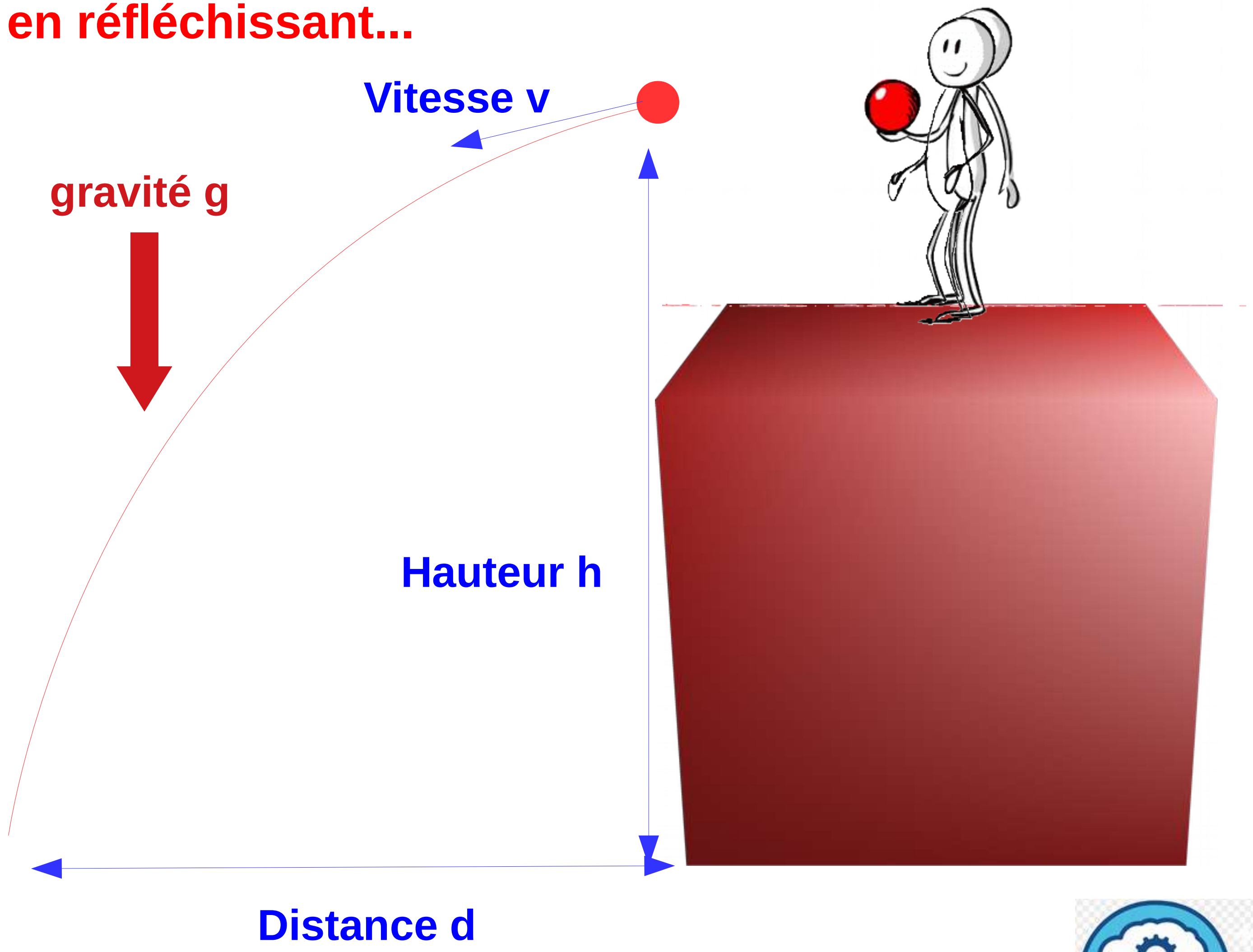
$$\cancel{\text{Position} = \frac{1}{2} g \times \text{temps} + \text{vitesse} \times \text{temps}}$$

$$\text{Position} = \frac{1}{2} \underbrace{g}_{\text{accélération, } L/T^2} \times \text{temps}^{\mathbf{2}} + \text{vitesse} \times \text{temps}$$

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}\left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right)$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{\frac{v^2}{g}}{1 - \frac{2gh}{v^2}}$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}\sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}}$

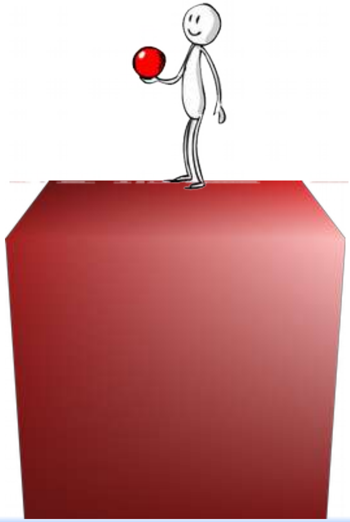


L'angle est sans dimension → n'apparait pas dans l'expression

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $[d_{max}] \stackrel{?}{=} \left[\frac{gh^2}{v^2}\right] = L.T^{-2} \times \frac{L^2}{(L.T^{-1})^2} = L^{1+2-2}.T^{-2-(-2)} = L$
- $[d_{max}] \stackrel{?}{=} \left[\frac{v^2}{g}\right] = \frac{(L.T^{-1})^2}{L.T^{-2}} = L^{2-1}.T^{-1\times 2-(-2)} = L$
- $[d_{max}] \stackrel{?}{=} \left[\sqrt{\frac{v^2 h}{g}}\right] = \left(\frac{(L.T^{-1})^2.L}{L.T^{-2}}\right)^{1/2} = (L^{2+1-1}.T^{-2+2})^{1/2} = L^{2/2} = L$
- $[d_{max}] \stackrel{?}{=} \left[\frac{v^2}{g}\left(1+\frac{2gh}{v^2}\right)\right] = L \times \left(\frac{L.T^{-2}.L}{(L.T^{-1})^2}\right) = L \times (L^{2-2}.T^{-2+2}) = L$
- $[d_{max}] \stackrel{?}{=} \left[\frac{\frac{v^2}{g}}{1-\frac{2gh}{v^2}}\right] = \frac{L}{1} = L$
- $[d_{max}] \stackrel{?}{=} \left[\frac{v^2}{g}\sqrt{1+\frac{2gh}{v^2}}\right] = L \times \left(\frac{L.T^{-2}.L}{(L.T^{-1})^2}\right)^{1/2}$
  $= L \times (L^{2-2}.T^{-2+2})^{1/2} = L$

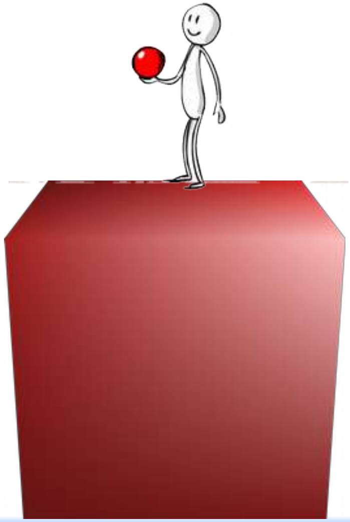


Toutes sont bien « homogènes » à des distances !

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}$

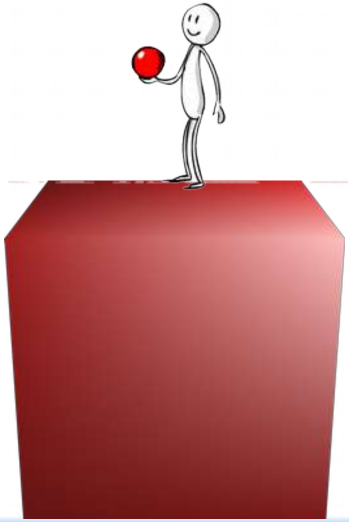


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}$

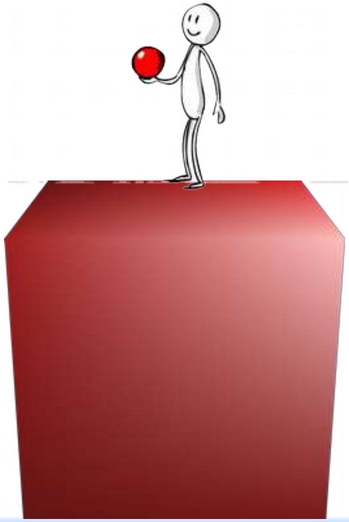
→ $d_{max} = 0$ si $h = 0$? vraiment ?
→ d_{max} augmente si v diminue ?



III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $\cancel{\mathrm{d_{max}} \overset{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $\mathrm{d_{max}} \overset{?}{=} \frac{v^2}{g}$

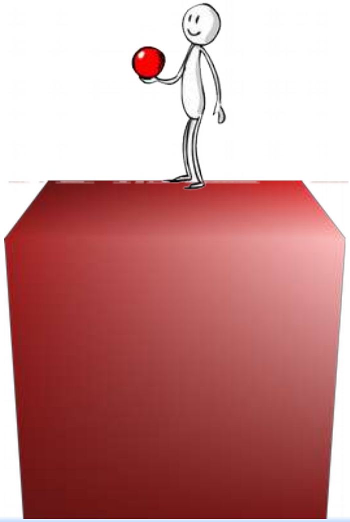


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

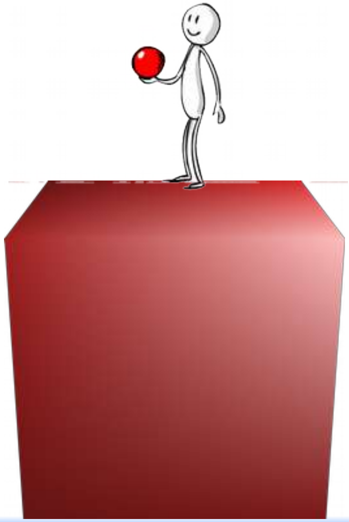
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}$

→ d_{max} ne dépend pas de la hauteur h ?



Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $\cancel{d_{\max} \stackrel{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $\cancel{d_{\max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}}$
- $d_{\max} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}$

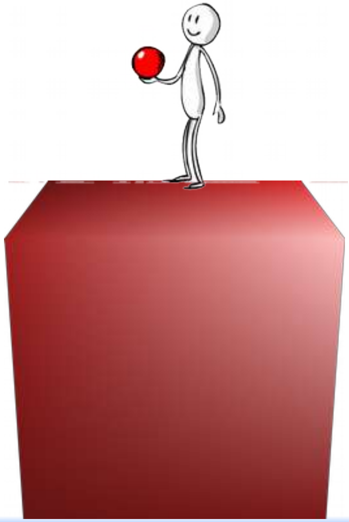


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{g h^2}{v^2}}$
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}}$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}$

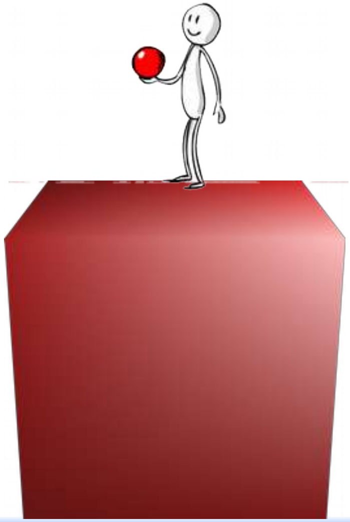
→ $d_{max} = 0$ si $h = 0$?



III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $d_{max} \cancel{\overset{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $d_{max} \cancel{\overset{?}{=} \frac{v^2}{g}}$
- $d_{max} \cancel{\overset{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}}$
- $d_{max} \overset{?}{=} \frac{v^2}{g}\left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right) = \frac{v^2}{g} + 2h$

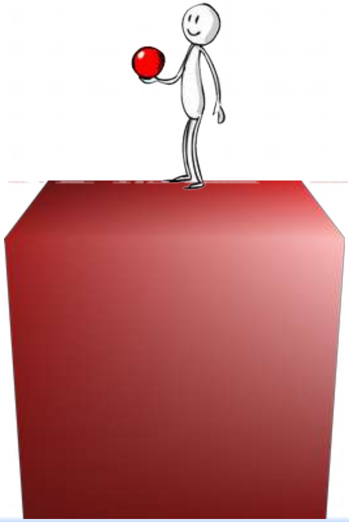


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}}$
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}}$
- $d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}\left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right) = \frac{v^2}{g} + 2h$

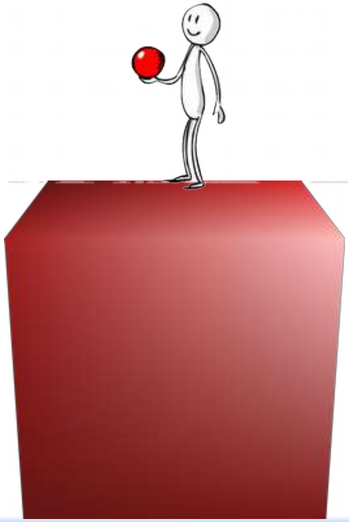
→ d_{max} tend vers 2h si v = 0 ?



III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $\cancel{d_{max} \overset{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $\cancel{d_{max} \overset{?}{=} \frac{v^2}{g}}$
- $\cancel{d_{max} \overset{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}}$
- $\cancel{d_{max} \overset{?}{=} \frac{v^2}{g}} \left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right) = \frac{v^2}{g} + 2h$
- $d_{max} \overset{?}{=} \frac{\frac{v^2}{g}}{1 - \frac{2gh}{v^2}}$

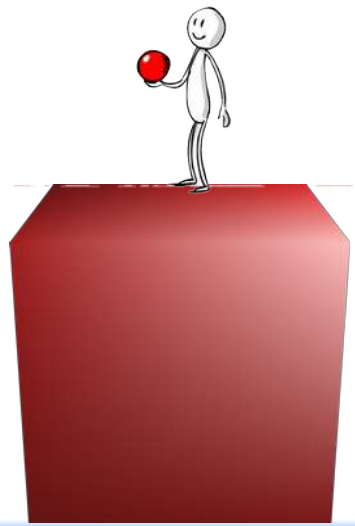


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $d_{\max} \cancel{\overset{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $d_{\max} \cancel{\overset{?}{=} \frac{v^2}{g}}$
- $d_{\max} \cancel{\overset{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}}$
- $d_{\max} \cancel{\overset{?}{=} \frac{v^2}{g}} \left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right) = \frac{v^2}{g} + 2h$
- $d_{\max} \overset{?}{=} \frac{\frac{v^2}{g}}{1 - \frac{2gh}{v^2}}$

→ d_{max} devient infinie si $v^2 = 2gh$?

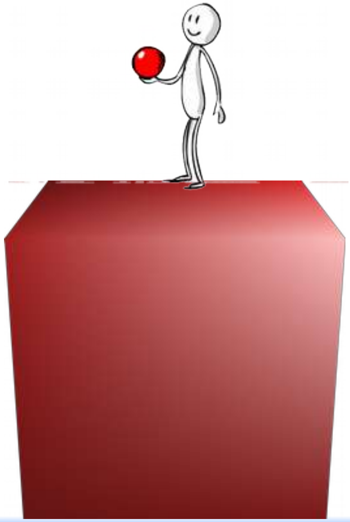


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Trouver la bonne solution en réfléchissant...

- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{gh^2}{v^2}}$
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}}$
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{v^2 h}{g}}}$
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}} \left(1 + \frac{2gh}{v^2}\right) = \frac{v^2}{g} + 2h$
- $\cancel{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{\frac{v^2}{g}}{1 - \frac{2gh}{v^2}}}$
- $\boxed{d_{max} \stackrel{?}{=} \frac{v^2}{g}\sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}}}$

On a trouvé la bonne solution ! Ouf !



III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

« Analyse » aux dimensions (analyse dimensionnelle) – un outil puissant !

Effet Doppler ?

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Effet Doppler ?

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

La fréquence diminue (vers le rouge)

La fréquence augmente (vers le bleu)

Effet Doppler ?

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Analyse Dimensionnelle – un outil puissant !

1 - Paramètres : f, Δf, $v_{vaisseau}$, v_{son}

$\rightarrow \Delta f = \text{fonction}(f, v_{vaisseau}, v_{son})$

Cherchons la solution sous la forme

$\rightarrow \Delta f = \text{Constante} \times f^x \times v^y_{vaisseau} \times v^z_{son}$

$\rightarrow [\Delta f] = T^{-1} = [f]^x\,[v_{vaisseau}]^y\,[v_{son}]^z$

$\rightarrow T^{-1} = \boxed{T^{-1}}.\boxed{L^0} = T^{-x}.(L^y.T^{-y}).(L^z.T^{-z}) = \boxed{T^{-x-y-z}}\boxed{L^{y+z}}$

Donc $\boxed{y+z=0} \rightarrow y = -z$

Puis $\boxed{-x-y-z=-1} \rightarrow x+y+z = x = 1$

Soit : $\Delta f = K\,.\,f\,.\,(v_{vaisseau}/v_{son})^y$ $\quad \Rightarrow \dfrac{\Delta f}{f} = \text{fonction}\left(\dfrac{v_{vaisseau}}{v_{son}}\right)$

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Analyse Dimensionnelle – un outil puissant !

1 - Paramètres : f, Δf, $v_{vaisseau}$, v_{son}

→ $f = \text{fonction}(\Delta f, v_{vaisseau}, v_{son})$

Cherchons la solution sous la forme

→ $f = \text{Constante} \times \Delta f^x \times v^y_{vaisseau} \times v^z_{son}$

→ $[f] = T^{-1} = [\Delta f]^x \, [v_{vaisseau}]^y \, [v_{son}]^z$

→ $T^{-1} = T^{-1} . L^0 = T^{-x} \cdot (L^y.T^{-y}).(L^z.T^{-z}) = T^{-x-y-z} \; L^{y+z}$

On peut en déduire : $\dfrac{\Delta f}{f} = \text{fonction}\left(\dfrac{v_{vaisseau}}{v_{son}}\right)$

2 - 4 paramètres, 2 dimensions : L, T → 4-2 = 2 nombres sans dimensions gouvernent le système

→ On identifie $\Delta f/f$ et $v_{vaisseau}/v_{son}$ sans dimensions

$$\Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \text{fonction}\left(\frac{v_{vaisseau}}{v_{son}}\right)$$

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Analyse Dimensionnelle – un outil puissant !

1 - Paramètres : f, Δf, $v_{vaisseau}$, v_{son}

→ f = fonction(Δf, $v_{vaisseau}$, v_{son})

Cherchons la solution sous la forme

→ f = Constante x Δf^x x $v^y_{vaisseau}$ x v^z_{son}

→ $[f] = T^{-1} = [\Delta f]^x\ [v_{vaisseau}]^y\ [v_{son}]^z$

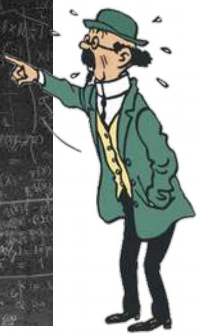
→ $T^{-1} = T^{-x}\cdot(L^y.T^{-y}).(L^z.T^{-z})$

On peut en déduire : $$\frac{\Delta \mathrm{f}}{\mathrm{f}} = \text{fonction}\left(\frac{v_{\text{vaisseau}}}{v_{\text{son}}}\right)$$

2 - 4 paramètres, 2 dimensions : L, T → 4-2 = 2 nombres sans dimensions gouvernent le système $$\frac{\Delta \mathrm{f}}{\mathrm{f}} = \text{fonction}\left(\frac{v_{\text{vaisseau}}}{v_{\text{son}}}\right)$$

En réalité : $$\frac{\Delta \mathrm{f}}{\mathrm{f}} = \left(\frac{v_{\text{vaisseau}}}{v_{\text{son}}}\right)$$

Peut-on faire mieux ?



Analyse Dimensionnelle

1ère méthode

Faire la liste des paramètres a,b,c,...
Identifier l'observable O recherchée

Ecrire les dimensions de O, a, b, c
Rechercher la solution sous la forme :

$O = a^x b^y c^z$, en écrivant que $[O] = [a^x b^y c^z]$

2ème méthode

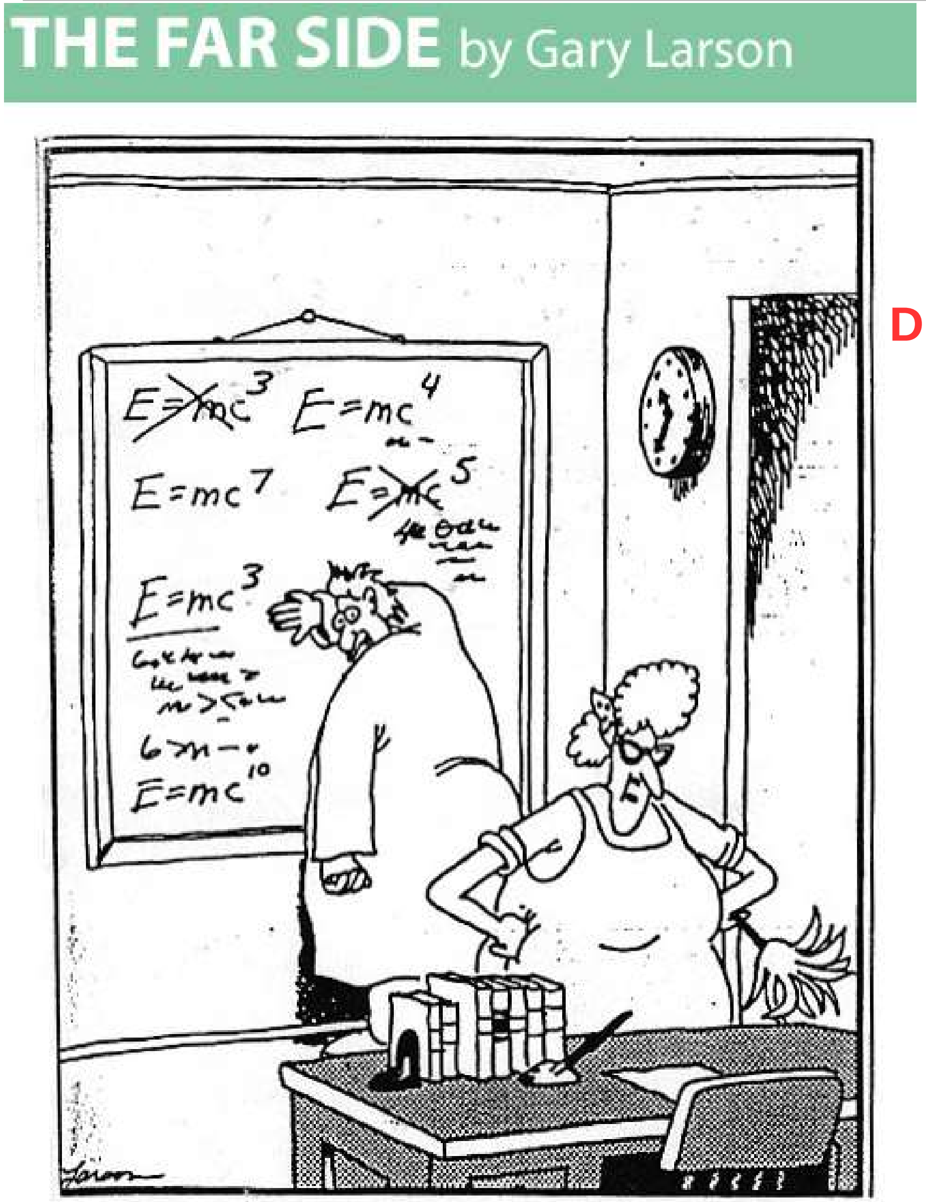
Compter les paramètres 0, a, b, c : N
Compter le nombre de dimensions : k
Former les **N-k nombres sans dimensions** π_i qui gouvernent le système

π_0 liée à l'Observable recherchée

π_1, π_2, π_3,...avec les autres paramètres

→ alors π_0 = fonction(π_1, π_2, π_3,..)

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions



"Now that desk looks better. Everything's squared away, yessir, squaaaaaared away."

Dimension d'une énergie :

$[E] = [F\text{x}L] = M.L^2.T^{-2} = [m\ c^x] = M.(L.T^{-1})^x$

$[E] = M.\mathbf{L^2}.\mathbf{T^{-2}} = M.\mathbf{L^x}.\mathbf{T^{-x}}$

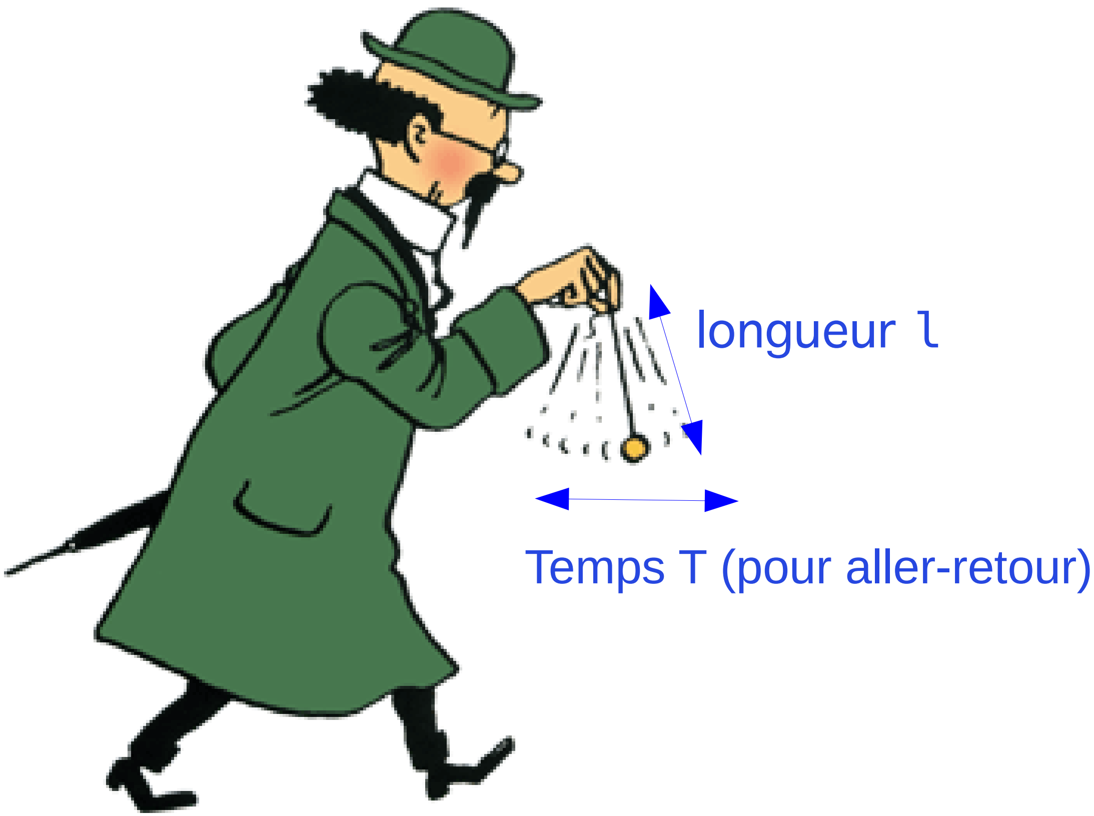
→ forcément x = 2 !!

$$E = mc^2$$

« Maintenant, ce bureau a meilleure allure. Tout est bien au carré, oui monsieur, au carré ! »

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Période d'oscillation du pendule de Tournesol



Période d'oscillation du pendule de Tournesol

1- T = f(angle,m,l,g)

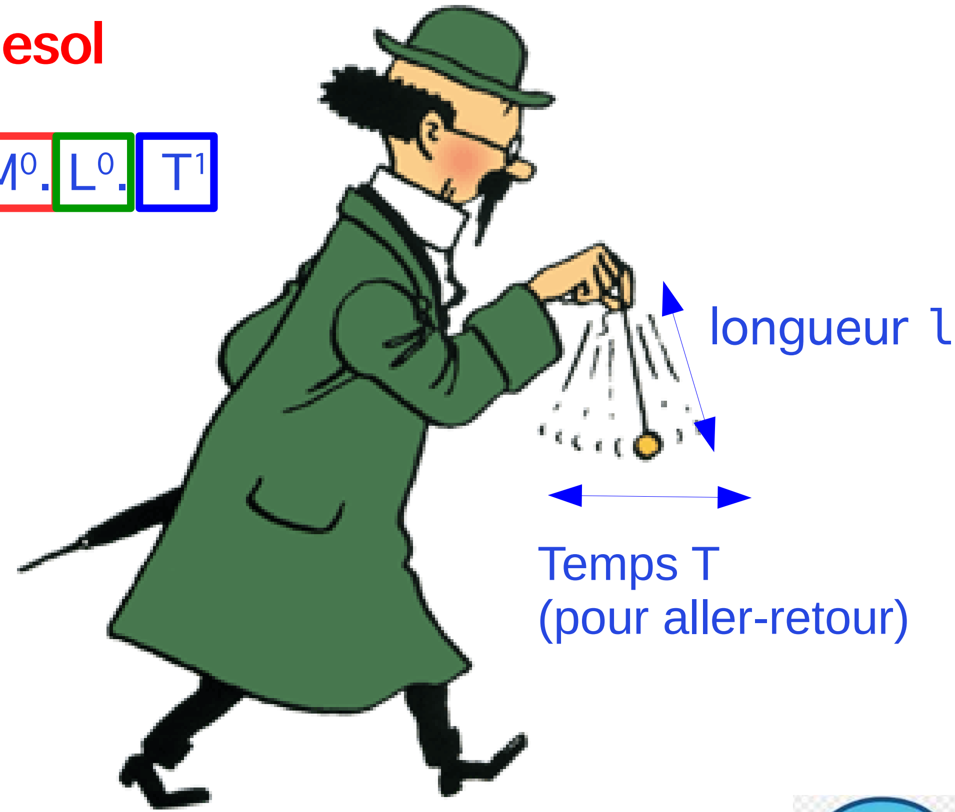
$T = \text{Angle}^a\, M^b\, L^c\, (L.T^{-2})^d = \boxed{M^b}\,\boxed{L^{c+d}}\,\boxed{T^{-2d}} = \boxed{M^0.}\boxed{L^0.}\boxed{T^1}$

→ $\boxed{b = 0}$!

→ $\boxed{-2d = 1}$ → $d = -1/2$

→ $\boxed{c+d = c-1/2 = 0}$ → $c = 1/2$

$$T \propto \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ ou } T\sqrt{\frac{g}{l}} = \text{constante}$$



2- 5 paramètres, 3 dimensions (M,L,T)

→ 2 nombre sans dimensions : A + angle

→ A = f(angle)

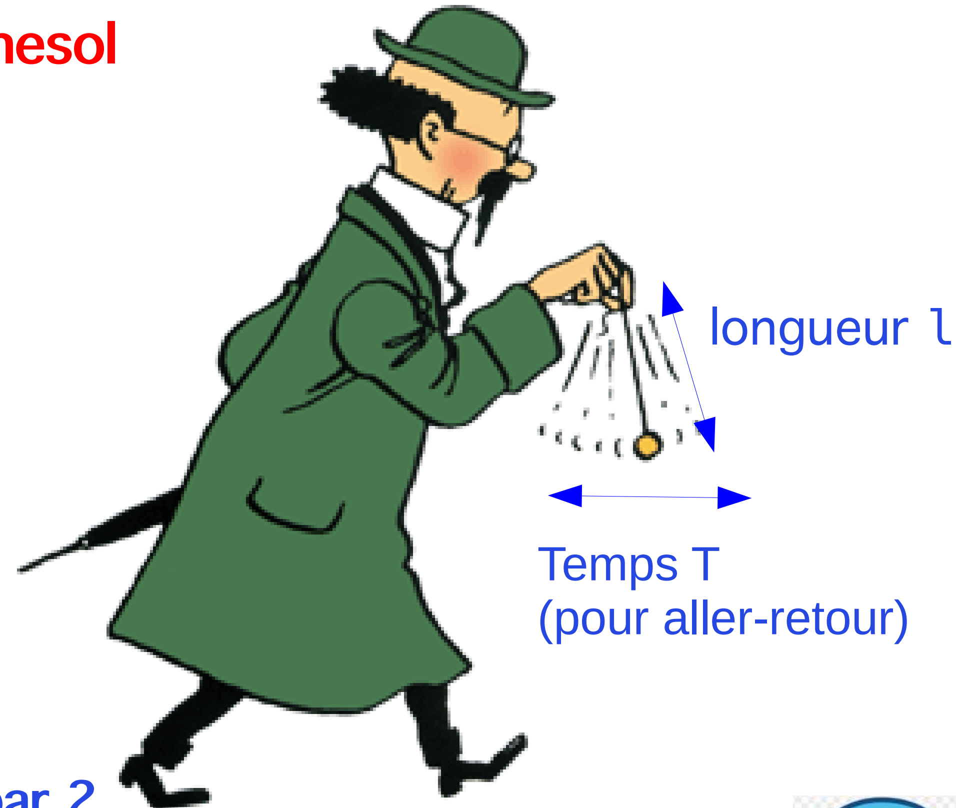
$$T\sqrt{\frac{g}{l}} = f(\text{angle})$$

Vérifions expérimentalement ce résultat !

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Expérience - Période du pendule de Tournesol

$$T \propto \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ ou } T\sqrt{\frac{g}{l}} = \text{constante}$$



1 - T indépendante de la masse ?

2 – T indépendante de l'angle initiale ?

3 – T varie en √longueur :
→ donc si l est multipliée par 4, T multipliée par 2

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Expérience – Période du pendule de Tournesol

$$T \propto \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ ou } T\sqrt{\frac{g}{l}} = \text{constante}$$

1 - T indépendante de la masse ?

OUI

2 – T indépendante de l'angle initiale ?

OUI

3 – T varie en √longueur :
→ donc si l est multipliée par 4, T multipliée par 2

OUI

La loi en $l^{1/2}$ est vérifiée !

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Expérience – Période du pendule de Tournesol

$$\mathrm{T} \propto \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ ou } \mathrm{T}\sqrt{\frac{g}{l}} = \text{constante}$$

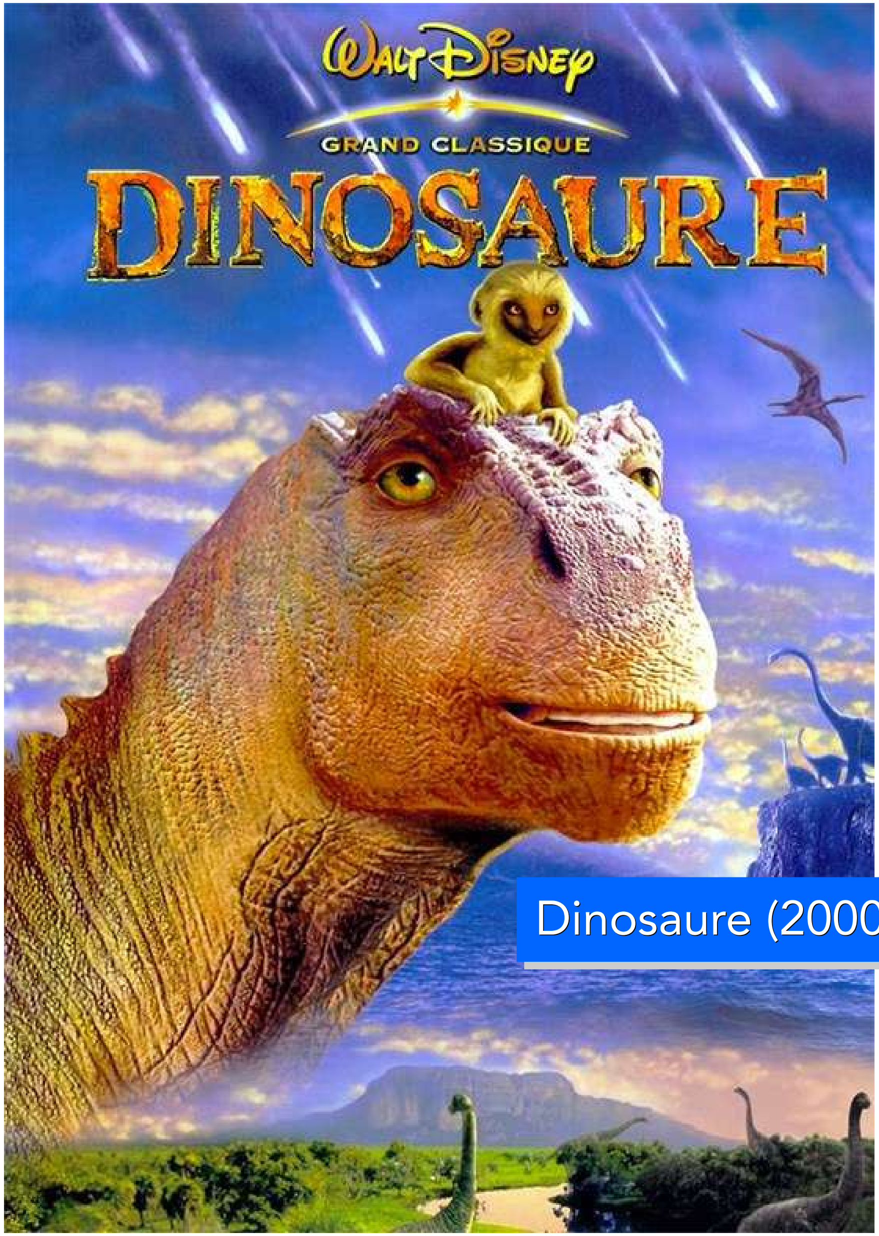
En réalité :

$$\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Analyse dimensionnelle adaptée pour connaître les variations de l'observable en fonction des autres, pas pour une estimation numérique précise...

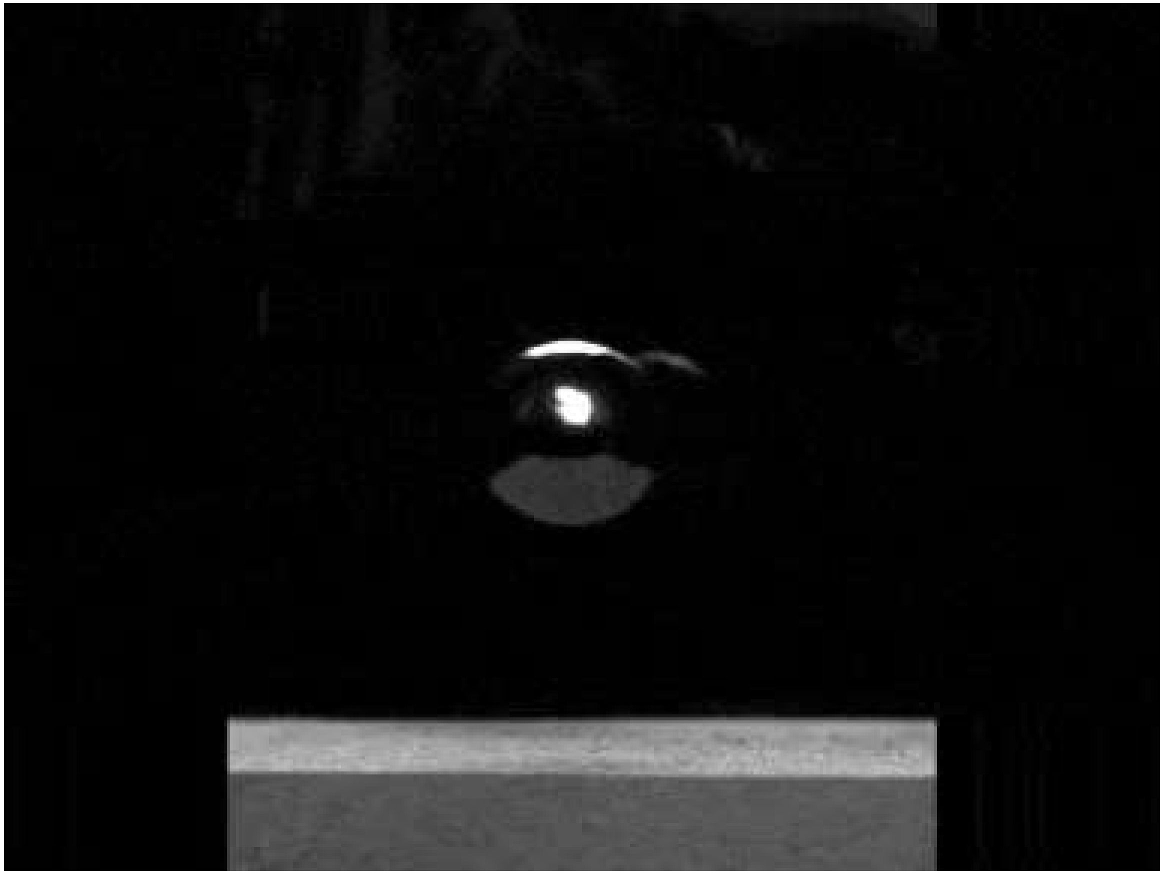
III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Armageddon (1998)



Dinosaure (2000)

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions



Des cratères dans la cuisine !

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Paramètres : Energie E, R, gravité g, Masse volumique de la roche ρ

$[E] = M.L^{2}.T^{-2}$

$[g] = L.T^{-2}$

$[\rho] = M.L^{-3}$

$[R] = L$

→ 4 paramètres, 3 dimensions !

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

On a donc $R = \rho^x.g^y.E^z$

$\rightarrow L = \boxed{M^0}.\boxed{L^1}.\boxed{T^0} = (M.L^{-3})^x.(L.T^{-2})^y.(M.L^2.T^{-2})^z = \boxed{M^{x+z}}.\boxed{L^{-3x+y+2z}}.\boxed{T^{-2y-2z}}$

$\rightarrow T \; : \boxed{2y = -2z} \rightarrow y = -z$

$\rightarrow M \; : \boxed{x+z = 0} \rightarrow x = -z$

$\rightarrow L \; : \boxed{1 = -3x + y + 2z} = 3z - z + 2z = 4z \rightarrow z = 1/4$

$$R \propto \rho^{-\frac{1}{4}} g^{-\frac{1}{4}} E^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{E}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}}$$

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Ici Energie = hauteur de chute du projectile → E = m.g.h

$$R \propto \left(\frac{E}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{mgh}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{mh}{\rho}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Vérifions expérimentalement ce résultat !

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

$$R \propto \left(\frac{E}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{mgh}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{mh}{\rho}\right)^{\frac{1}{4}}$$

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

$$R \propto \left(\frac{E}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{mgh}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{mh}{\rho}\right)^{\frac{1}{4}}$$

La loi en $h^{1/4}$ est vérifiée !

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

007 Spectre (2015)

Quelle taille de météorite pour former un tel cratère ?

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Gara Medouar (Maroc)

$$R \propto \left(\frac{E}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow E \propto \rho.g.R^4$$

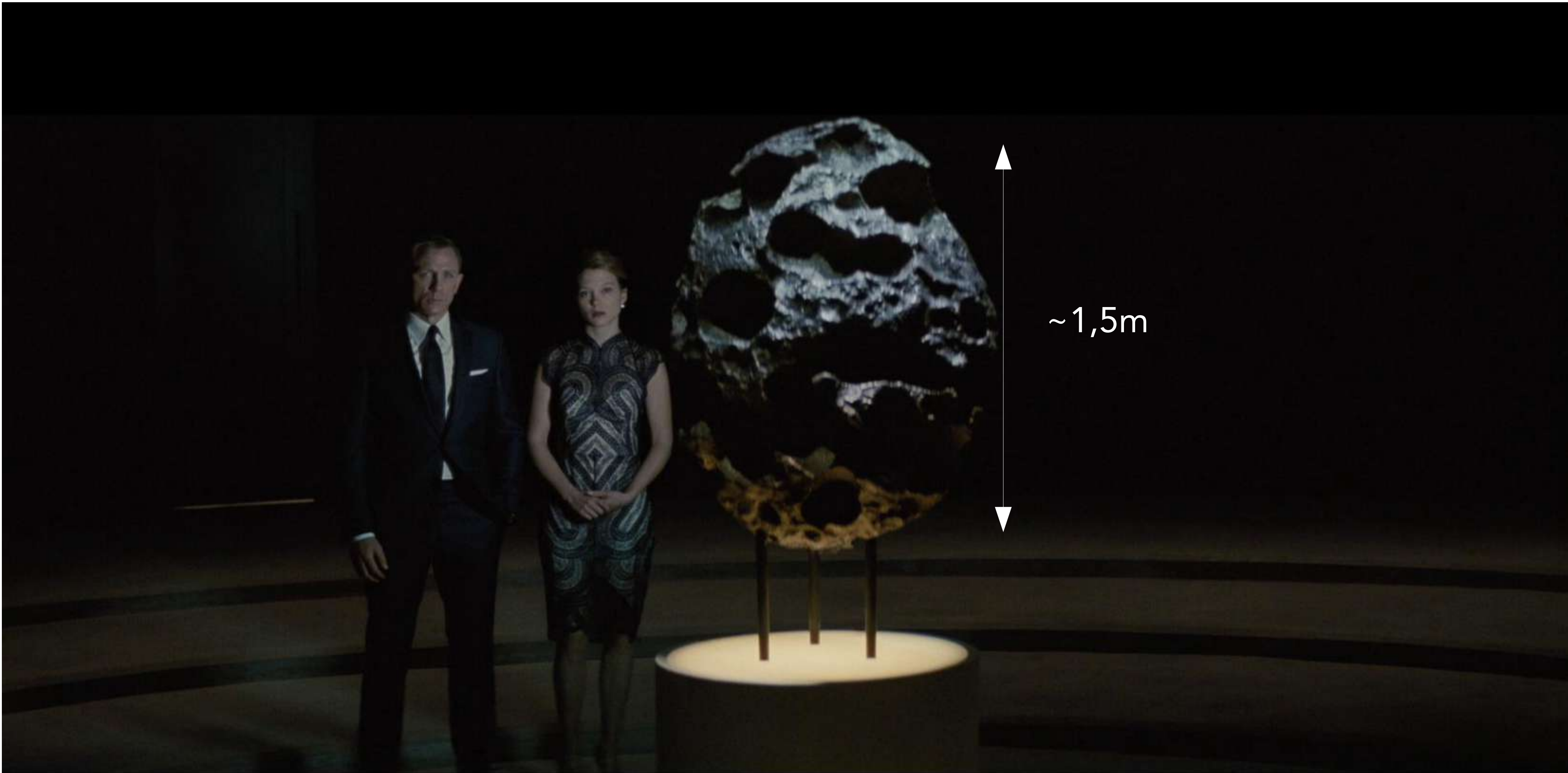
E = m.g.h (si vitesse à l'infinie = 0)

→ $m.h_{atmosphère} = \rho\ R^4$
avec $h_{atmosphère}$ ~ 1000 km
et ρ_{roche} ~ 2000 kg/m³

→ m~2 x 600^4 kg ~ 2 x 10^8 kg ?

PISTE EINSTEIN

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions



hum…masse ~ 1/1000 population mondiale ?

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Gara Medouar (Maroc)

$$R \propto \left(\frac{E}{\rho . g}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow E \propto \rho . g . R^4$$

→ $m \sim 2 \times 10^8$ kg ?

Pour une sphère de r ~ 1m de rayon
$V = 4/3\pi\, r^3 \sim 4m^3$ implique
$\rho_{météorite} \sim 10^7$ kg/m³

Osmium, Iridium, Platine ~ 20 000 kg/m³

PISTE EINSTEIN

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Gara Medouar (Maroc)

$$R \propto \left(\frac{E}{\rho.g}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow E \propto \rho.g.R^4$$

La météorite était plus grosse ?

$V = 4/3\pi\ r^3$

Masse = $\rho_{\text{météorite}}$ x $4/3\pi\ r^3$

$\rho_{\text{météorite}} \sim 20\ 000\ kg/m^3$

$\rho_{\text{météorite}}$ x $4/3\pi\ r^3$ x $h_{\text{atmosphère}} = \rho_{\text{roche}}\ R^4$

$$r = \left(\frac{3\rho_{\text{roche}}R^4}{4\pi h_{\text{atmosphère}}\rho_{\text{météorite}}}\right)^{1/3} \approx 15\text{m}$$

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Vitesse terminale de chute

$$\text{Poids} = m.g = F_{\text{trainée}} \propto \rho_{\text{air}} S v^2$$

avec $S = \pi r^2$

$$m.g = \rho_{\text{air}} \pi r^2 v^2$$
$$\Rightarrow v^2 = \frac{m.g}{\pi r^2 \rho_{\text{air}}}$$

Avec $E = ½ m v^2$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{m^2.g}{\pi r^2 \rho_{\text{air}}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{m^2.g}{\pi r^2 \rho_{\text{air}}} = \rho g R^4$$

Prenons r ~ 1m

$$m^2 = 2\pi \rho_{\text{air}} \rho R^4 \Rightarrow m \approx \sqrt{6 \times 2000} \times 600^4 \approx 4 \times 10^{12} \text{kg}$$

Pour $\rho_{\text{météorite}}$ ~ 20 000 kg/m³, il faut

$$r = \left(\frac{\sqrt{2\pi \rho_{\text{air}} \rho_{\text{roche}}} R^2}{\frac{4}{3} \pi \rho_{\text{météorite}}} \right)^{1/3} \approx 40\text{m}$$

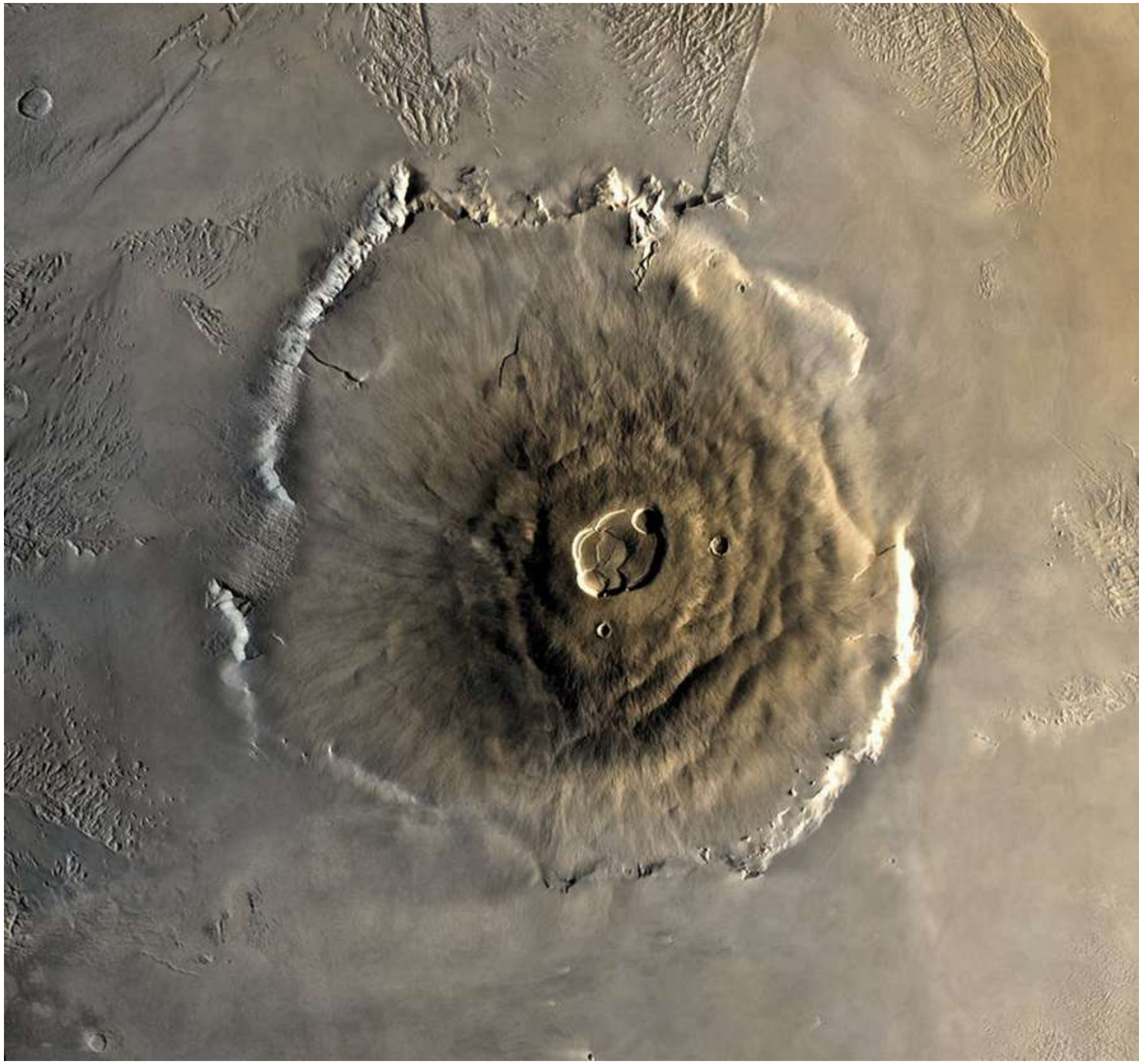
PISTE EINSTEIN

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Mais le cratère en question ne provient pas d'une météorite !
C'est en fait un volcan...

III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

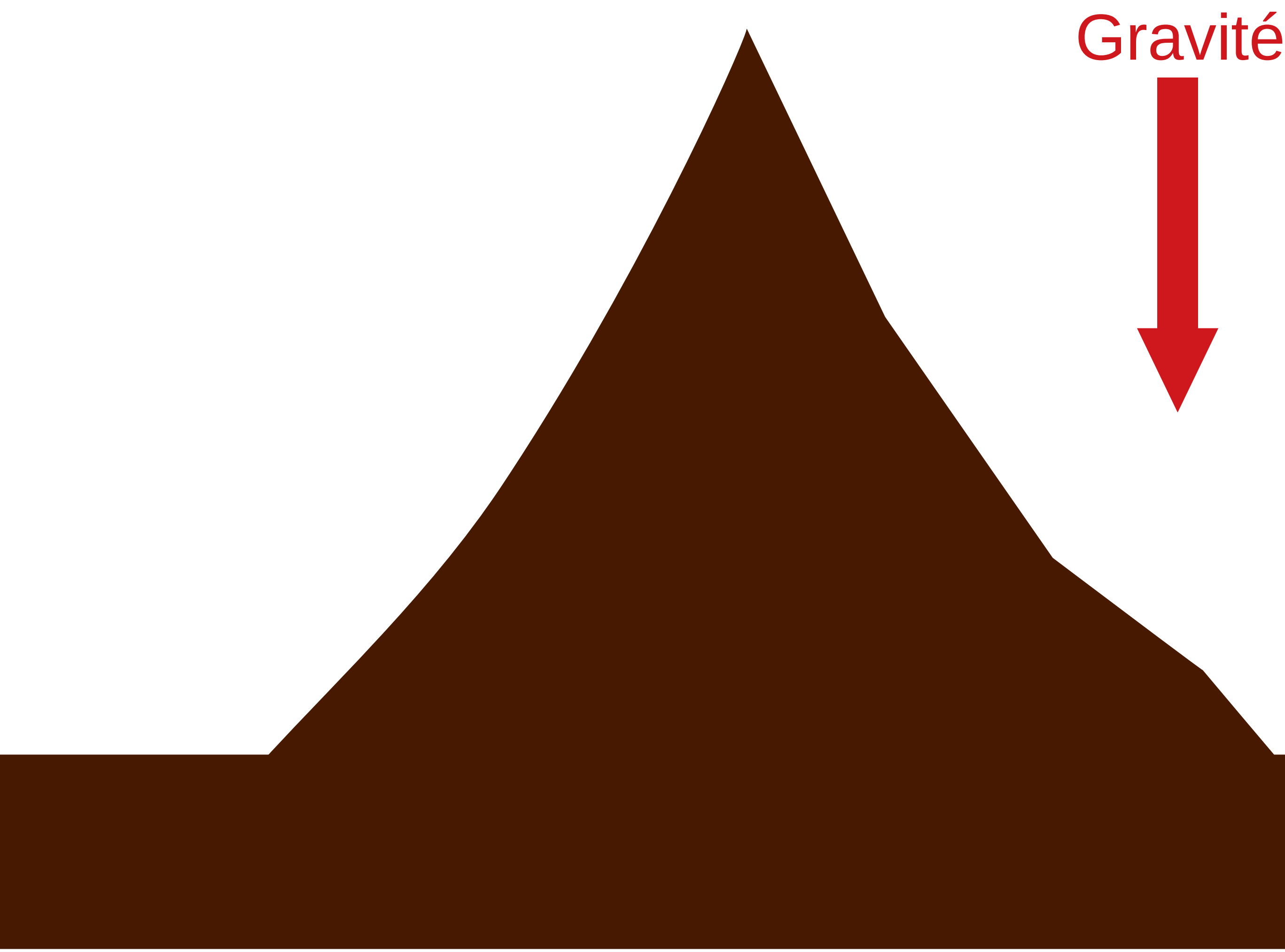
III. Homogénéités et Analyse aux dimensions



Olympus Mons - 22 km !

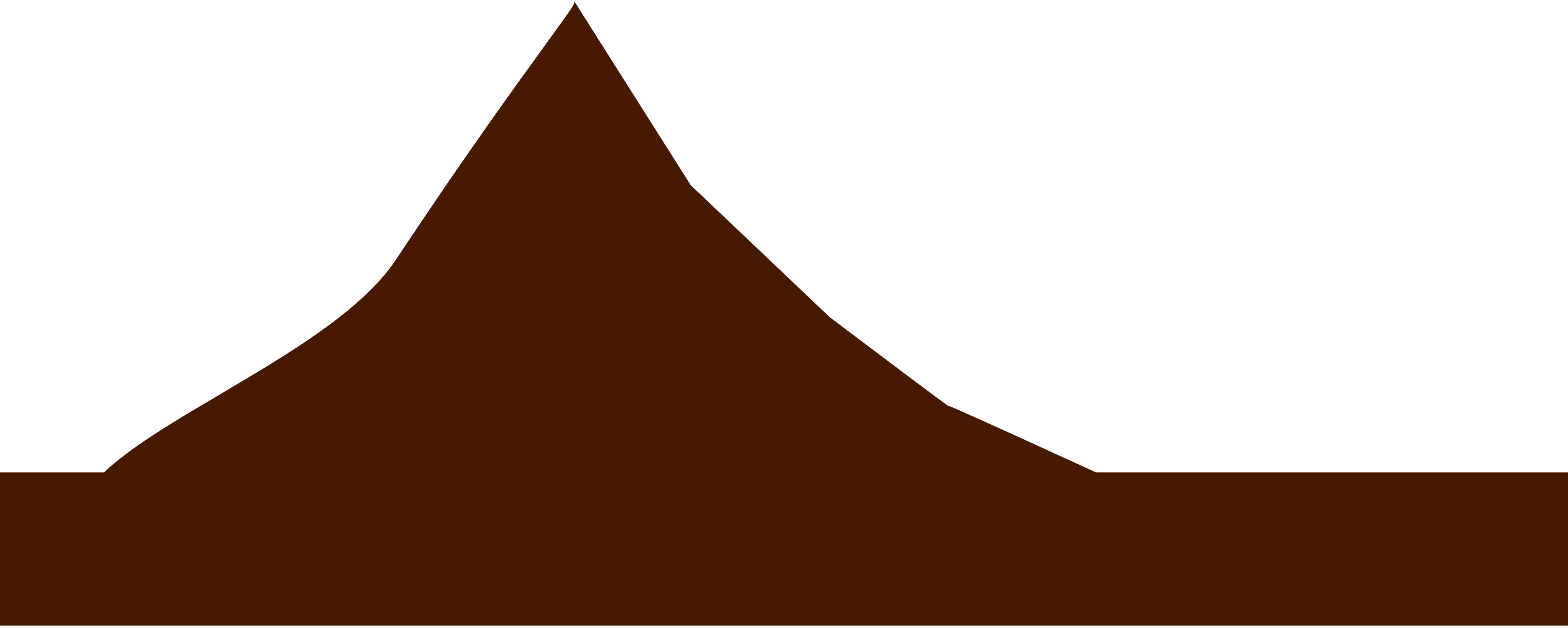
III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Que se passe-t-il sous l'action de la gravité ?



III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

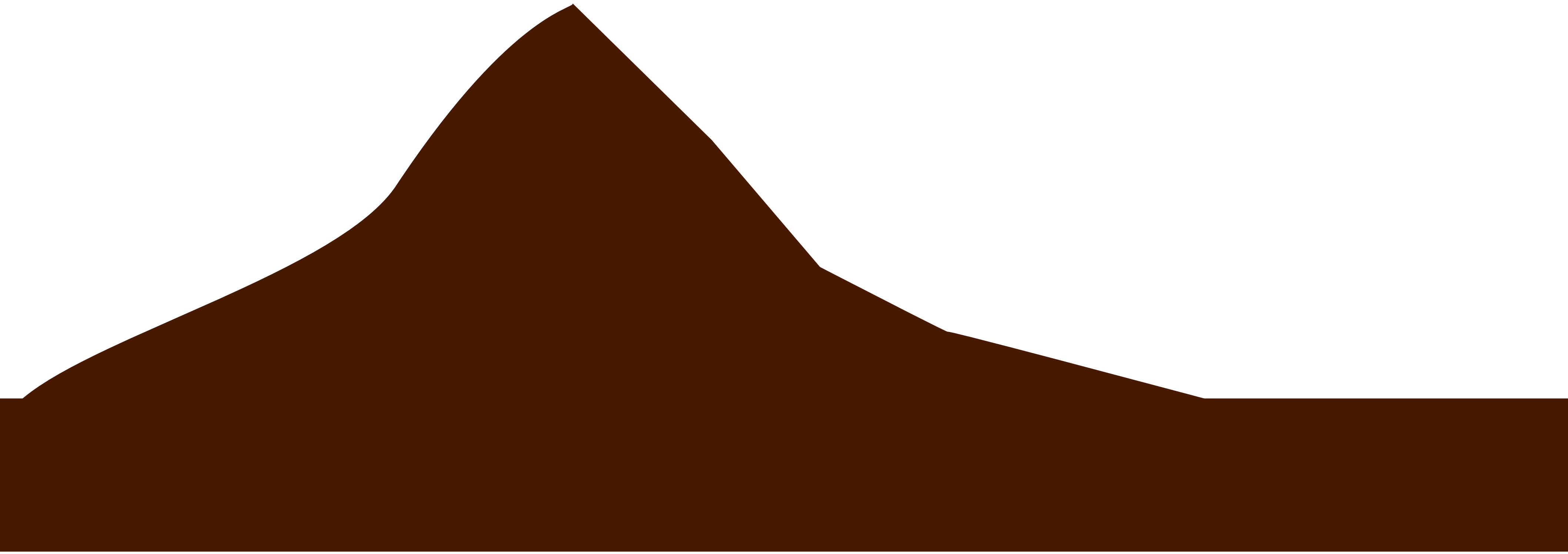
Que se passe-t-il sous l'action de la gravité ?



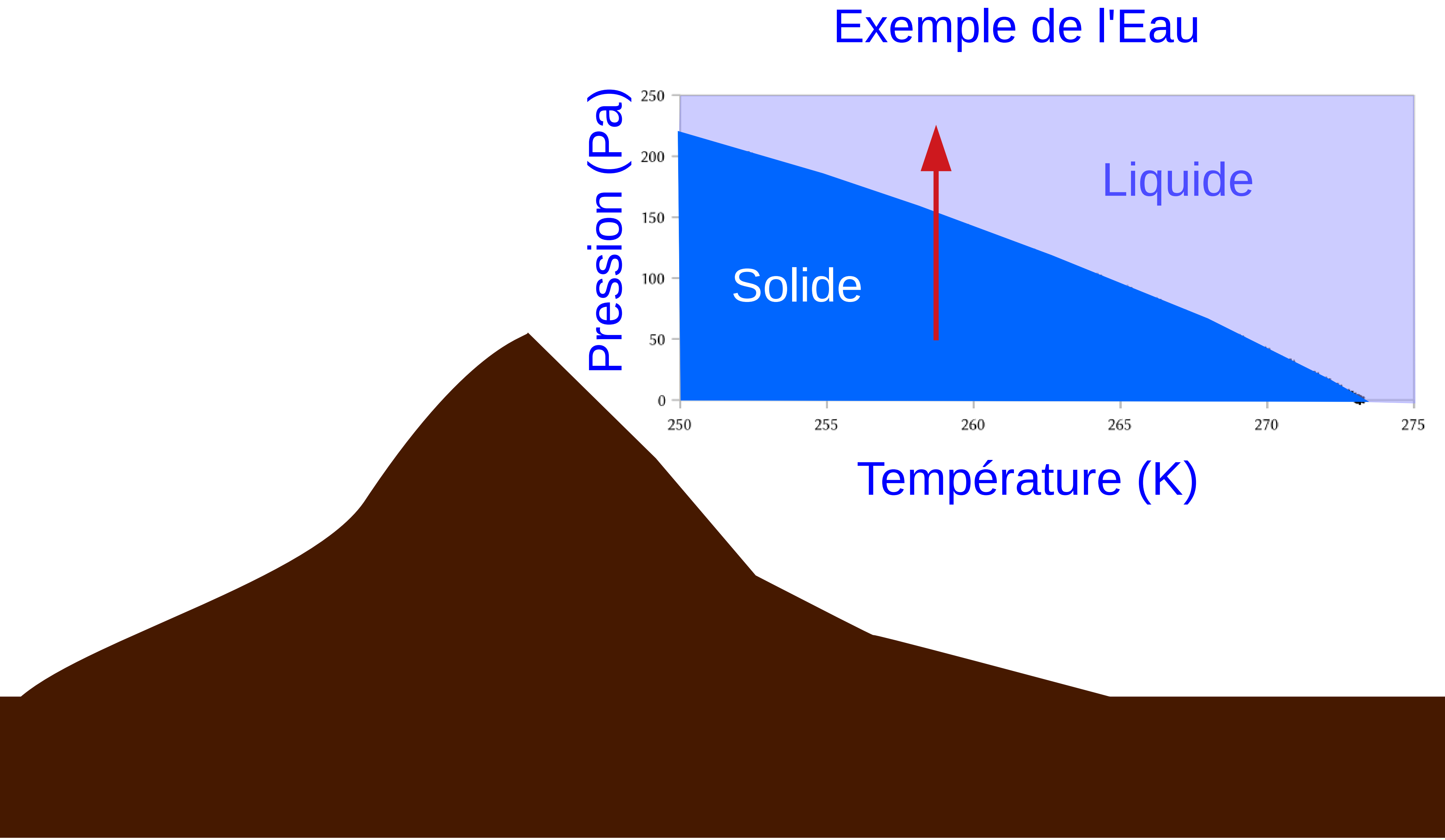
III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Que se passe-t-il sous l'action de la gravité ?

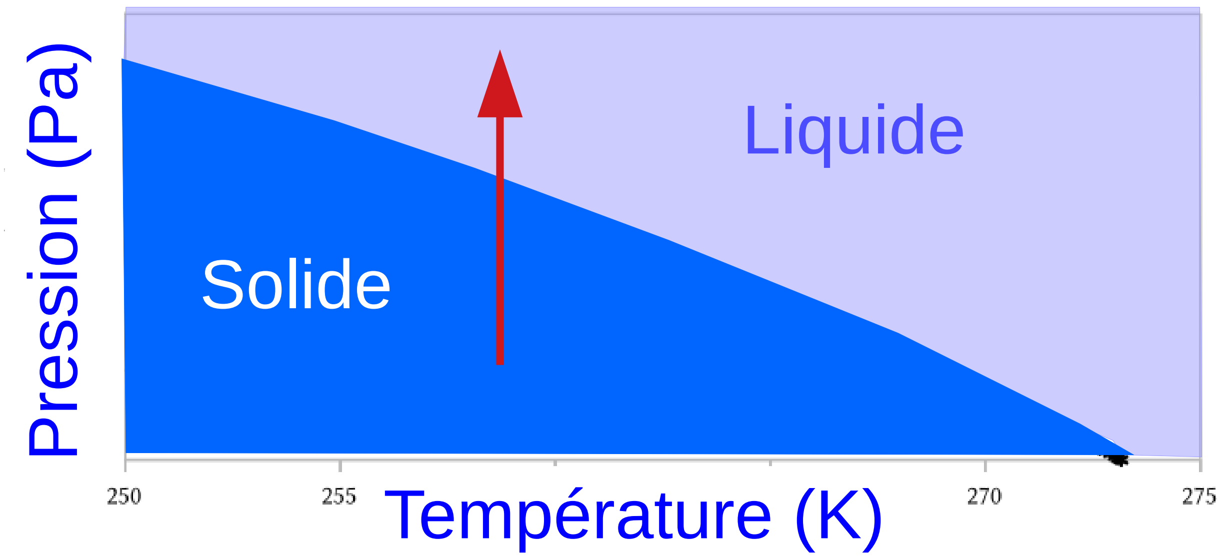
...la montagne s'affaisse ! Pourquoi ?

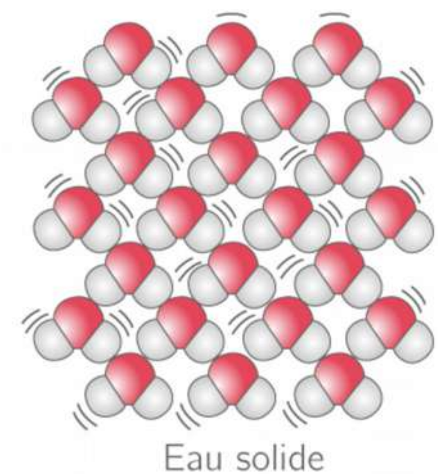


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions



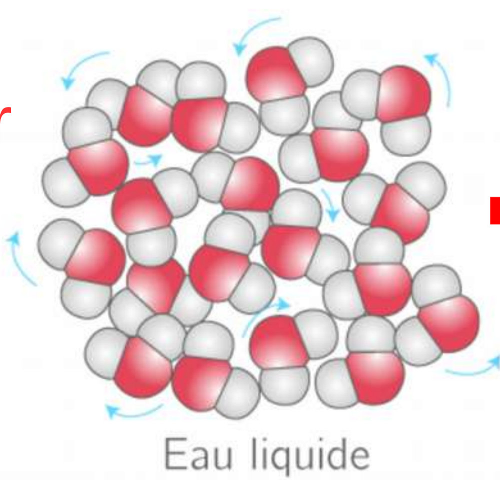
Exemple de l'Eau

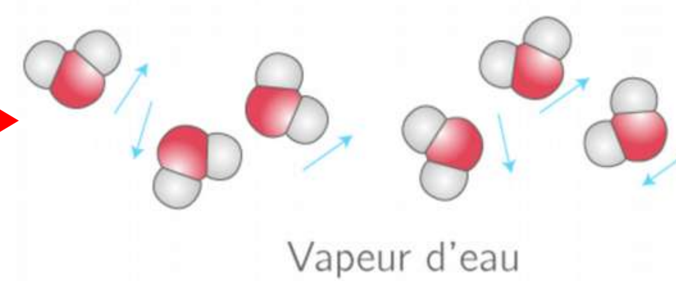




« Chaleur

Latente »





= Energie par unité de masse

Modélisons la montagne par une sphère de rayon R

Paramètres : R → [H] = [R] = L

Gravité [g] = $L.T^{-2}$

Chaleur latente de fusion de la roche : $[L_f] = E/M = M.L^2.T^{-2}/M = L^2.T^{-2}$

Masse volumique [ρ] = $M.L^{-3}$

1 - La seule masse « M » est dans ρ

→ H est indépendant de ρ !

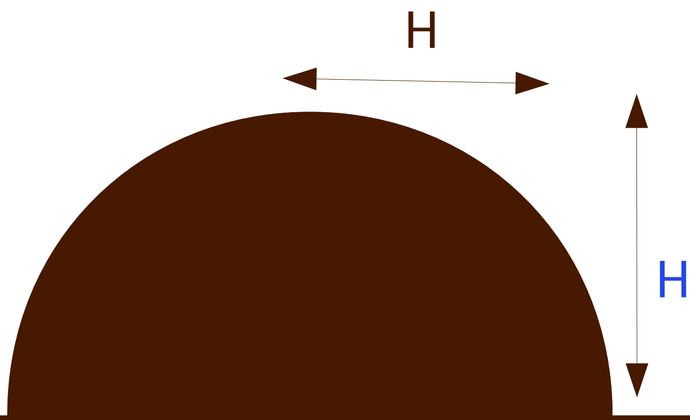
→ Il reste R, g, L_f → 3 paramètres, 2 dimensions

2 – On peut construire 1 nombre sans dimensions

$$\Rightarrow [H] = L = L_f^x.g^y = (L^2.T^{-2})^x.(L.T^{-2})^y$$

$$\Rightarrow L = \boxed{L^1}.\boxed{T^0} = \boxed{L^{2x+y}}.\boxed{T^{-2(x+y)}} \longrightarrow x = -y = 1$$

$$H_{max} = \text{constante} \times \frac{L_f}{g} \propto \frac{1}{g}$$

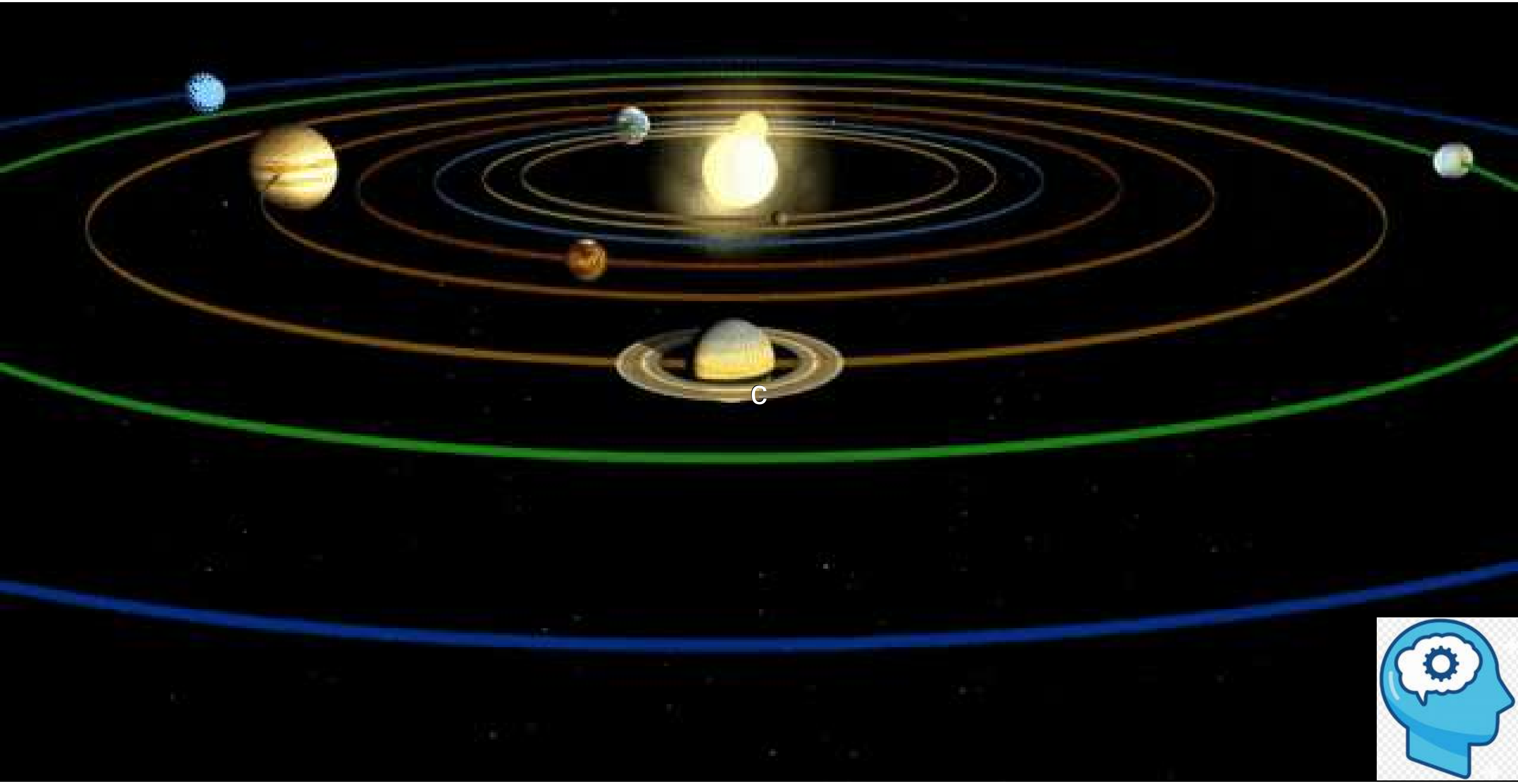


III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

Mont Everest ~ 8 km

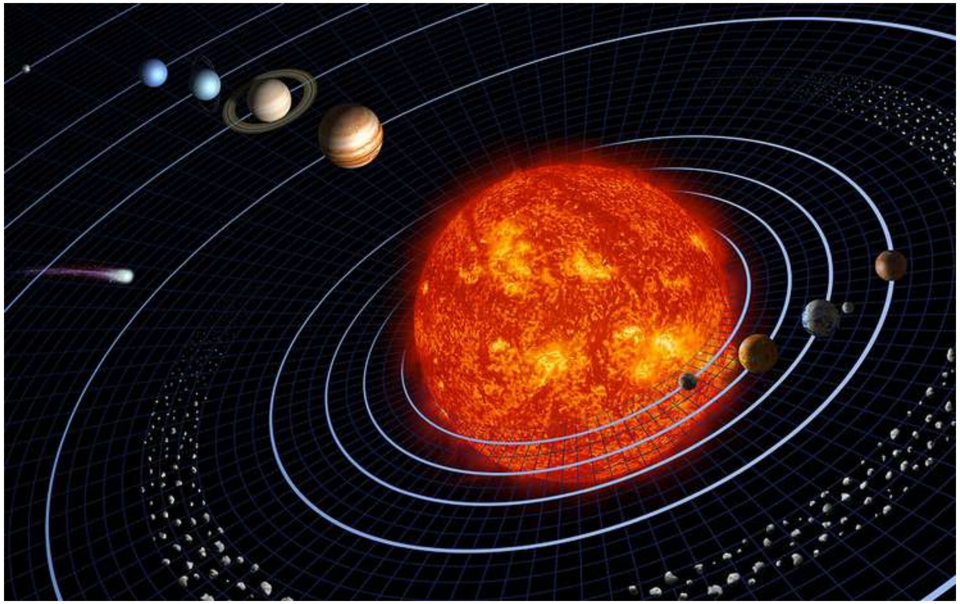
Sur Mars : gravité /3
→ Olympus Mons - 22 km !

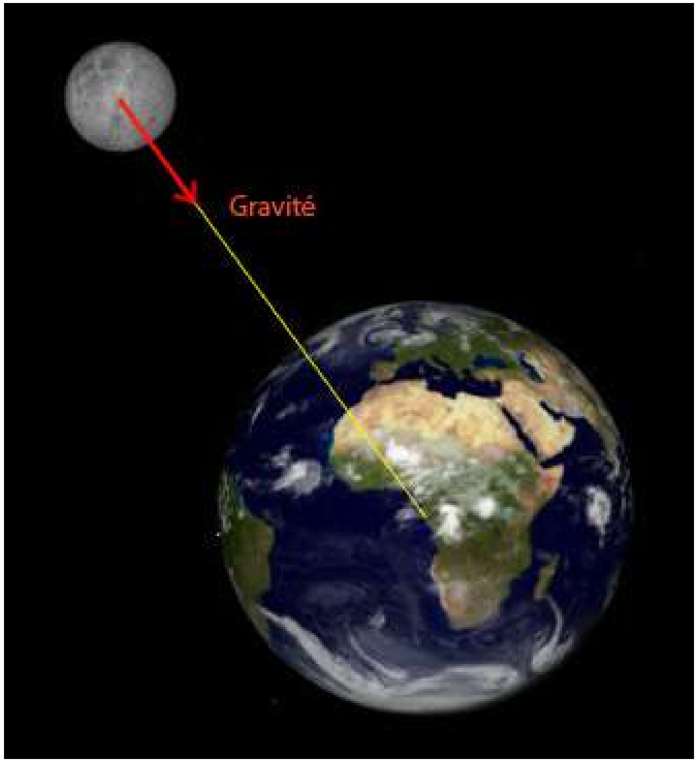
III. Homogénéités et Analyse aux dimensions



III. Homogénéités et Analyse aux dimensions

3ème loi de Képler : Orbite due à la gravité terrestre/du Soleil !





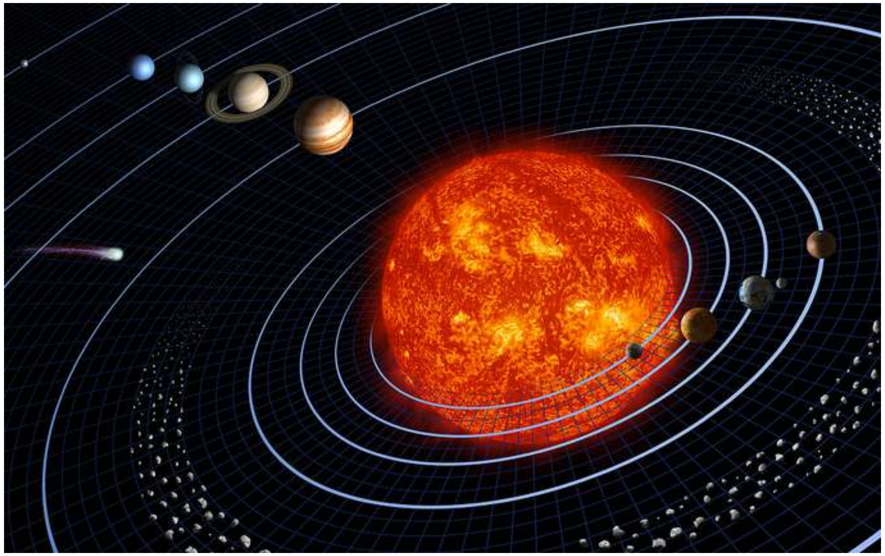
5 paramètres : T, G, M, m, D
3 dimensions : M, L, T
→ 2 nombres **sans dimensions, dont m/M (1)**

Quelle est la dimension de G : [G] ?

$F = G.M.m/D^2$ → $[G] = [F]\ L^2/M^2$ avec $[F] = M.[a] = M.L.T^{-2}$

→ $[G] = M.L.T^{-2} \times L^2 \times M^{-2} = M^{-1}.L^3.T^{-2}$ → **donc en $kg^{-1}.m^3.s^{-2}$**

3ème loi de Képler



Comment faire un Temps à partir de : $M^{-1}.L^{3}.T^{-2}$, M, L ?

$T = T^1 = G^x M^y L^z = M^{-x}.L^{3x}.T^{-2x} \times M^y \times L^z = \boxed{M^{-x+y}}\boxed{L^{3x+z}}\boxed{T^{-2x}} = T^1 = \boxed{M^0.}\boxed{L^0.}\boxed{T^1}$

→ T : $\boxed{1 = -2x}$ → $x = -1/2$

→ M : $\boxed{-x+y = 0}$ → $y = x = -1/2$

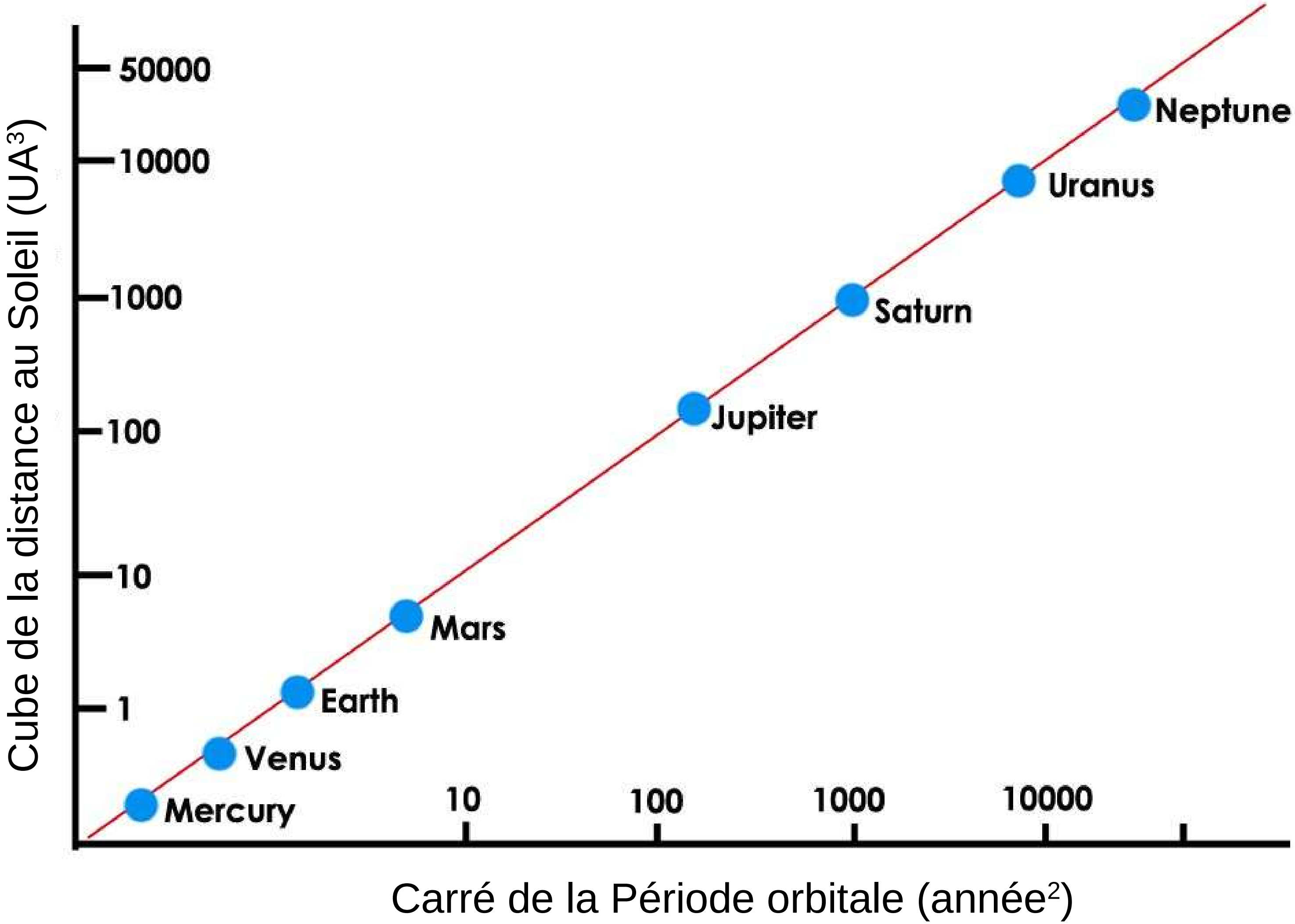
→ L : $\boxed{3x+z = 0}$ → $z = -3x = 3/2$

On peut aussi choisir -1, -1, 3 → $T^2 = G^{-1} M^{-1} D^3$ → **$GM.T^2/D^3$ sans dimension (2)**

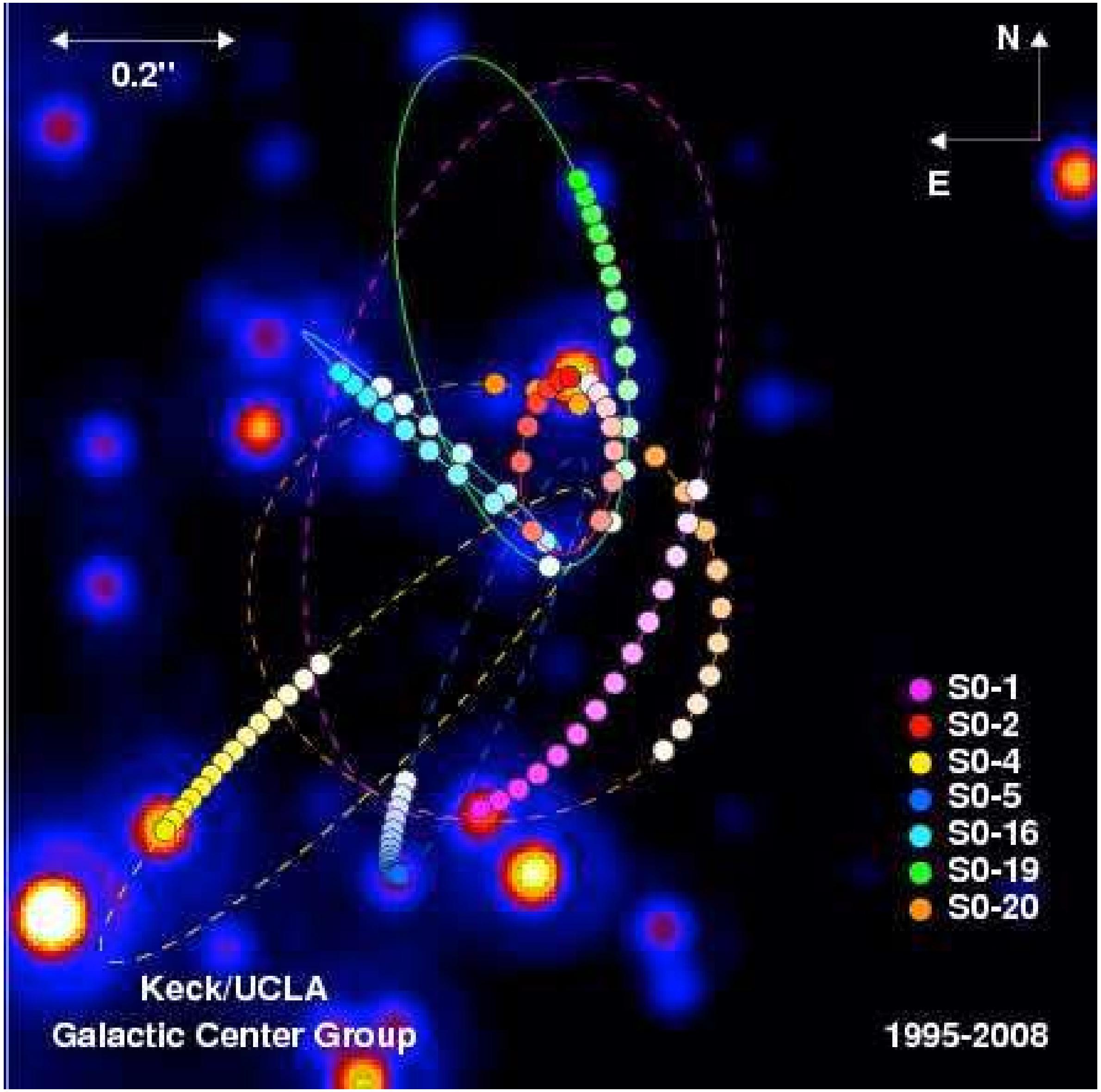
$$(1) + (2) \Rightarrow T^2_{\text{Planète}} = \frac{D^3_{\text{Planète}}}{GM_{\text{Soleil}}} \times \text{fonction}\left(\frac{m_{\text{Planète}}}{M_{\text{Soleil}}}\right)$$

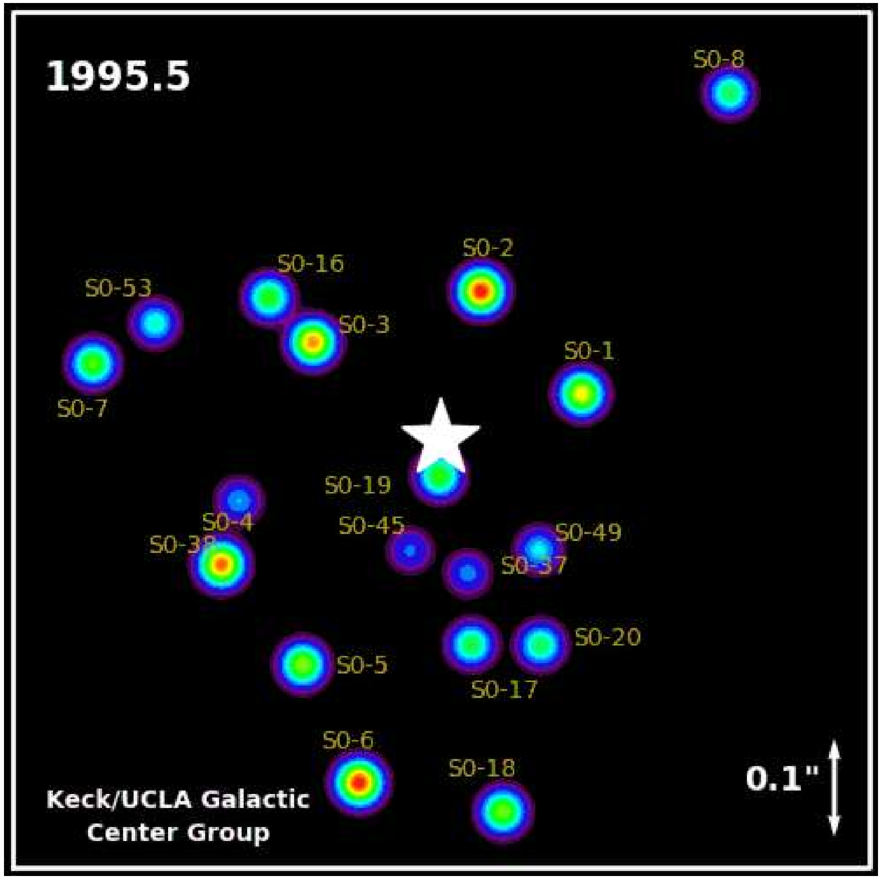
3ème loi de Képler

$$D^3_{\text{Planète}} = \text{Constante} \times T^2_{\text{Planète}}$$



III. Application scientifique récente





Masse centrale ~ 7×10^6 M_{soleil}

III. Application à Star Wars

Luke Skywalker sur Tatooine

III. Application à Star Wars

Caractéristiques :

Orbite autour de 2 soleils, Tatoo I et Tatoo II

Masse = inconnue !

Diamètre$_{\text{Tatooine}}$ = 10465 km ~ 0,82 Diamètre$_{\text{Terre}}$

→ gravité proche de celle de la Terre, si masse proche

$$g = \frac{GM_{\text{Tatooine}}}{R^2}$$

→ Semble être le cas, vu les mouvements des personnages...

Application à la fiction – Star Wars

→ gravité proche de celle de la Terre, si masse proche

$$g = \frac{GM_{\text{Tatooine}}}{R^2}$$

→ Semble être le cas, vu les mouvements des personnages...

Application à la fiction – Star Wars

Orbite autour de 2 soleils, Tatoo I et Tatoo II

Diamètre$_{Tatooine}$ = 10465 km ~ 0,82 Diamètre$_{Terre}$

$T_{Tatooine}$ = 304 jours ~0.83 T_{Terre}

Distance aux étoiles = inconnue !

Supposons $M_{Tatoo\ I+II} = 2\ M_{Soleil} \rightarrow D_{Tatooine}/D_{Terre} \sim 0{,}83^2 \times 1/2 \sim 0{,}34$

$$\left(\frac{T_{Tatooine}}{T_{Terre}}\right)^2 = \left(\frac{D_{Tatooine}}{D_{Terre}}\right)^3 \frac{M_{Tatoos}}{M_{Soleil}}$$

Avec un flux lumineux en $1/D^2$, Tatooine reçoit 9 x plus de lumière !

$$\frac{F_{Tatooine}}{F_{Terre}} = \left(\frac{D_{Terre}}{D_{Tatooine}}\right)^2 \approx \frac{1}{0{,}34^2} \approx 9$$

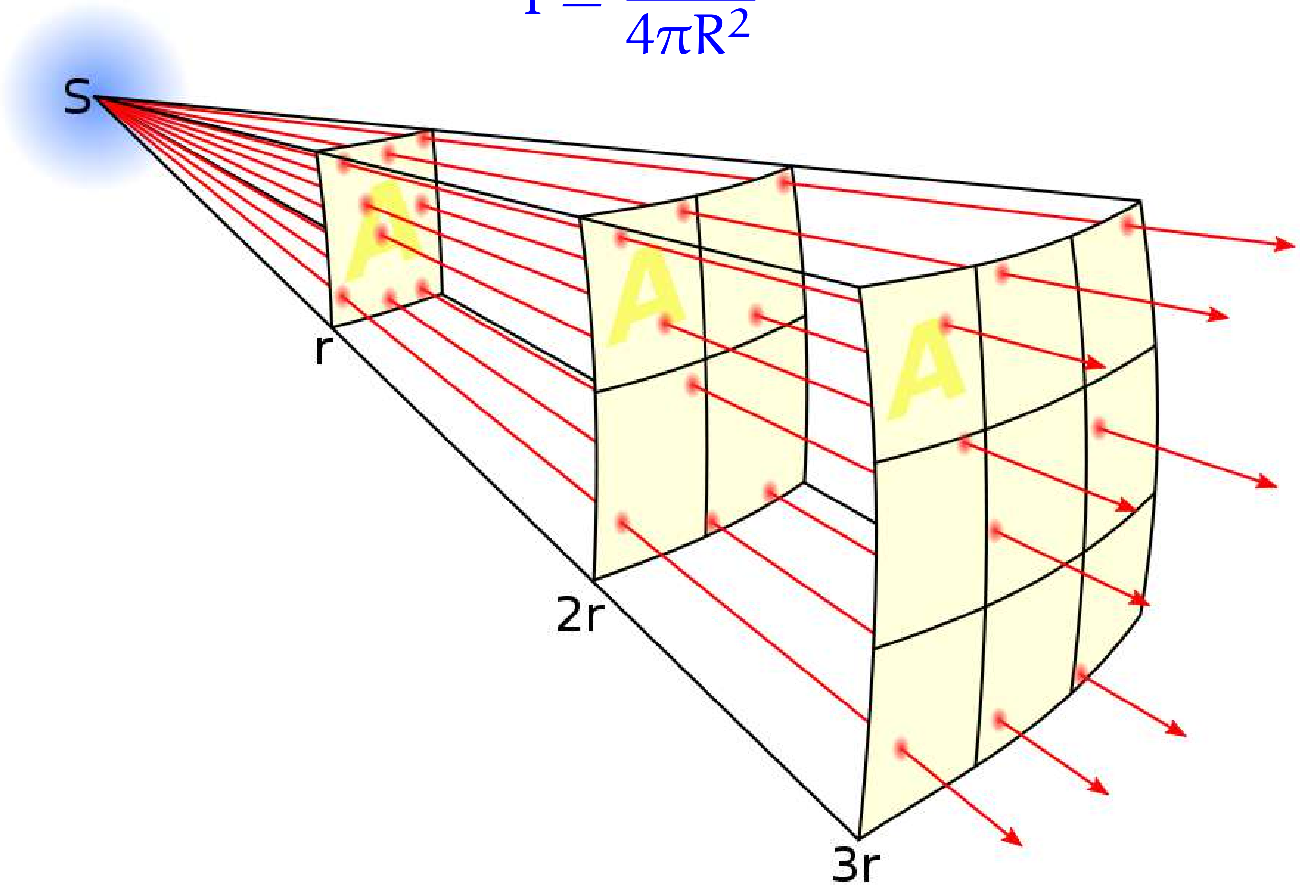
Application à la fiction – Star Wars

Loi en carré inverse pour le flux lumineux

Pour une source de puissance P

→ l'intensité I reçue à la distance R est répartie sur une sphère avec $S = 4\pi R^2$

$$I = \frac{P}{4\pi R^2}$$



Application à la fiction – Star Wars

Avec un flux lumineux en $1/D^2$, Tatooine reçoit 9 x plus de lumière !

$$\frac{F_{\mathrm{Tatooine}}}{F_{\mathrm{Terre}}} = \left(\frac{D_{\mathrm{Terre}}}{D_{\mathrm{Tatooine}}}\right)^2 \approx 9$$

Il y fait chaud !
Climat désertique

1- Les Dimensions de la Physique

Ce qu'il fallait retenir (1)

Règles sur les exposants

- $x^a \times x^b = x^{a+b}$
- $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
- $(x^a)^b = x^{a\times b}$
- $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$

Dimensions

- Surface $[S] = L^2$ - Volume $[V] = L^3$
- Vitesse $[v] = L/T = L.T^{-1}$ - Accélération $[a] = \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right] = L.T^{-2}$
- Force $[F] = [m.a] = M.L.T^{-2}$ - Pression $[P] = \text{force/surface} = M.L^{-1}.T^{-2}$
- Energie $[E] = \text{force} \times \text{longueur} = M.L^2.T^{-2}$
- Puissance $[P] = [E/T] = M.L^2.T^{-3}$

Ce qu'il fallait retenir (2)

Analyse Dimensionnelle

1ère méthode

Faire la liste des paramètres a,b,c,...
Identifier l'observable O recherchée

Ecrire les dimensions de O, a, b, c
Rechercher la solution sous la forme :

$O = a^x b^y c^z$, en écrivant que $[O] = [a^x b^y c^z]$

2ème méthode

Compter les paramètres 0, a, b, c : N
Compter le nombre de dimensions : k
Former les **N-k nombres sans dimensions** π_i qui gouvernent le système

π_0 liée à l'Observable recherchée

π_1, π_2, π_3,...avec les autres paramètres

→ alors π_0 = fonction(π_1, π_2, π_3,...)

Ce qu'il fallait retenir (2)

Y'avait pas assez d'équations !

Physique & Fiction

de Gulliver à Star Wars

Rendez-vous le 15 Janvier !

Cours 1 : Physique & Dimensions

***Cours 2 :* Des Schtroumpfs à Gargantua**

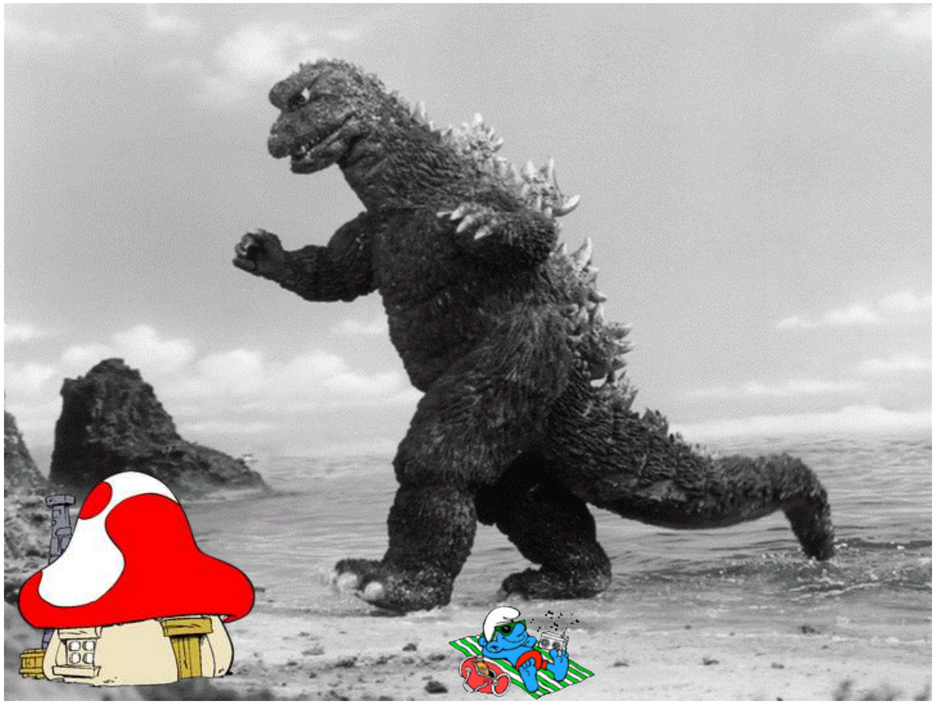
Cours 3 : Les pouvoirs de Superman

Cours 4 : L'énergie dans Star Wars

Cours 5 : De Dante à Edgar Allan Poe

2 - Lois d'Echelle

Ou la physique appliquée aux Schtroumpfs et à Godzilla



1 – Similitudes et lois d'échelle

2 – Lilliputiens, schtroumpfs : que dit la Physique ?

3 – Des géants à Godzilla