Physique & Fiction

de Gulliver à Star Wars

A partir du 08 Janvier 2019

Cours 1 : Physique & Dimensions

Cours 2 : Des Schtroumpfs à Gargantua

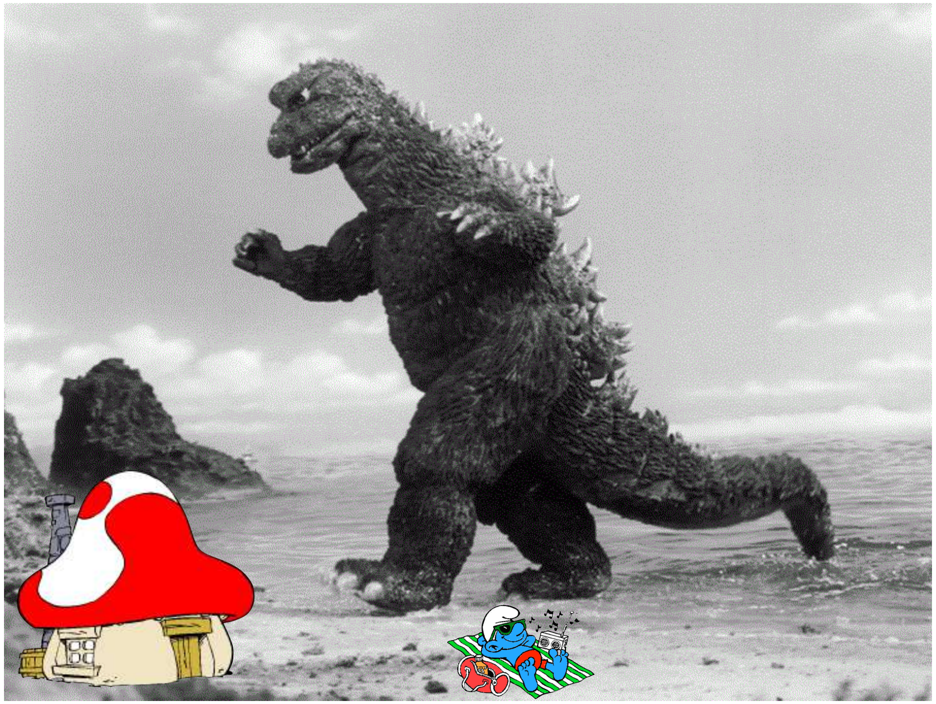
Cours 3 : Les pouvoirs de Superman

Cours 4 : L'énergie dans Star Wars

Cours 5 : De Dante à Edgar Allan Poe

2 - Lois d'Echelle

Ou la physique appliquée aux Schtroumpfs et à Godzilla



1 – Similitudes et lois d'échelle

2 – Lilliputiens, schtroumpfs : comment vivent-ils ?

3 – Géants, Godzilla : comment ils courent, ils volent...

Introduction

d'Ant-Man la fourmi...

Ant-Man (2015)
Ant-Man et la Guêpe (2018)

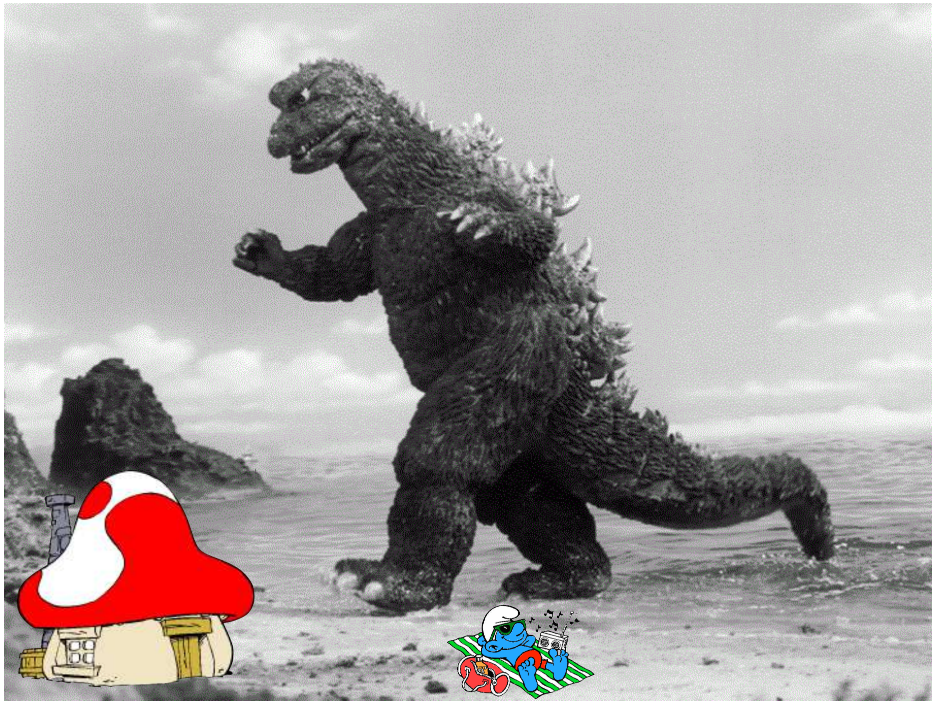
Introduction

Ant-Man (2015)
Ant-Man et la Guêpe (2018)

d'Ant-Man la fourmi à Ant-Man le géant...
Que dit la Physique ?

2 - Lois d'Echelle

Ou la physique appliquée aux Schtroumpfs et à Godzilla



1 – Similitudes et lois d'échelle

2 – Lilliputiens, schtroumpfs : comment vivent-ils ?

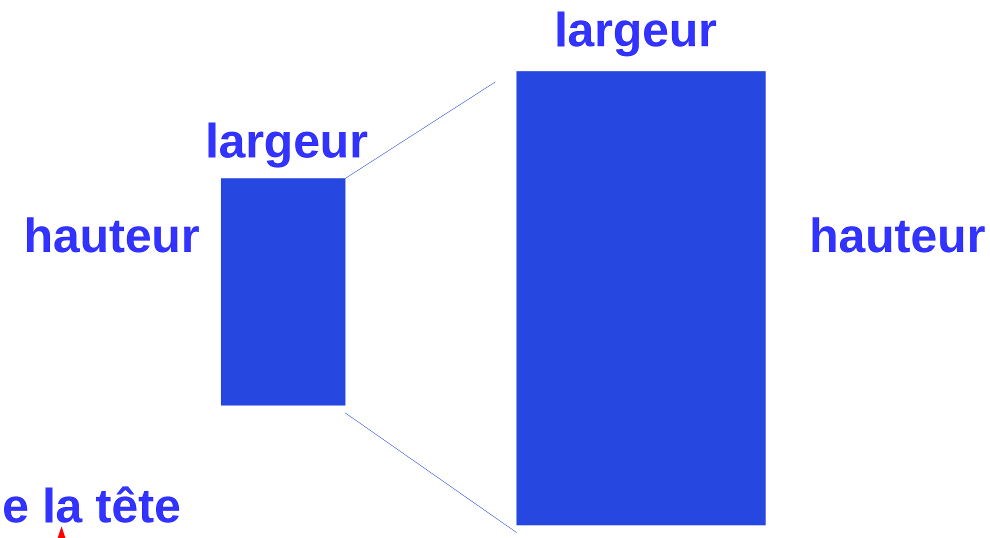
3 – Géants, Godzilla : comment ils courent, ils volent…

I . Similitudes et lois d'échelle

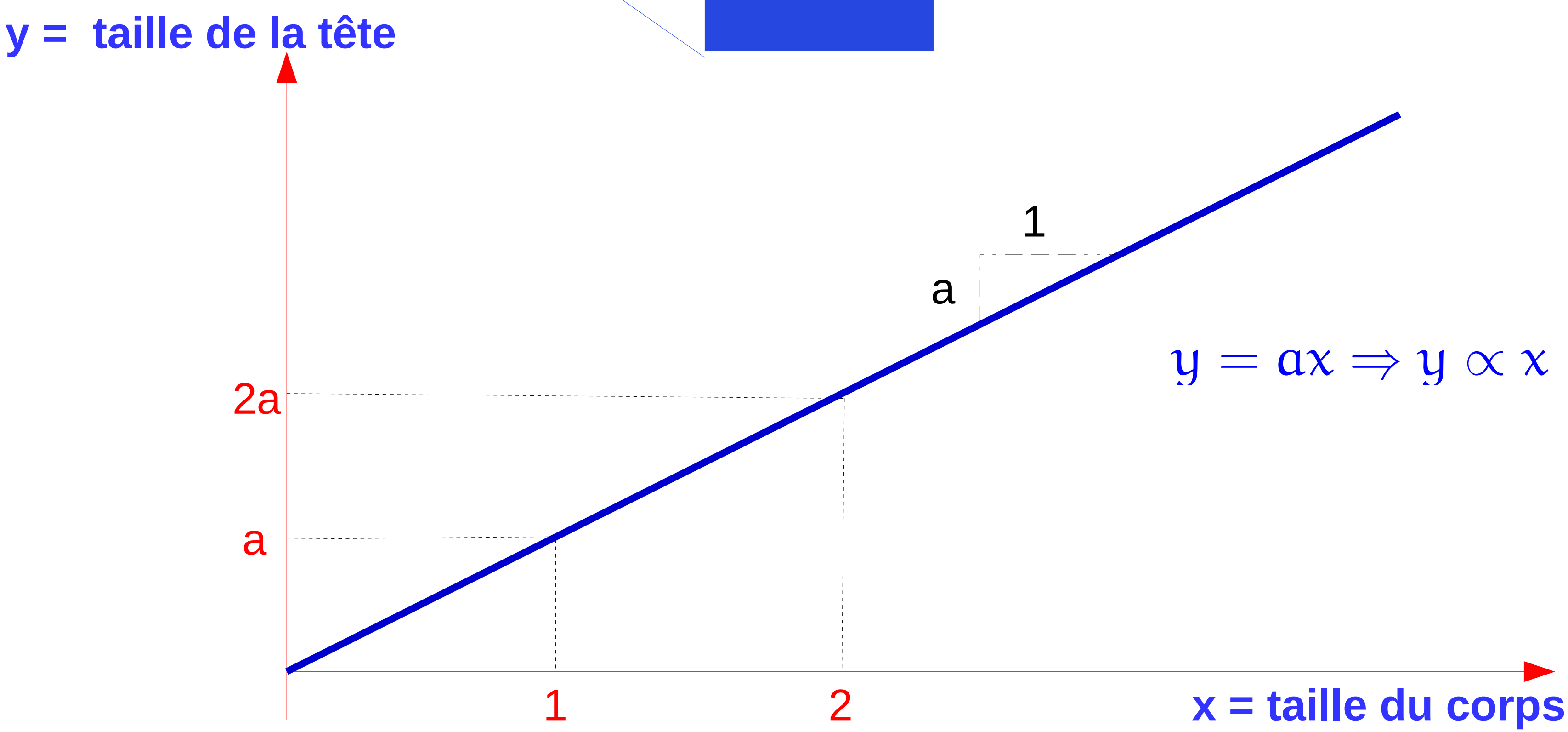
Toutes les longueurs multipliées par la même valeur
=
proportions identiques

Relation de Similitude

I . Similitudes et lois d'échelle



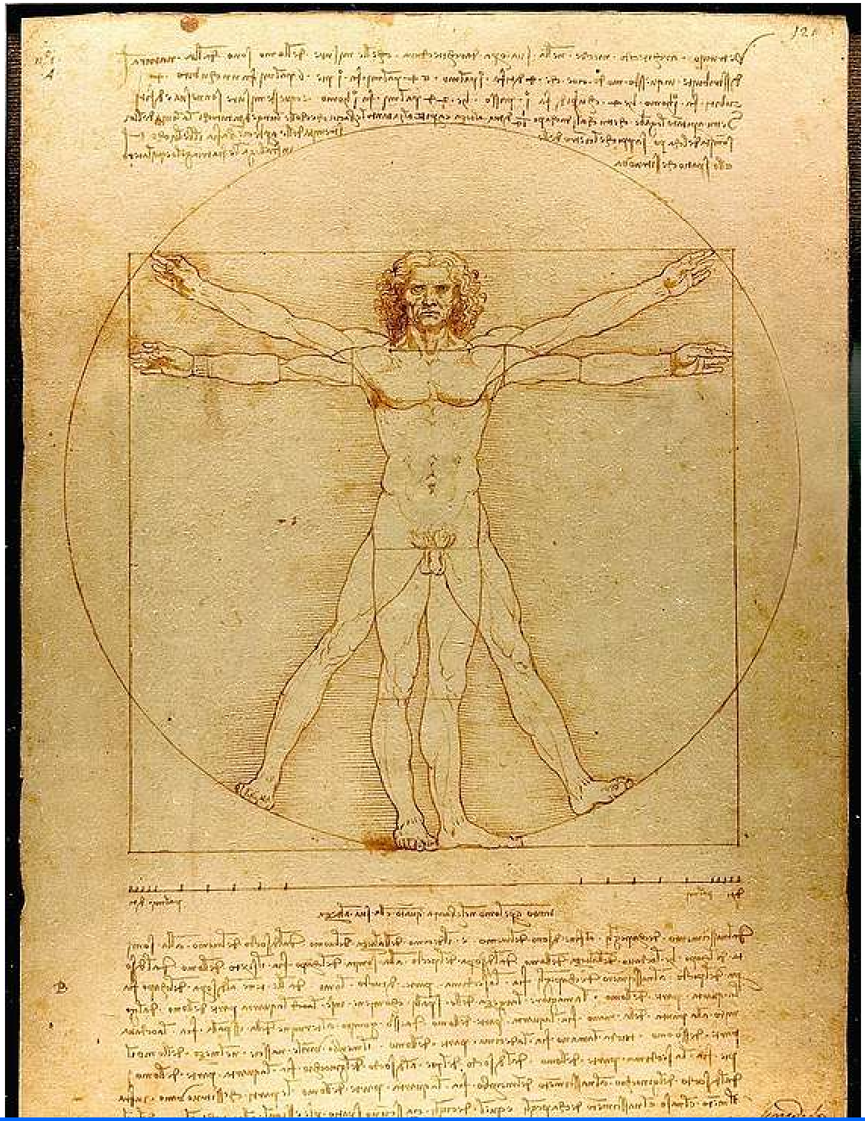
hauteur/largeur = 2
dans les 2 cas



$$y = ax \Rightarrow y \propto x$$

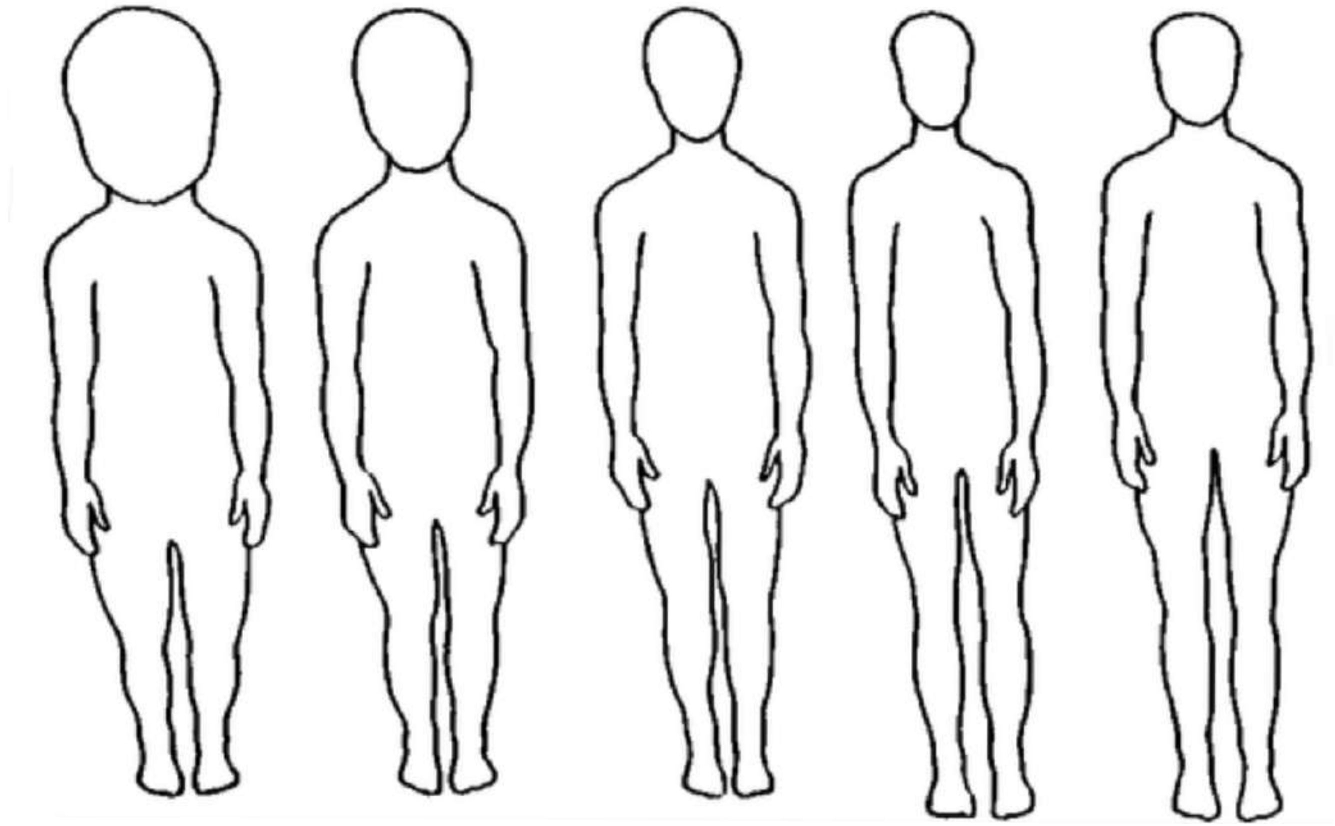
I . Similitudes et lois d'échelle

$$y_{\text{longueur bras}} = x_{\text{taille}}$$
$$y_{\text{menton-crâne}} = \frac{1}{8} x_{\text{taille}}$$



Proportions de l'Homme (L. da Vinci)
(Homme de Vitruve)

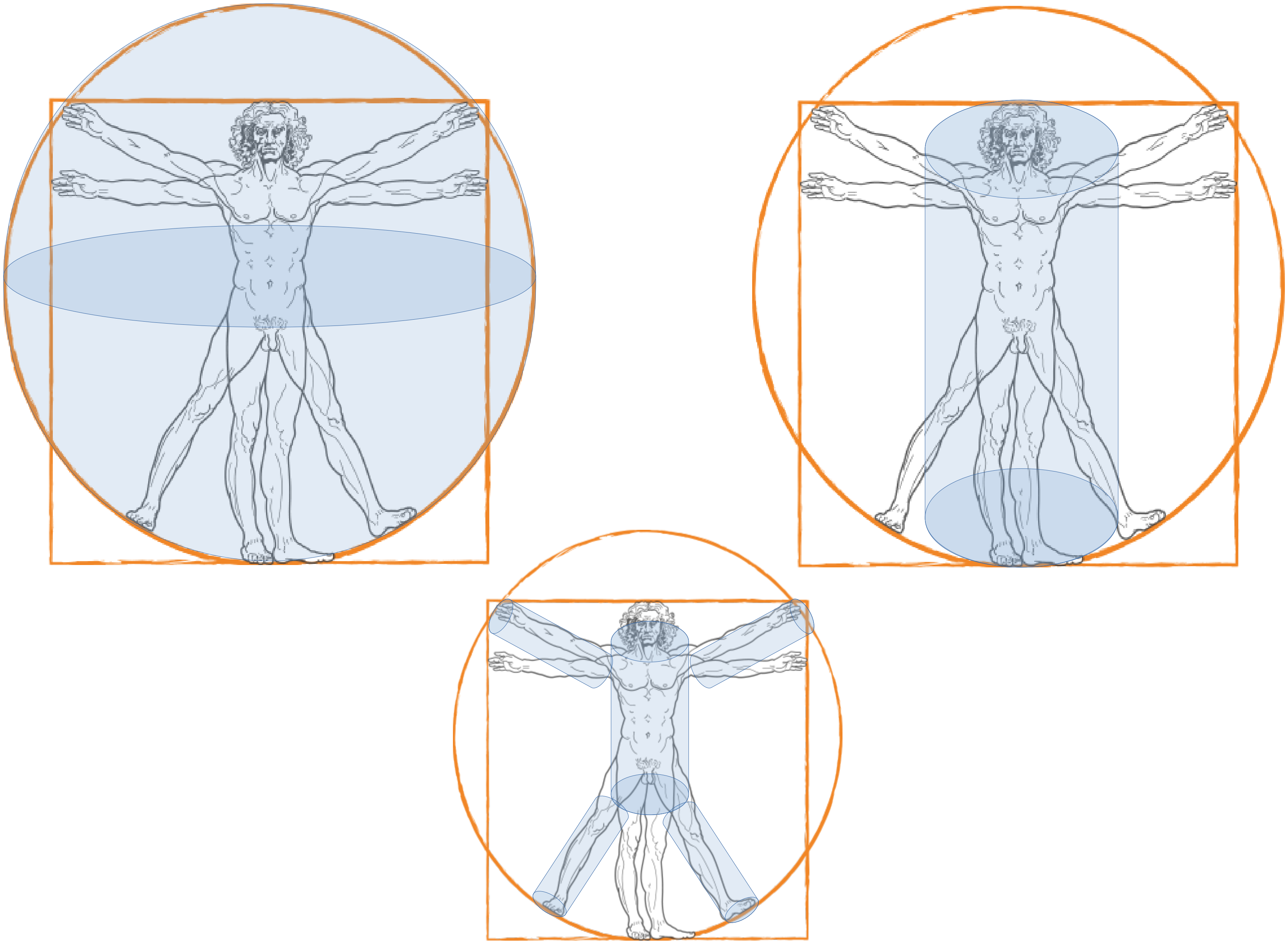
I . Similitudes et lois d'échelle



...varient avec l'âge...

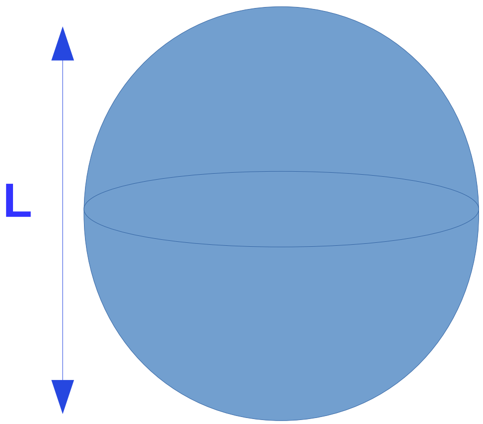
I . Similitudes et lois d'échelle

Modéliser un être vivant ?

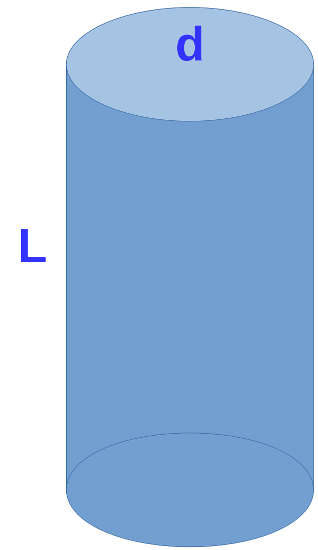


I . Similitudes et lois d'échelle

Modéliser un être vivant ?



$$\text{Surface} \propto L^2$$
$$\text{Volume} \propto L^3$$
$$\text{Masse} \propto \text{Volume}$$



On exprime L en fonction de d
ici L = 2d

$$\text{Section} \propto d^2 \propto L^2$$
$$\text{Surface} \propto d \times L \propto L^2$$
$$\text{Volume} \propto d^2 \times L \propto L^3$$

Si les proportions sont conservées...

$$S \propto L^2,\ V \propto L^3$$
$$\text{Masse} \propto V \Rightarrow M \propto L^3$$
$$L \propto M^{\frac{1}{3}} \text{ et } S \propto L^2$$
$$S \propto M^{\frac{2}{3}}$$

I . Similitudes et lois d'échelle

G. W. Selborne (XVIIIème siècle) : observation d'une Echasse de 120g, pattes de 20cm
→ **Conclusion :** flamant rose, 1.5kg → pattes de 3 mètres !

Non ! $L \propto M^{1/3}$

→ donc $L_{flamant}/L_{échasse} = (M_{flamant}/M_{échasse})^{1/3} \approx 2,5$ → Pattes du flamant ~ 50cm

I . Similitudes et lois d'échelle

Trilogie « Le Seigneur des Anneaux » (2001-2003)

Trilogie « Le Hobbit » (2012-2014)

Pieds nus sur les rochers ! et ils courent en plus !

Sacrés Hobbits !

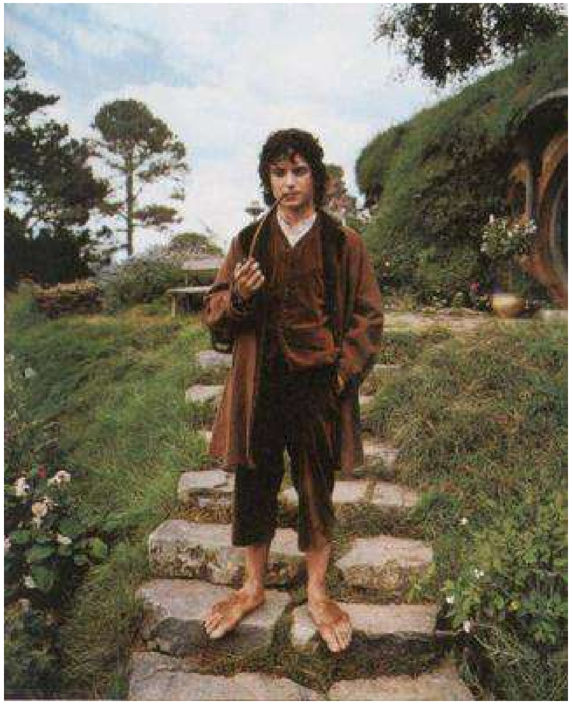
I . Similitudes et lois d'échelle

Taille d'un enfant de 3 mois → 9 ans
Rapport M/S α V/S α L

Douleur = pression du pied sur le sol
P = F/S avec F = Mg
→ P α M/S =L

Plus on est grand, plus ça fait mal !

I . Similitudes et lois d'échelle



Plus on est grand, plus ça fait mal !

et en plus leurs pieds sont grands
→ la pression diminue encore

I . Similitudes et lois d'échelle

Le Lotus Bleu

Et si la surface est plus grande → la pression diminue encore !

I . Similitudes et lois d'échelle

$$\text{Masse} \propto \mathrm{L}^3$$
$$\text{Résistance pédoncule} \propto \text{Section} \propto \mathrm{L}^2$$

La masse croit plus vite que la résistance…
→ le fruit trop gros tombe !

→ Melons et potirons poussent au sol...

I . Similitudes et lois d'échelle

Trilogie « Le Seigneur des Anneaux » (2001-2003)

Et ils portent des charges lourdes !!
sur une pente !

Energie potentielle ~ m g h α déplacement x L^3
fournie par les muscles, force α L^2
→ « Travail » α déplacement x L^2

→ Rapport Energie à fournir/Energie fournie **= L**

→ **Plus on est petit, plus c'est facile !**

I . Similitudes et lois d'échelle

Le Logarithme, chasseur d'exposant !

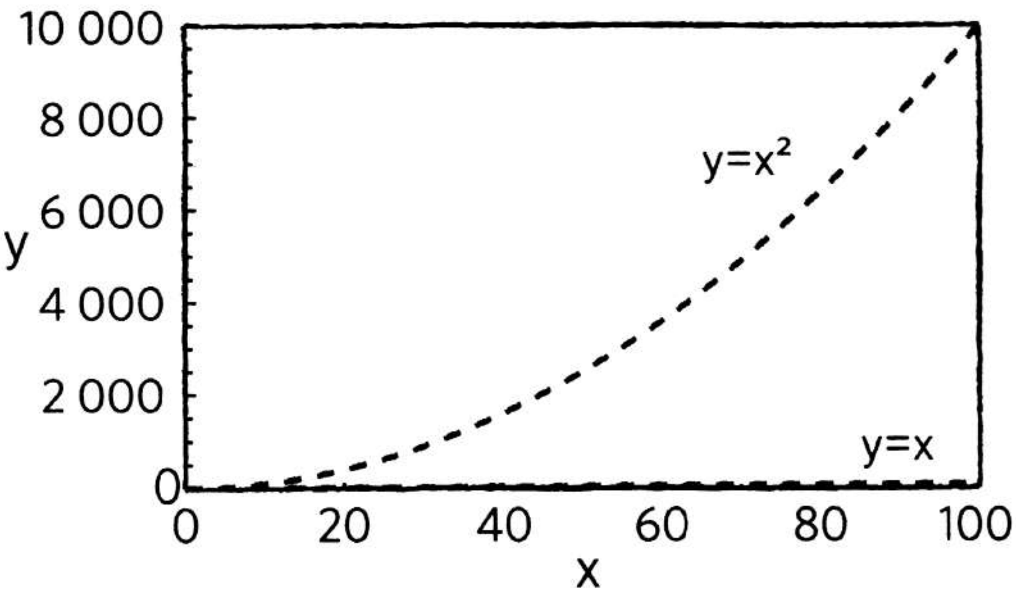
Log(1) = 0
Log(10) = 1, Log(100) = 2…

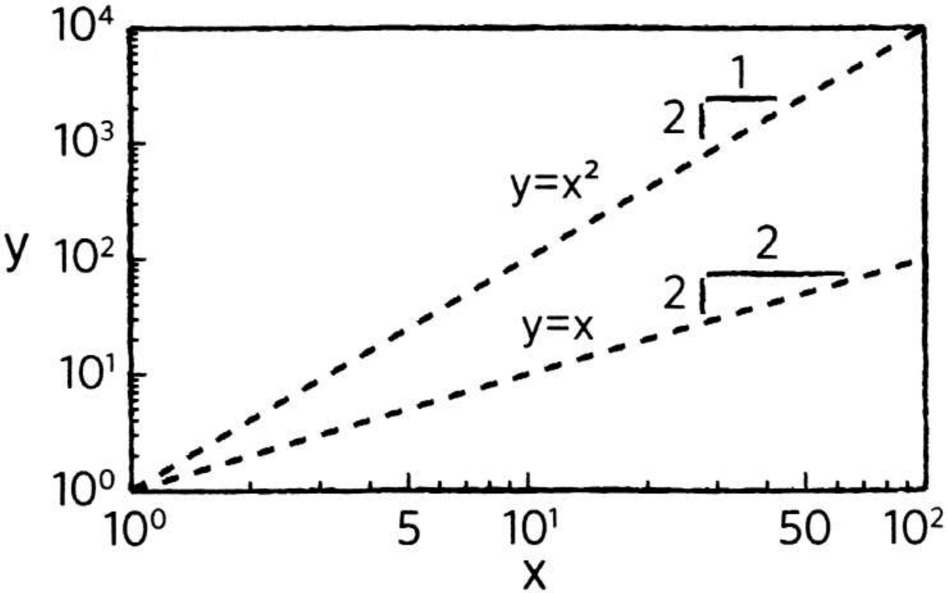
En général, $\text{Log}(a^k) = k\ \text{Log}(a)$

et transforme les produits en sommes !

Log(axb) = Log(a) + Log(b)

Donc une loi de puissance $y = a\ x^k$ devient Log(y) = Log(a) + k Log(x) → **droite**





I . Similitudes et lois d'échelle

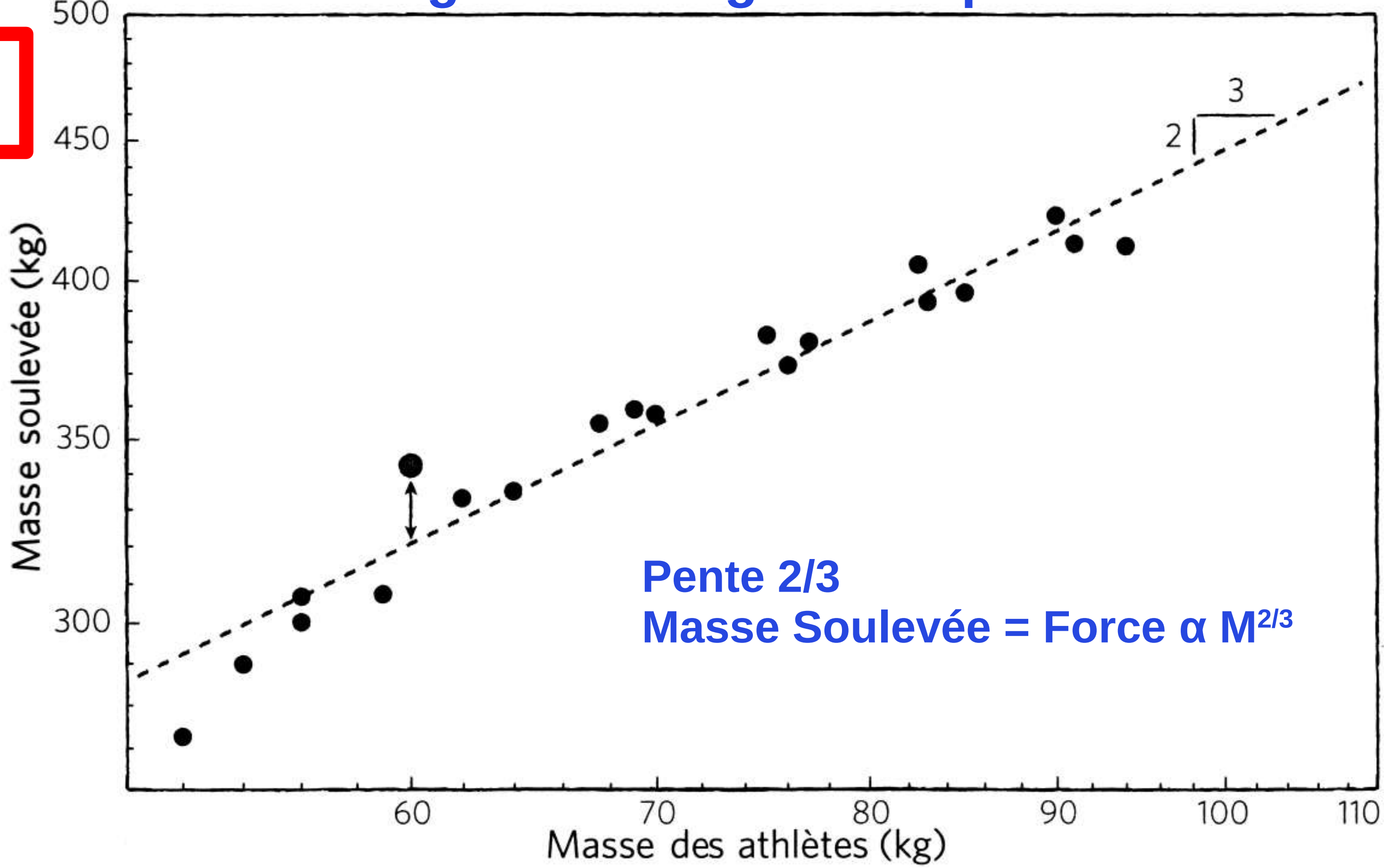
Surface extérieur/des muscles, os etc **α L^2 avec L α $M^{1/3}$**

→ **Force α Section des muscles α $M^{2/3}$**

Vérifiée avec les haltérophiles !

Exemple de Loi d'Echelle en Diagramme Logarithmique

Lois d'Echelle



Pente 2/3
Masse Soulevée = Force α $M^{2/3}$

I . Similitudes et lois d'échelle

Surface extérieur $\alpha\ L^2$
$\rightarrow$ Force $\alpha\ L^2\ \alpha\ M^{2/3}$
Vérifiée avec les haltérophiles !

Un individu 2x plus grand est donc 4x plus fort…
...mais 8x plus lourd !

Lois d'Echelle

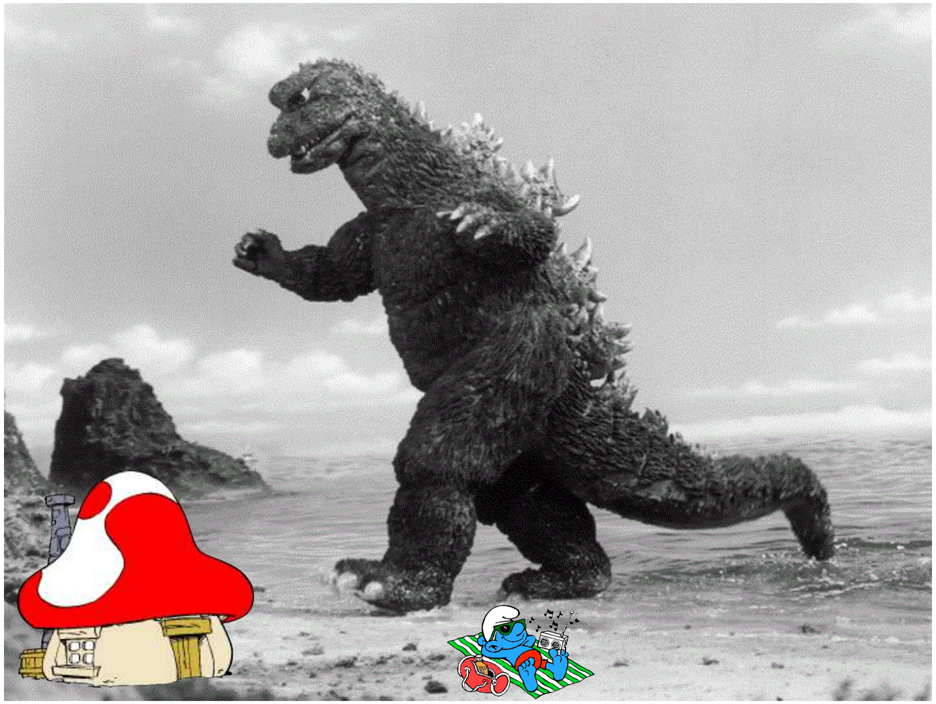
On remarque que même si $F\ \alpha\ L^2\ \alpha\ M^{2/3}$
$F/M\ \alpha\ 1/L$

Lorsque la taille diminue, la force augmente, par rapport à la masse !

Voyons cela en détails !

2 - Lois d'Echelle

Ou la physique appliquée aux Schtroumpfs et à Godzilla



1 – Similitudes et lois d'échelle

2 – Lilliputiens, schtroumpfs : comment vivent-ils ?

3 – Géants, Godzilla : comment ils courent, ils volent…

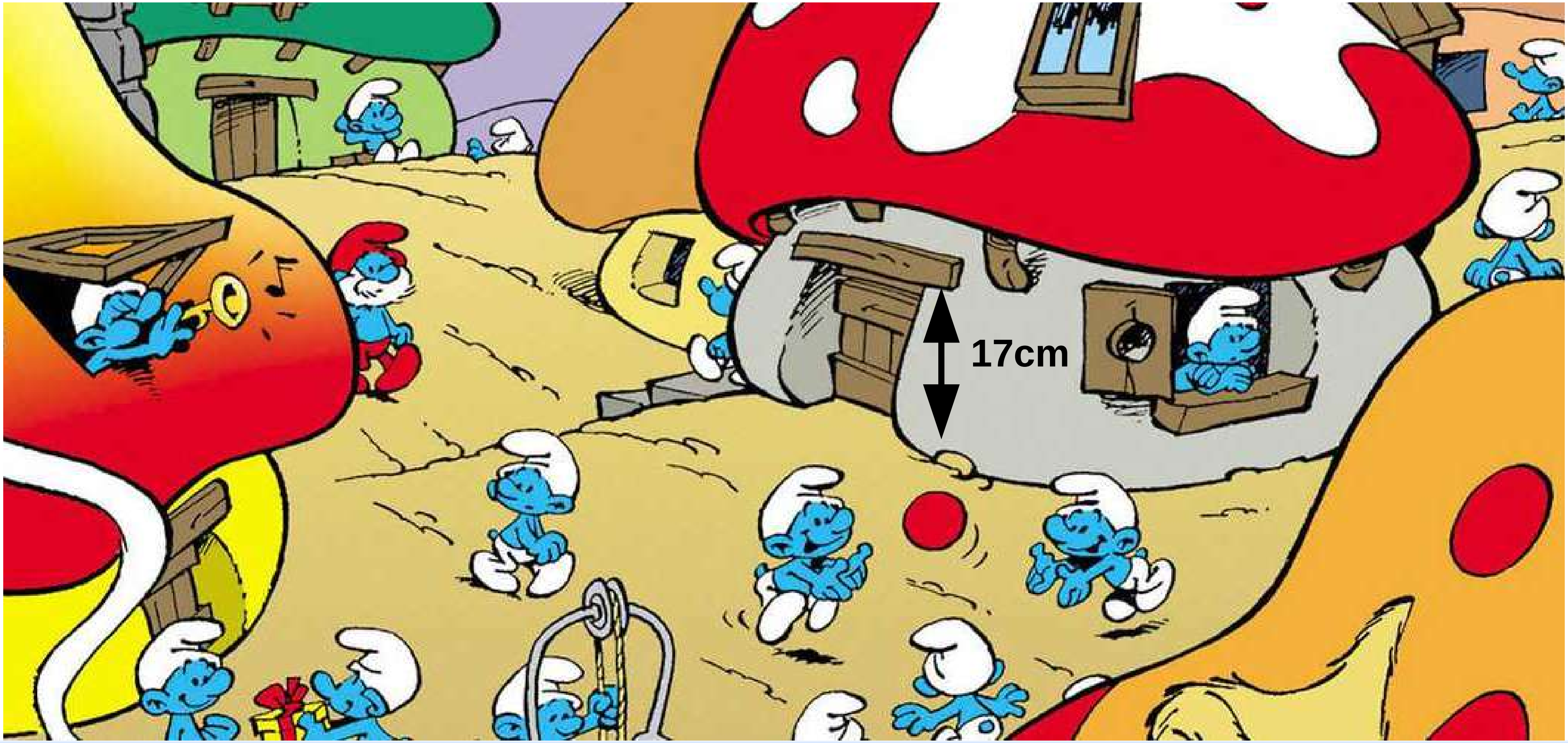
II . Des lilliputiens & des schtroumpfs

Les voyages de Gulliver (Rob Letterman, 2011)

II . Schtroumpfs : quelle taille ?

Album « Les schtroumpferies » (1-5, 1994-2001)
Porte : 17cm x 10cm

Taille d'un Schtroumpf ~15cm de haut → Echelle 1/12 environ ?



II . Schtroumpfs : quelle taille ?

Album « Les schtroumpferies »
Porte : 17cm x 10cm → taille environ 15cm ?

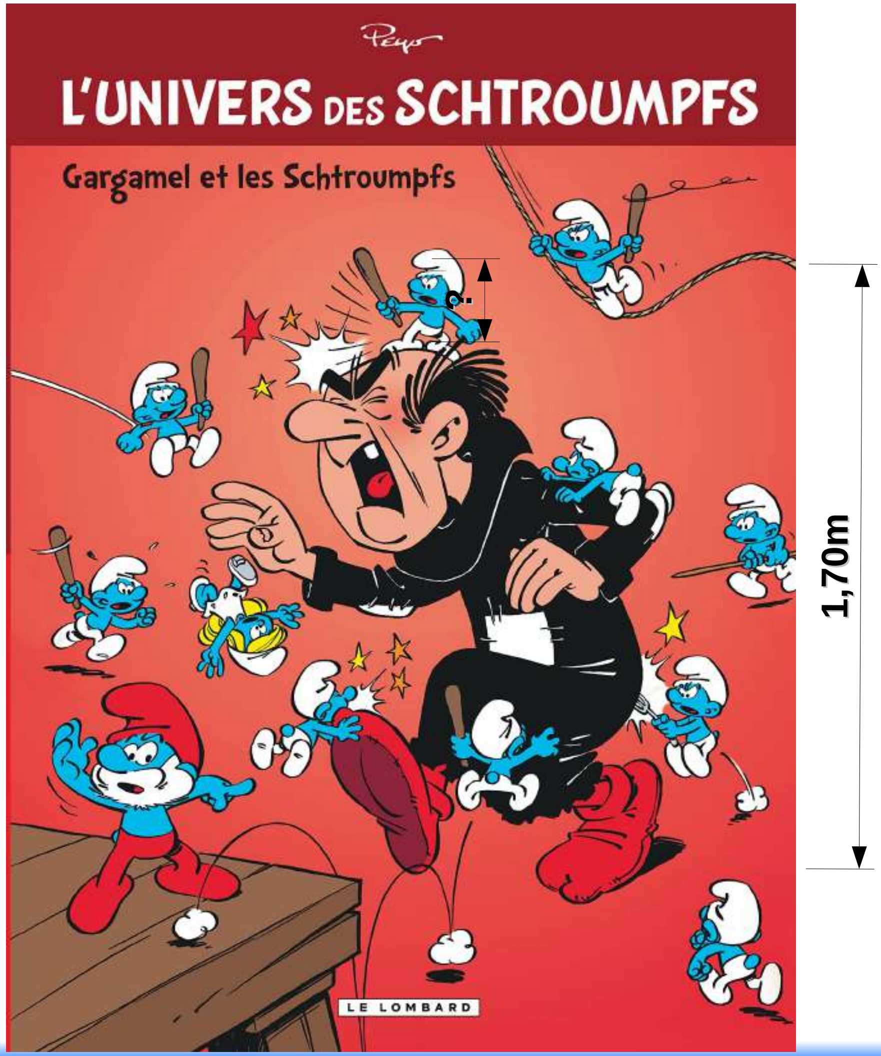
Si Gargamel fait 1,70m, un schtroumpf fait 34cm ?

Album « Les schtroumpfs et L'amour sorcier (2014)»

II . Schtroumpfs : quelle taille ?

Album « Les schtroumpferies »
Porte → taille environ 15cm - Echelle 1/12
Gargamel = 1,70m → taille 30cm - Echelle 1/6 → Poids ~ 0,5 kg

Ici Gargamel = 1,70m
→ taille 20cm ?
→ Echelle 1/8
→ Poids ~ 0,2 kg



Dorothée :
Taille ~ 5cm
→ Echelle ~1/30
→ Poids ~ 3g

II . Schtroumpfs : quelle force !

$F/M \ \alpha \ 1/L$ et $F \ \alpha \ M^{2/3}$
Un homme de 100 kilos pèse 10^6 x moins qu'une fourmi (100 mg, une grosse !)
→ mais seulement $10^{6x2/3}$ = 10 000 x plus fort
→ 100 x moins fort qu'une fourmi, relativement à sa masse

Une fourmi peut soulever 10 000 = $10^{6x2/3}$ fois moins qu'un homme
→ soit 100kg/10000 = 10g soit 100 x son poids !!

Ant-Man (2015)
Ant-Man et la Guêpe (2018)

II . Schtroumpfs : quelle force !

F/M α 1/L

Un homme de 100 kilos pèse 10^6 x moins qu'une fourmi (100 mg, une grosse !)

→ mais seulement $10^{6x2/3}$ = 10 000 x plus fort

→ 100 x moins fort qu'une fourmi, relativement à sa masse

Avec un schtroumpf à l'échelle ~1/10 soit environ 0,1 kg…

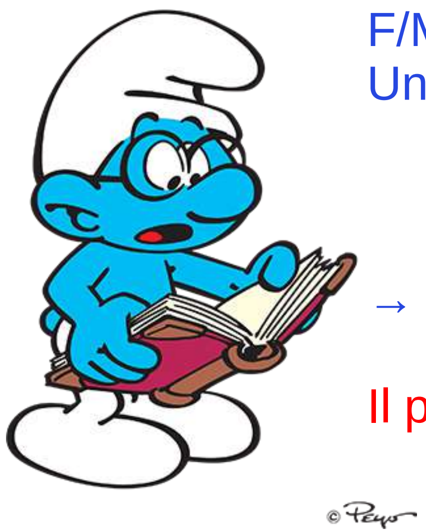
→ Un schtroumpf est $10^{3x2/3}$ = 100 fois moins fort…

→ soit 100kg/100 = 1kg, soit 10x son poids !

→ un schtroumpf est 10x plus fort qu'un homme, par rapport à son poids !

Il peut donc allègrement soulever un poids de...**1 kg !**

II . Schtroumpfs : quelle force !



F/M α 1/L

Un homme de 100 kilos pèse 10^6 x moins qu'une fourmi (100 mg, une grosse !)

→ mais seulement $10^{6x2/3}$ = 10 000 x plus fort

→ 100 x moins fort qu'une fourmi, relativement à sa masse

→ un schtroumpf est 10x plus fort qu'un homme, par rapport à son poids !

Il peut donc allègrement soulever un poids de...**1 kg !**

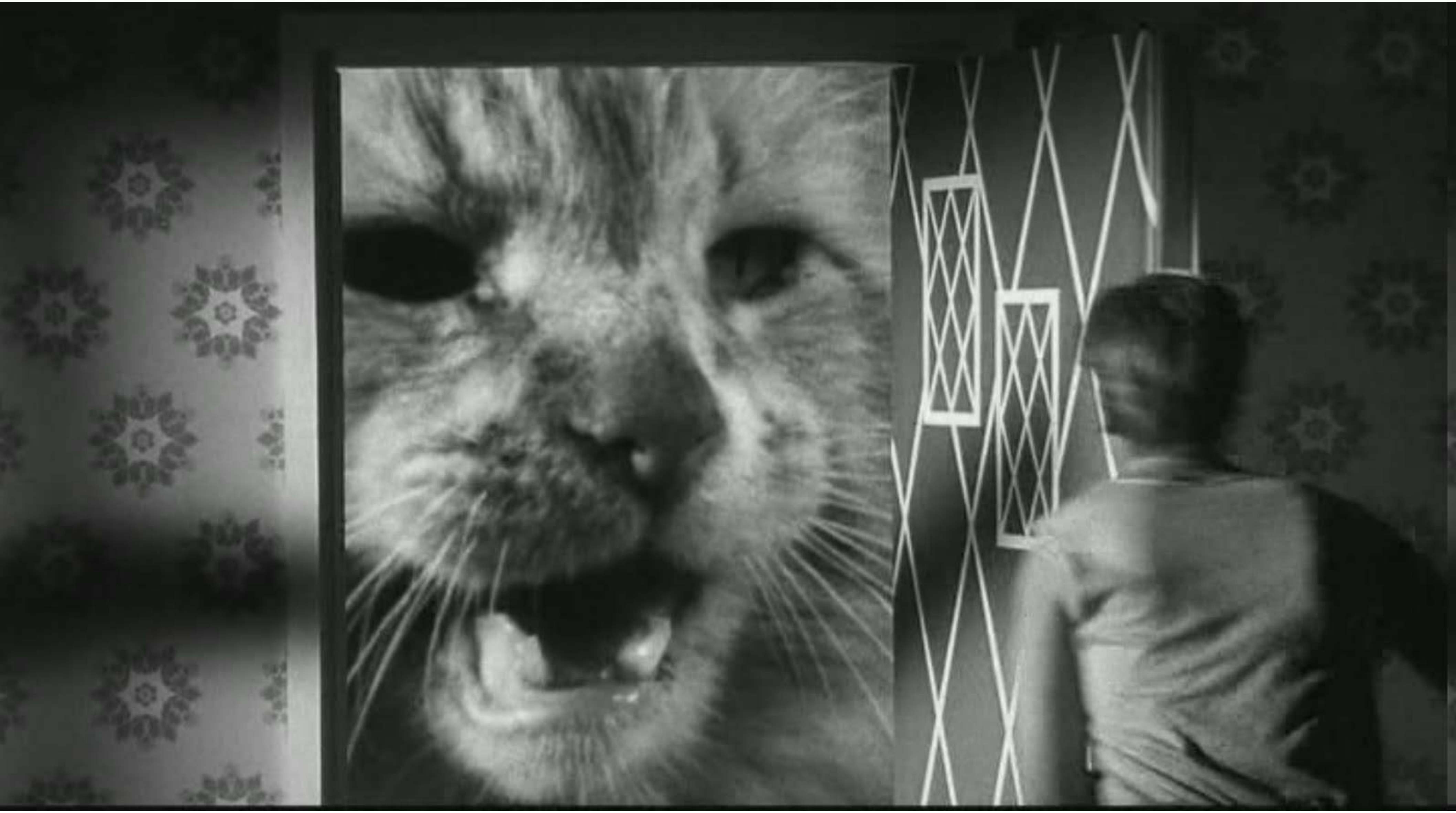
Le Schtroumpf costaud
pourrait battre Azraël ?

II . Hommes « réduits » au cinéma

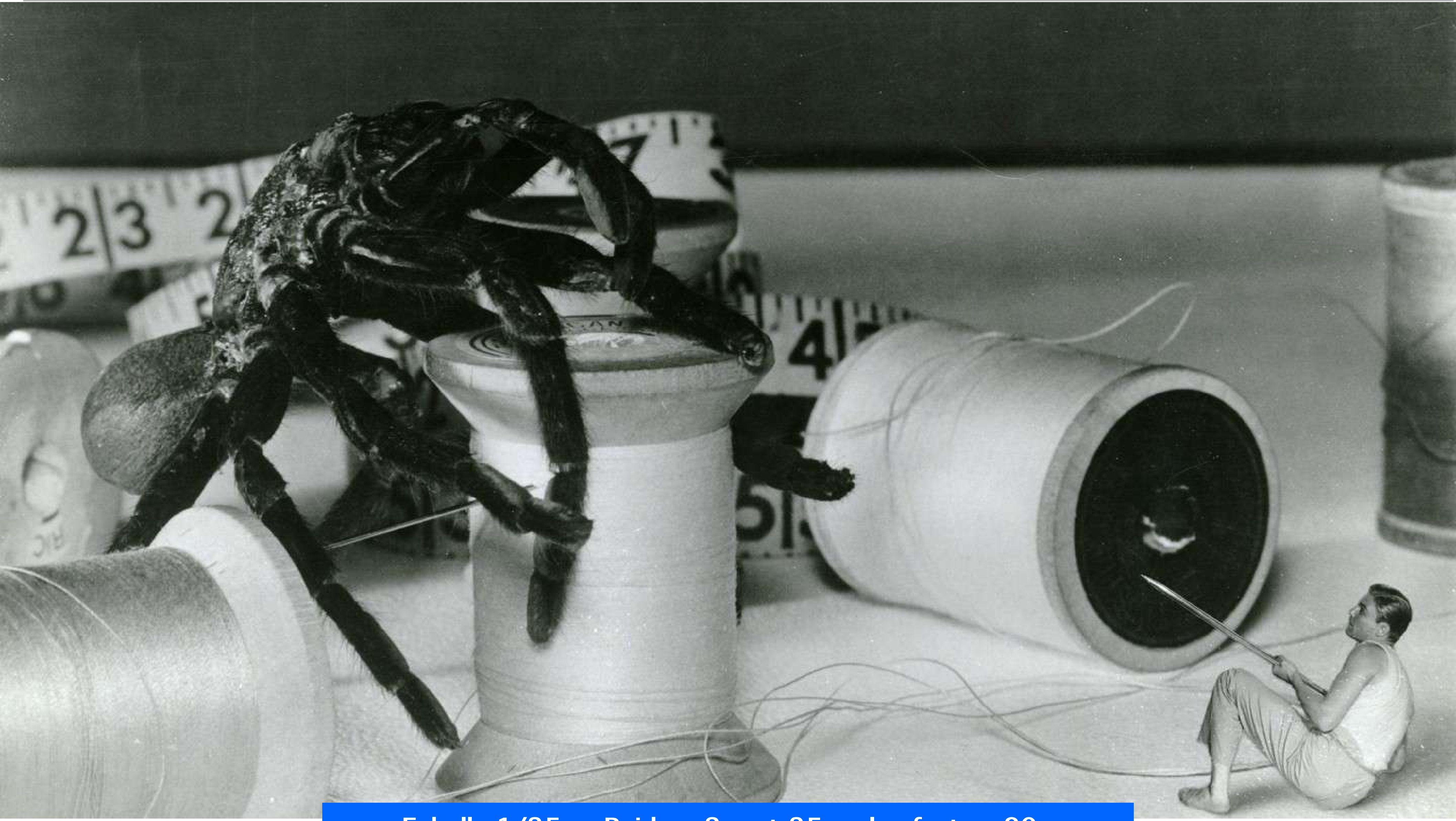
L'homme qui rétrécit (1957)
livre de Richard Matheson (1956)

II . Hommes « réduits » au cinéma

II . Hommes « réduits » au cinéma



II . Hommes « réduits » au cinéma



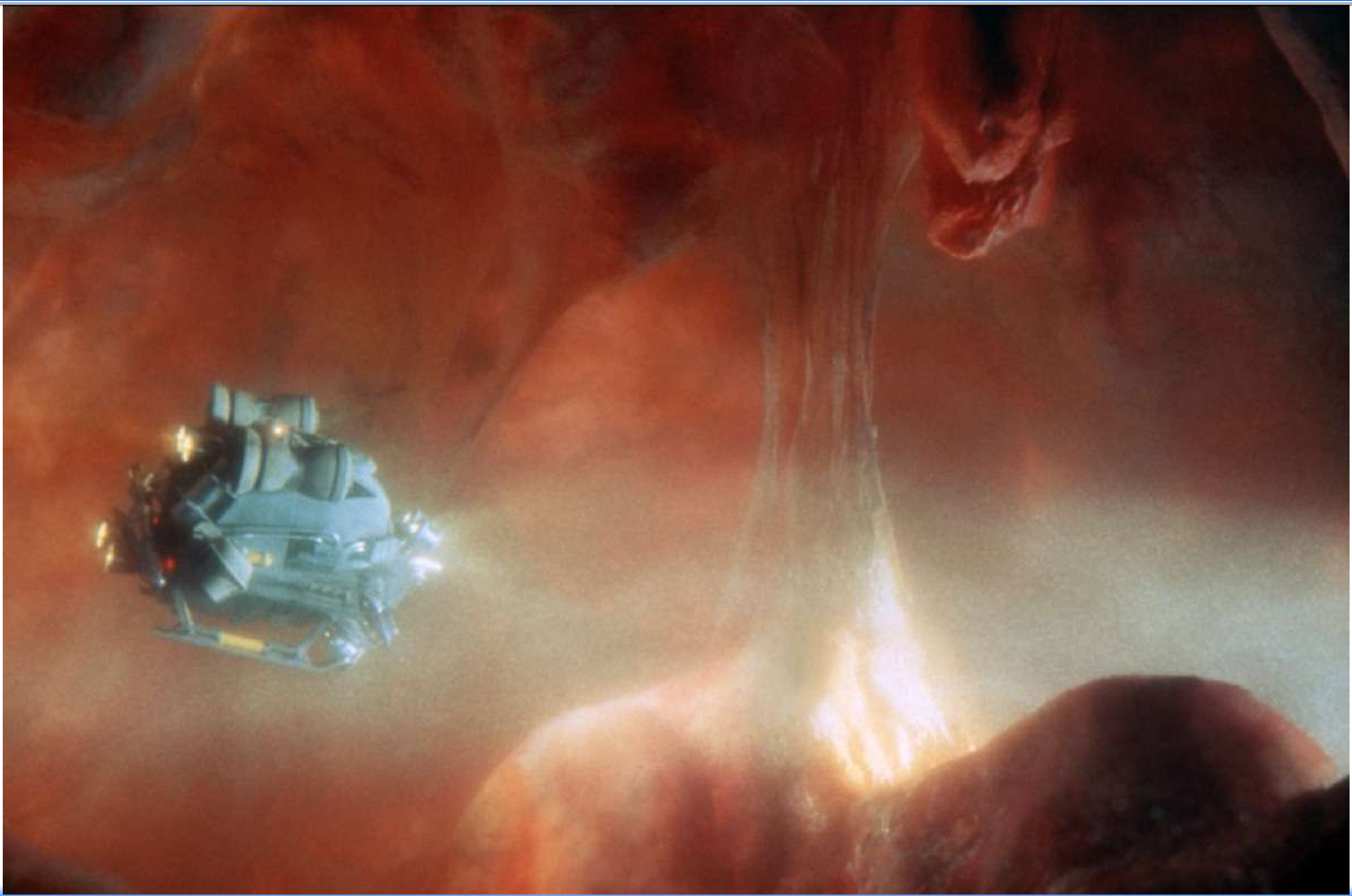
Echelle 1/35 → Poids ~ 2g et 35 x plus fort → 80g
Poids de l'araignée : 0,1 – 200g

II . Hommes « réduits » au cinéma

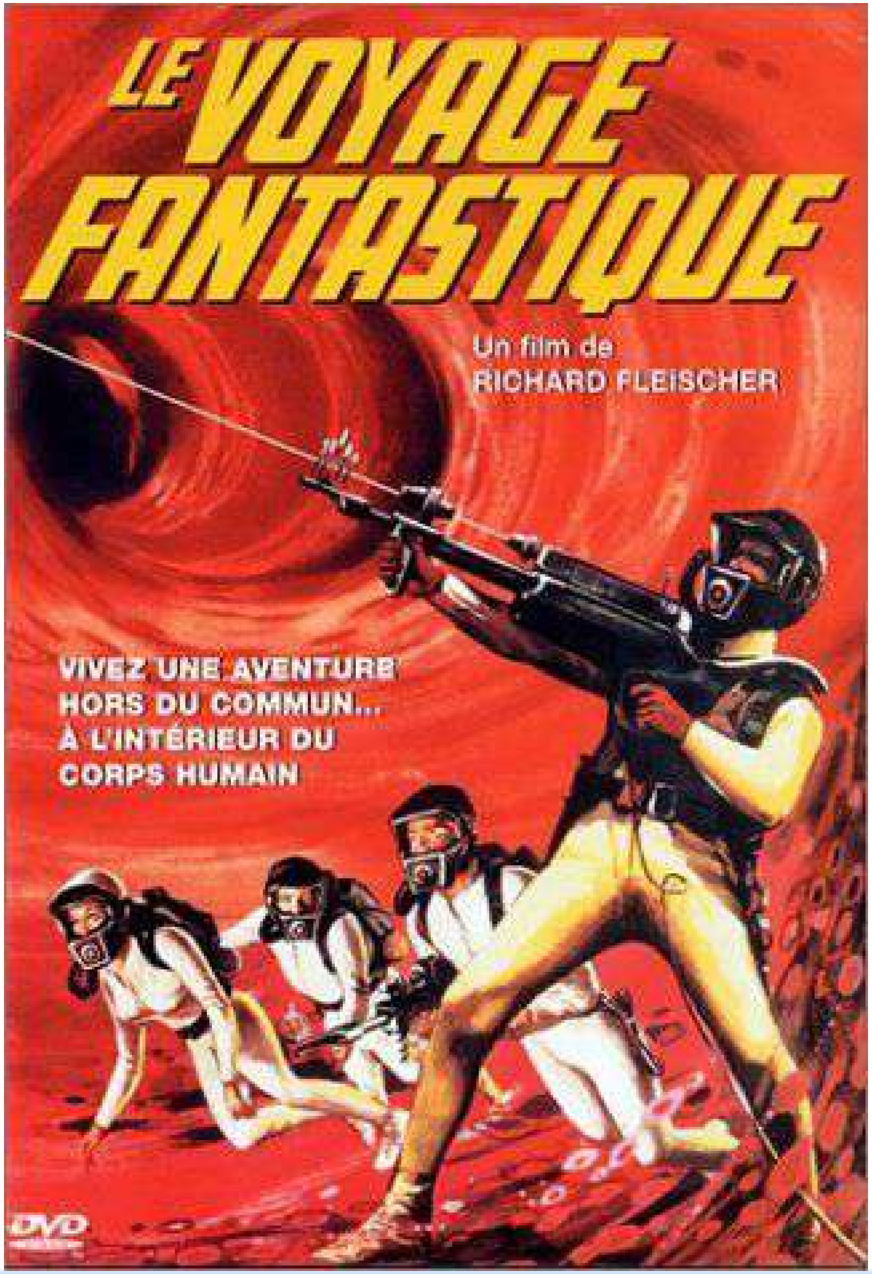
II . Hommes « réduits » au cinéma

L'aventure intérieure
Joe Dante (1985)

II . Hommes « réduits » au cinéma



II . Hommes « réduits » au cinéma



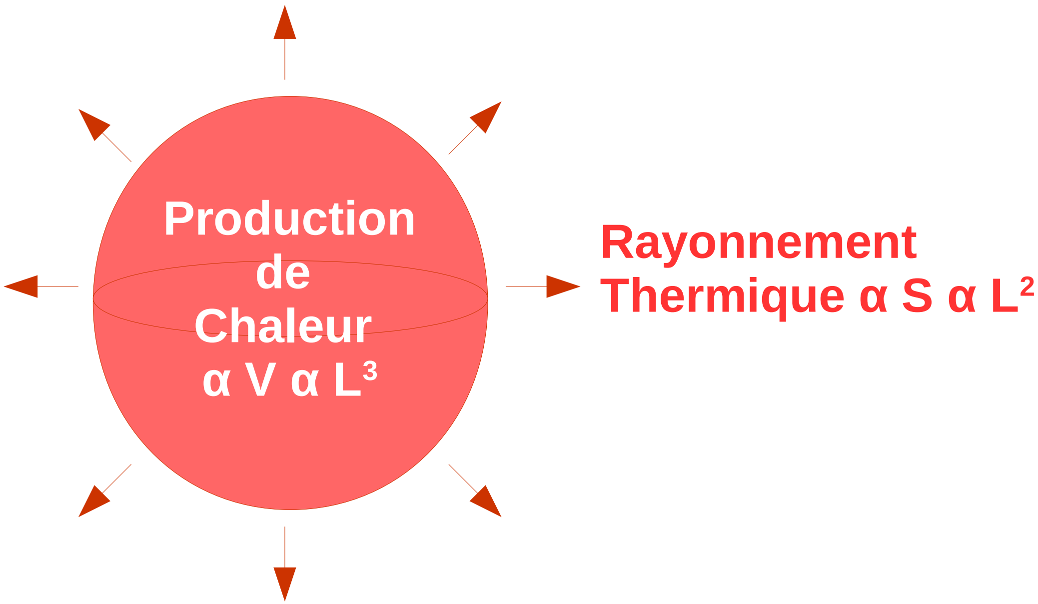
Le voyage fantastique
Richard Fleischer (1966)

II . Schtroumpfs : quel appétit !

Un animal à sang chaud se nourrit pour maintenir une **température constante !**

Echanges thermiques proportionnels à la surface S des parois

→ Pertes varient comme L^2, ou comme $M^{2/3}$



Donc Pertes/unité de masse $\alpha\ M^{-1/3}$ ou $\alpha\ L^2/L^3 = 1/L$

Mais les besoins sont proportionnels à la masse, ou encore à L^3

Le rapport des 2 taux (Pertes/Besoins) varie comme 1/L !

II . Schtroumpfs : quel appétit !

Conséquences importantes

Si nous absorbons 1/100 de notre poids, un nain 100x plus petit absorbe à peu près son poids !
Si nous passions 1/100 de notre temps à nous nourrir, ce nain y passerait tout son temps !

Dans le cas des Schtroumpfs à l'échelle 1/10-1/20, il va passer sa journée à se nourrir...

→ **ou bien le schtroumpf a le sang « froid » !**

Pourquoi pas ?
Les schtroumpfs sont bleus parce que leur sang est froid !

II . Schtroumpfs : quel appétit !

Des poils pour se réchauffer ?
(Le Cosmoschtroumpf, 1967)

II . Schtroumpfs : quel appétit !

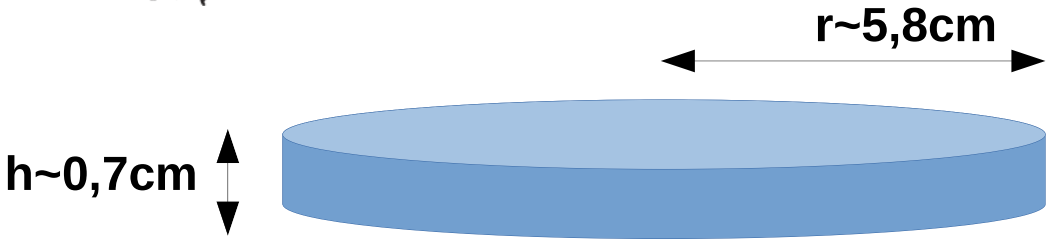
II . Schtroumpfs : quel appétit !

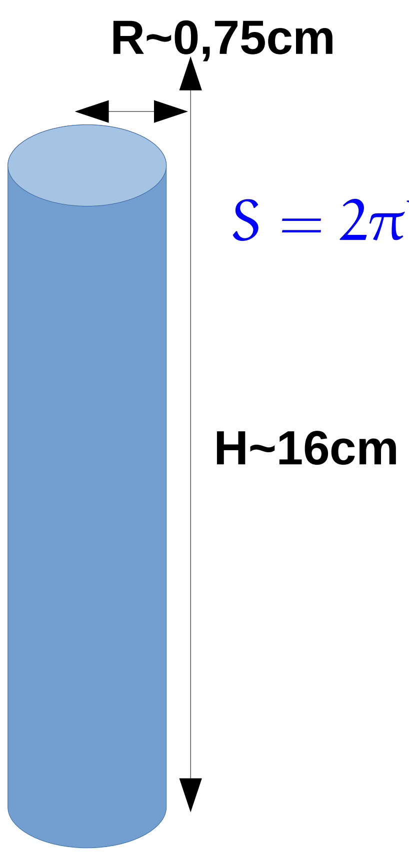
Echanges thermiques proportionnels à la surface S des parois

Expérience : loi du refroidissement de Newton

Même volume V d'eau avec Surface d'échange S différente

$$s = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$$





$$S = 2\pi R(H + R)$$

$$\frac{s}{S} = \frac{r(h+r)}{R(H+R)} \approx 3$$

La boite de Pétri doit donc se refroidir plus vite que le tube à essai ?

II . Schtroumpfs : quel appétit !

Echanges proportionnels à la surface S des parois

Expérience : loi du refroidissement de Newton

La boite de Pétri doit donc se refroidir plus vite que le tube à essai ?

Loi du refroidissement de Newton :

$$\frac{d\Delta T}{dt} \propto S\Delta T$$ **(Dé)croissance exponentielle**

$$\Rightarrow T(t) - T_{\text{ambiante}} = (T(0) - T_{\text{ambiante}})\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec $\tau \propto 1/S$

$$\Rightarrow \log(\Delta T(t)) = \log(\Delta T(0)) - \frac{t}{\tau}$$

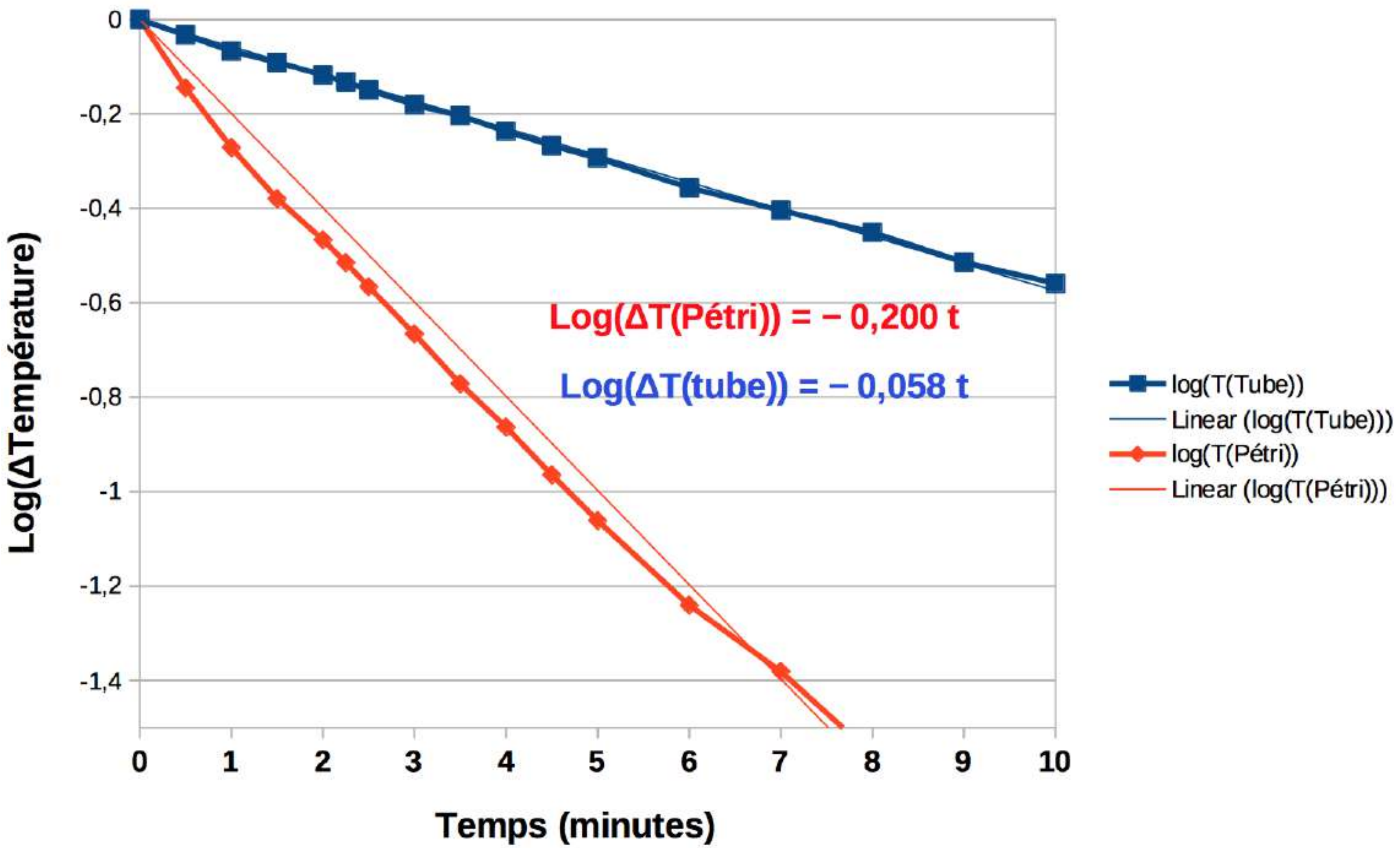
Du type $y = a \times t + b$, avec $a \propto 1/\tau$ donc pente $\propto S$

II . Schtroumpfs : quel appétit !

La boite de Pétri doit donc se refroidir plus vite que le tube à essai ?

$$\Rightarrow \log(\Delta T(t)) = \log(\Delta T(0)) - \frac{t}{\tau}$$

Du type $y = a \times t + b$, avec $a \propto 1/\tau$ donc pente $\propto S$



$$\frac{\text{Pente(Tube)}}{\text{Pente(Pétri)}} \approx 3,5$$

II . Schtroumpfs : quel appétit !

Il faut couvrir bébé !

II . Schtroumpfs : quel appétit !

Musaraigne étrusque (2g) vs Elephant (1 tonne)

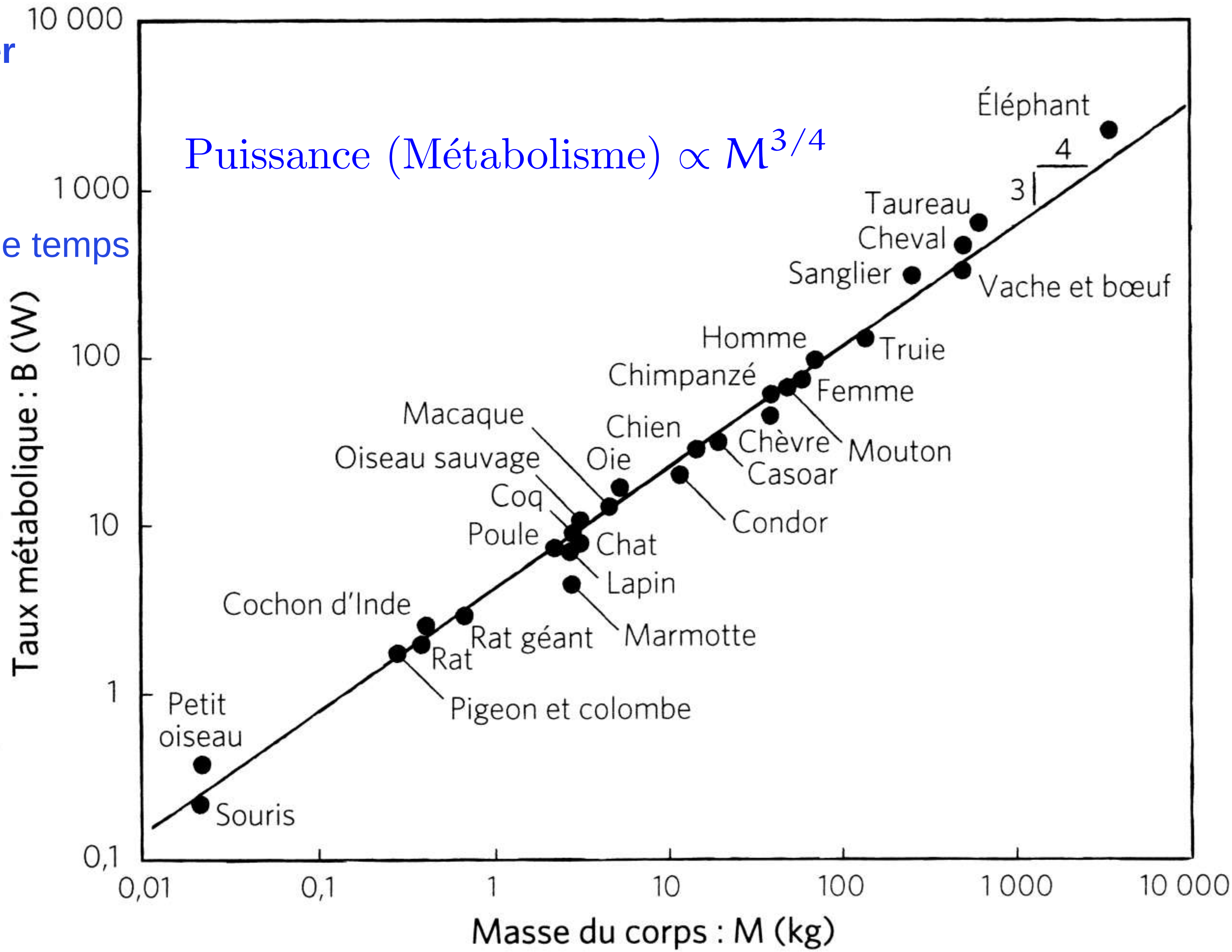
2 fois sa masse / jour !

5 % de sa masse/jour

II . Schtroumpfs : quel âge ?

Loi de Kleiber (1947)

Energie/unité de temps



II . Schtroumpfs : quel âge ?

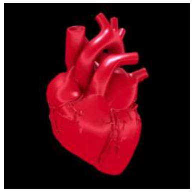
Loi de Kleiber – Conséquences

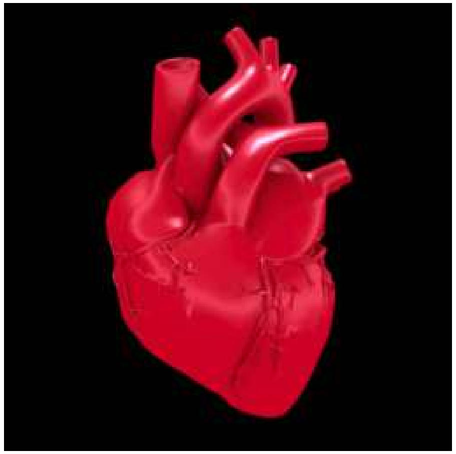
Métabolisme α $M^{3/4}$ → débit de V_{sang}/unité de temps

Ce débit est α Fréquence Cardiaque (T^{-1}) x V_{coeur}

avec V_{sang} et V_{coeur} α Masse totale M

→ R x V_{coeur} α $M^{3/4}$



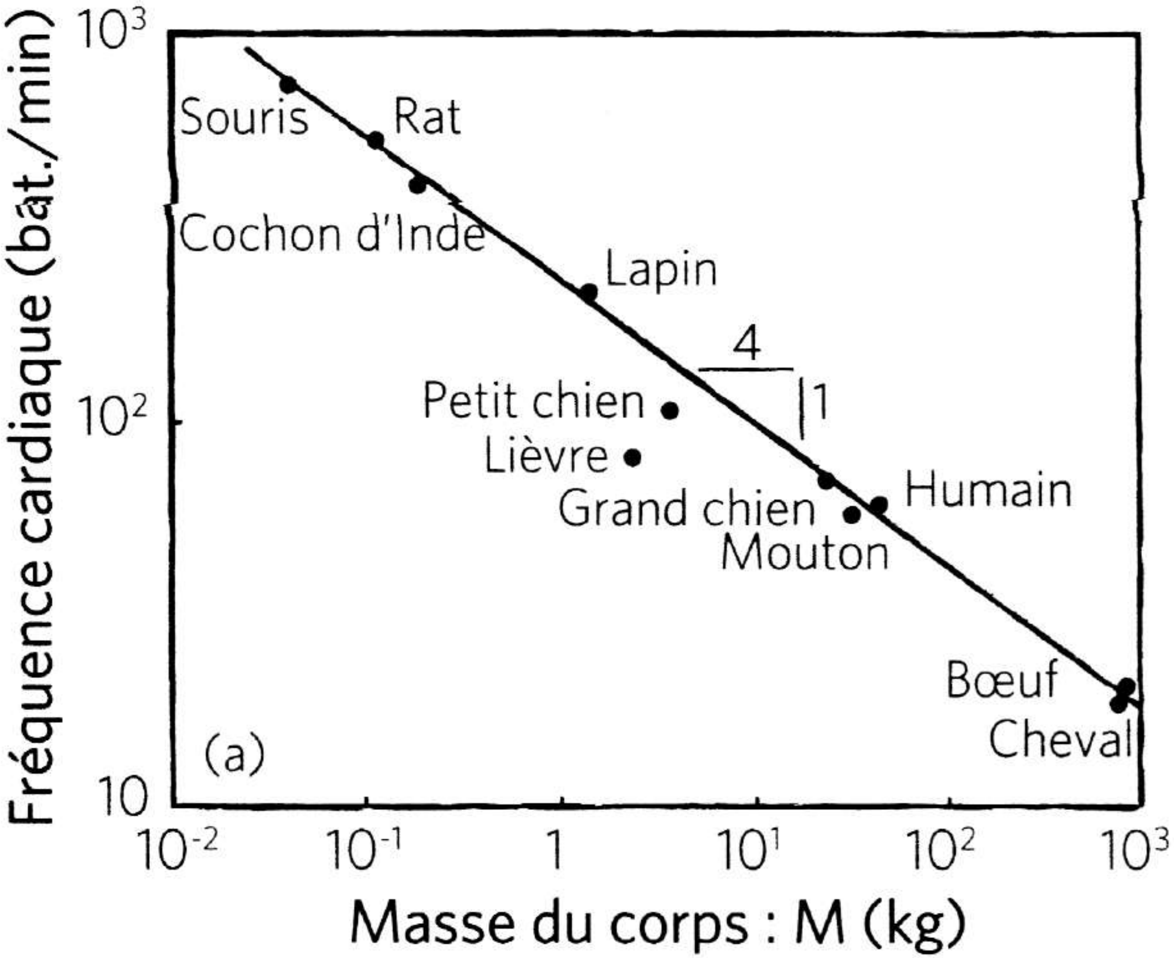


II . Schtroumpfs : quel âge ?

Loi de Kleiber – Conséquences

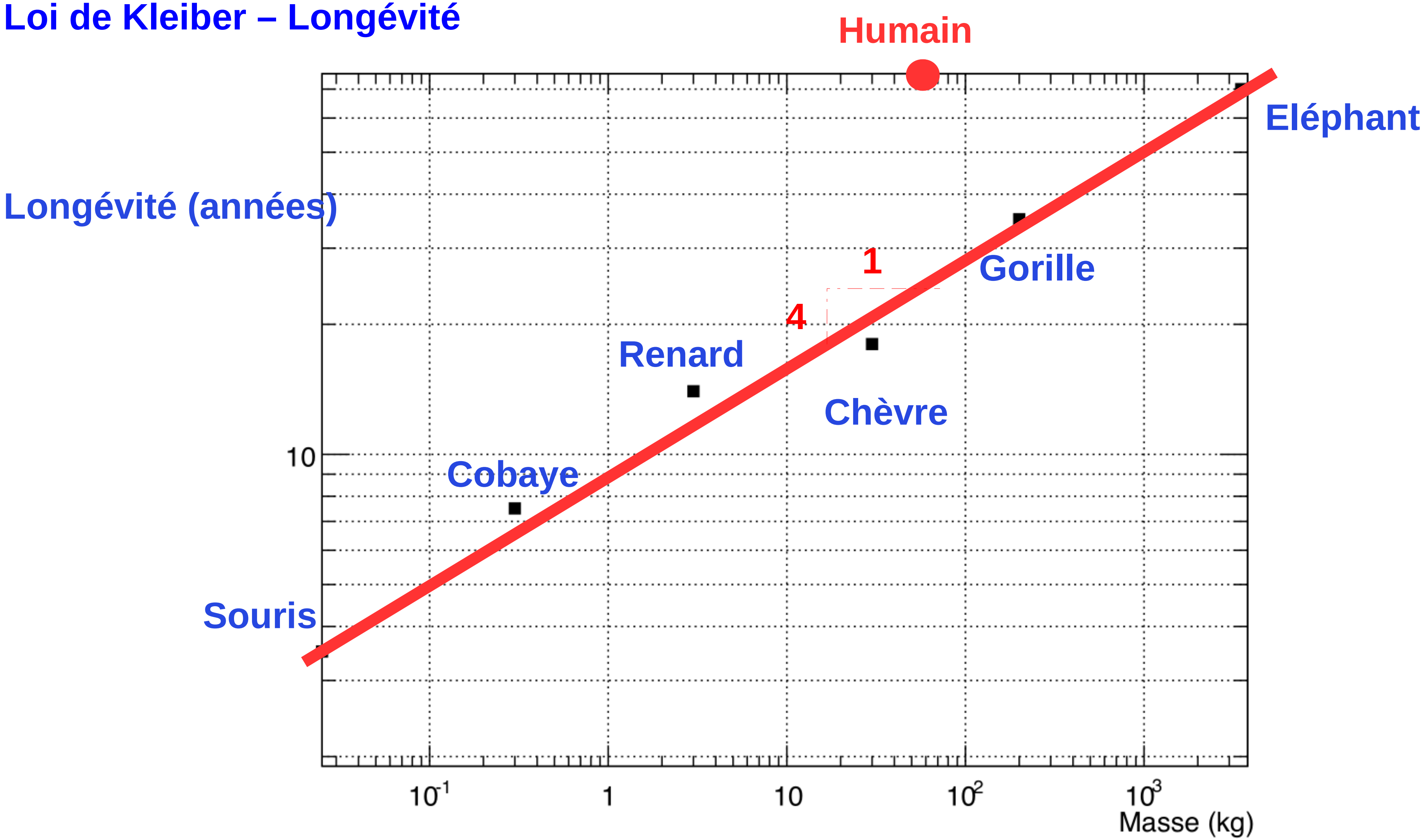
Fréquence Cardiaque R x V_{coeur} α $M^{3/4}$ → R α $M^{3/4}/M$ **= $M^{-1/4}$**

Loi vérifiée sur le diagramme log-log



II . Schtroumpfs : quel âge ?

Loi de Kleiber – Longévité



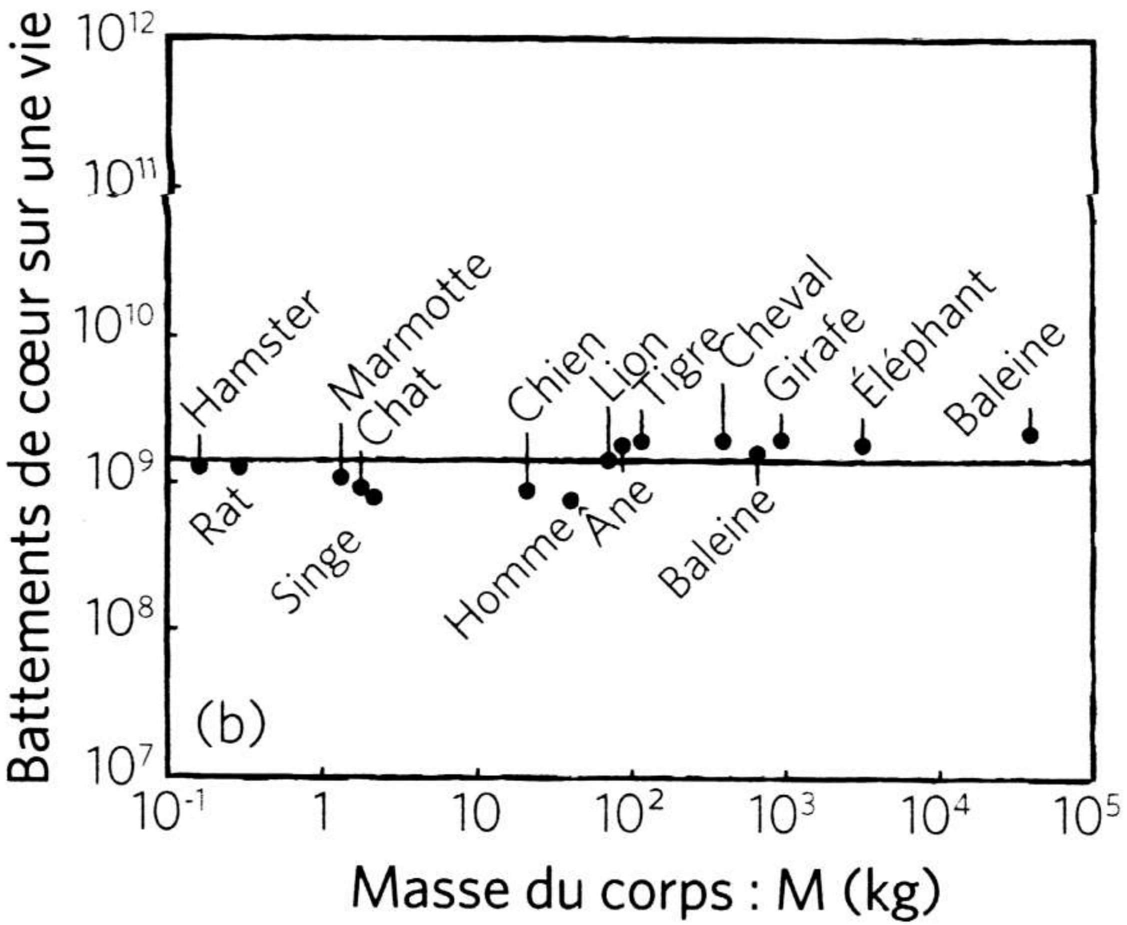
Longévité α $M^{1/4}$

II . Schtroumpfs : quel âge ?

Loi de Kleiber – Conséquences

P α $M^{3/4}$ → R α $M^{-1/4}$ + **Âge** α $M^{1/4}$ →

→ $N_{batternents}$ = R x Longévité α $M^{1/4}$ x $M^{-1/4}$ =M^0 = **constante**



II . Schtroumpfs : quel âge ?

$R\ \alpha\ M^{1/4}$ avec R x Longévité = N_{max} ~ 10^9 battements

A l'échelle 1/10, avec M~10g, **Rx6 environ** → 400-500 battements/minute !

→ **Longévité divisée par 6 → environ 10-20 ans...**

Âge du Grand Schtroumpf : 542 ans ?

Âge du Schtroumpf « moyen » ~100 ans ?

II . Schtroumpfs : quel âge ?

Comment expliquer la loi de Kleiber ?
Métabolisme α $M^{3/4}$

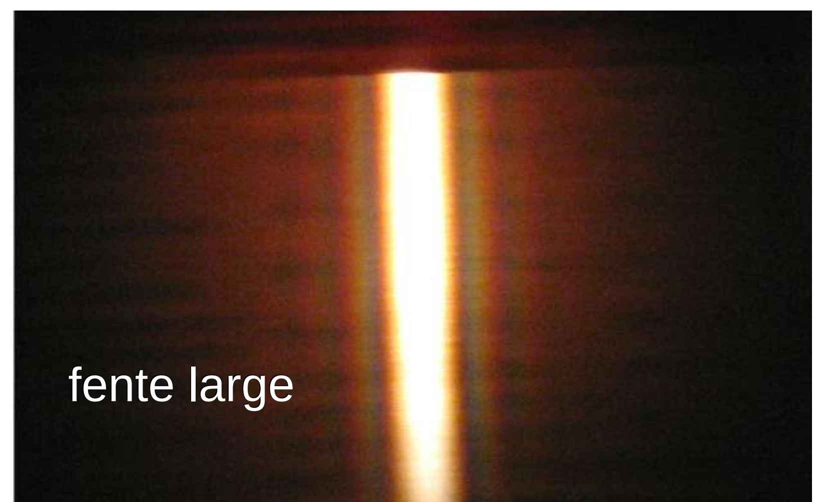
Rendez-vous au Cours 3 sur Superman !

II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il voir ?

PISTE EINSTEIN

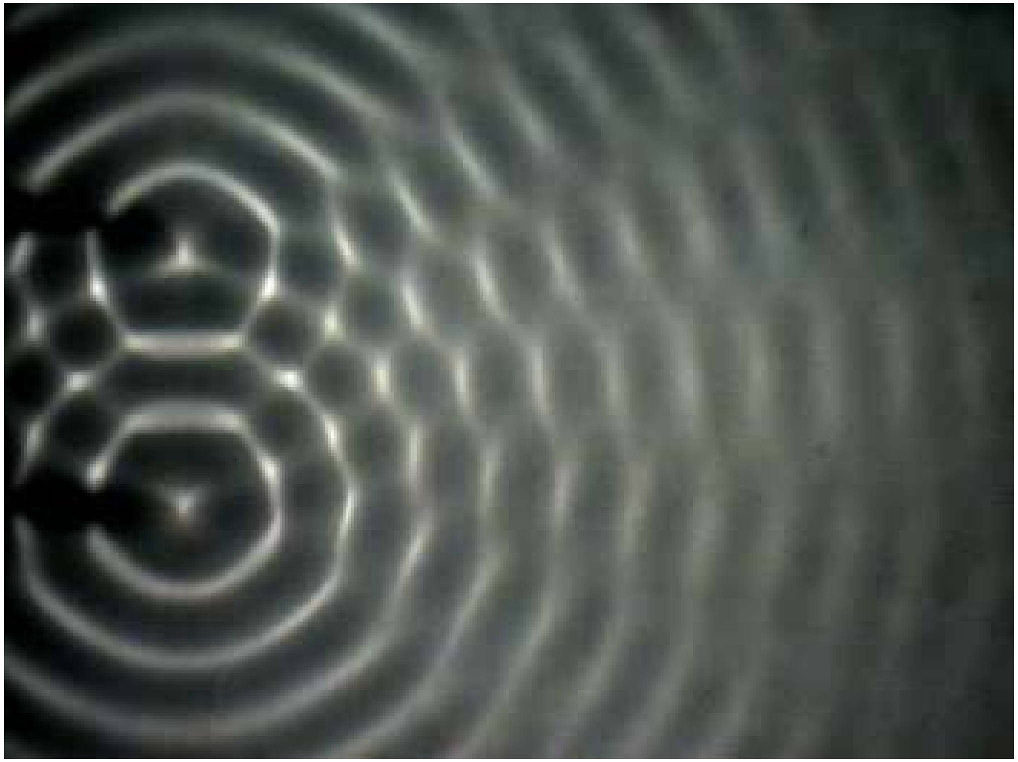
Phénomènes de « Diffraction »



II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il voir ?

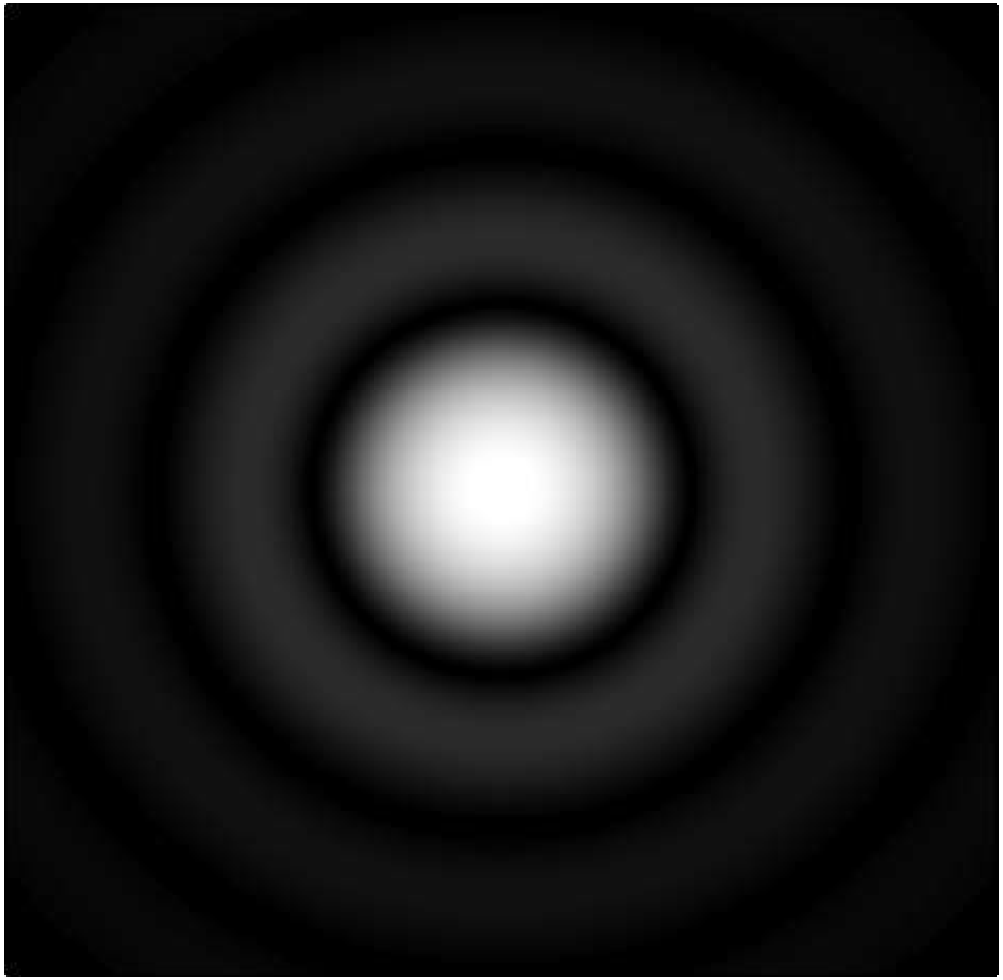
PISTE EINSTEIN



II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

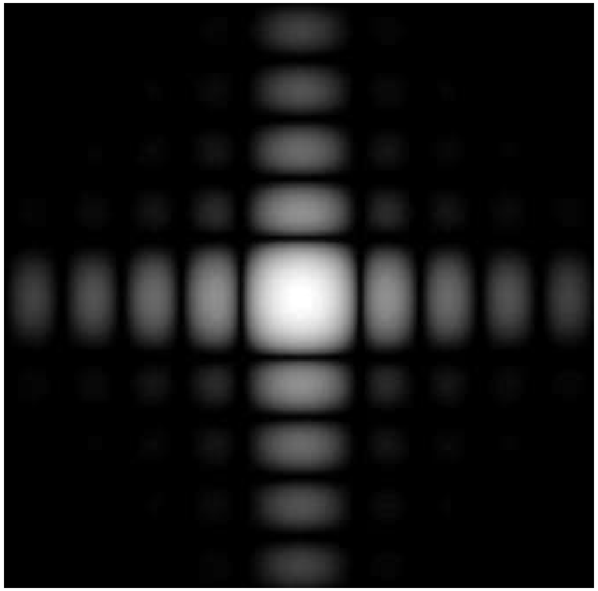
Un homme-fourmi peut-il voir ?

PISTE EINSTEIN

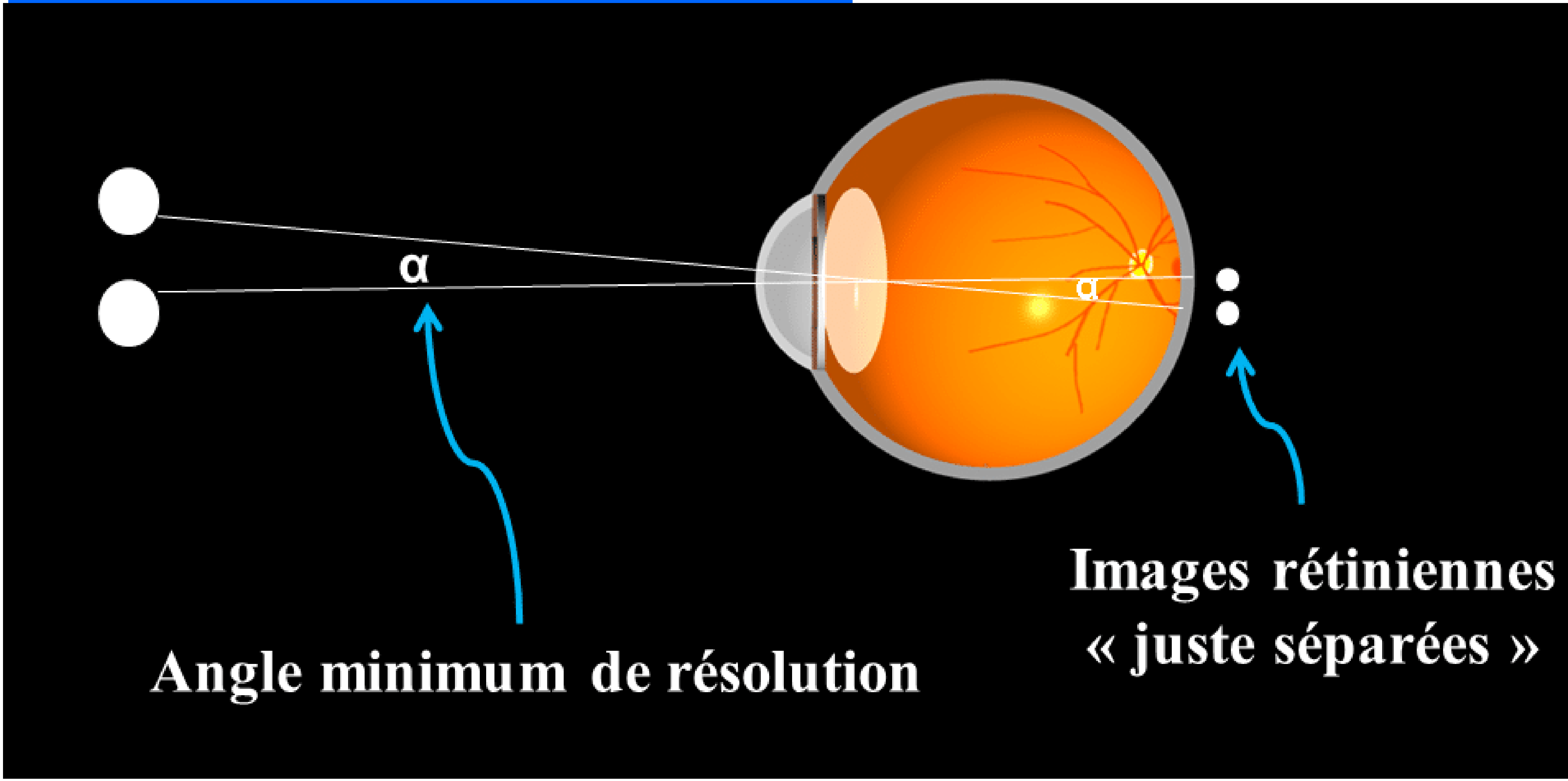


Phénomènes « ondulatoires »
lorsque l'ouverture est ~ λ
Lumière visible ~ 500nm

Même dans l'Oeil humain !



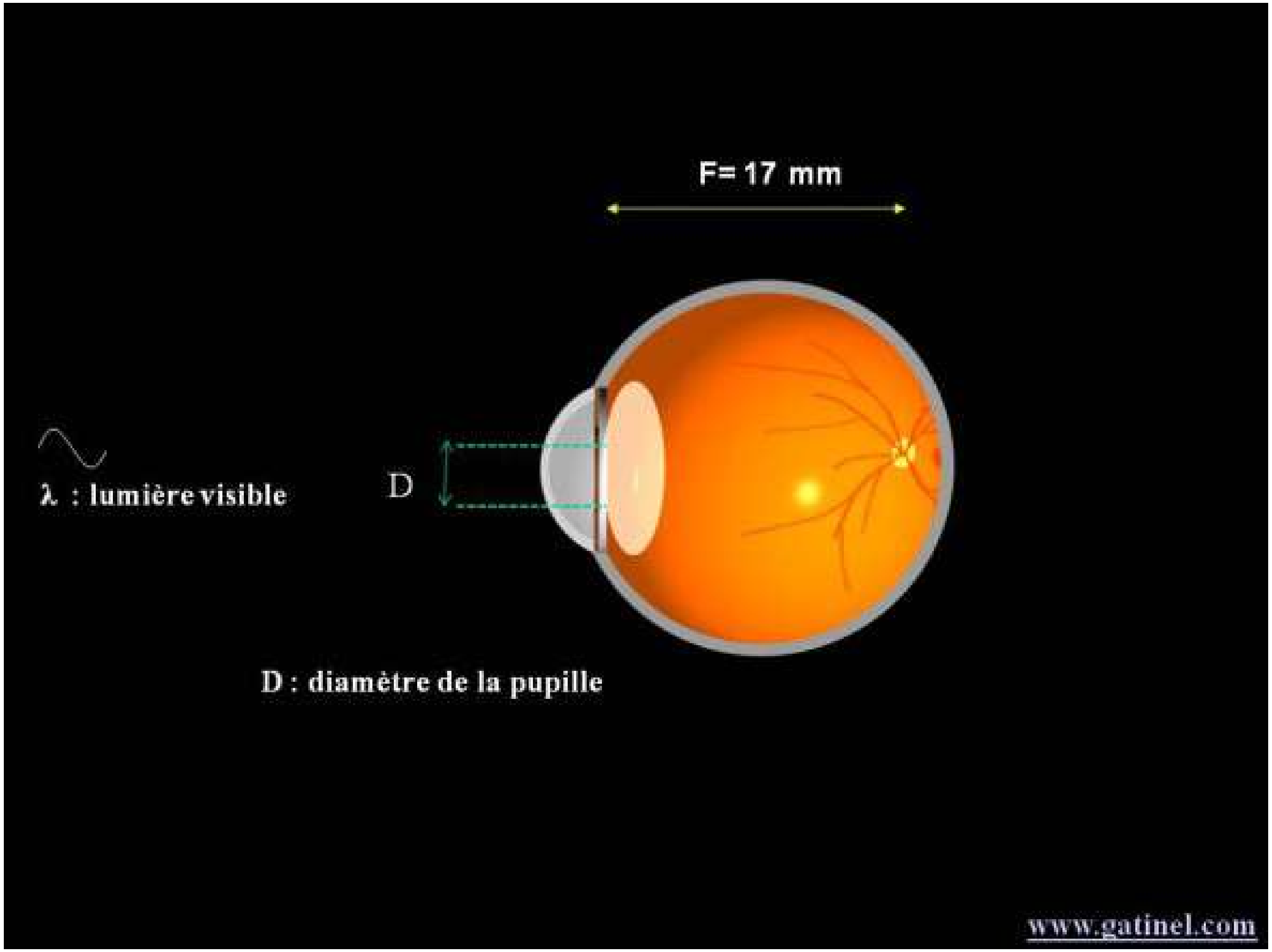
Un homme-fourmi peut-il voir ?



Résolution Oeil humain ~ 1/60° (1 minute d'arc)

II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il voir ?



Résolution ~ λ F/D → Homme-Fourmi : identique ~ micron

Taille cellules photosensible ~ micron pour l'homme → 0,001 micron chez l'homme fourmi

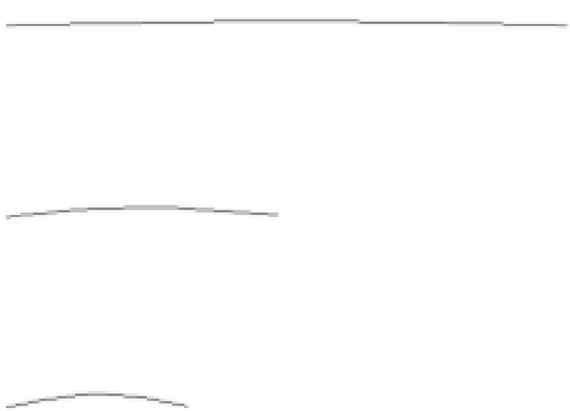
II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il voir ?

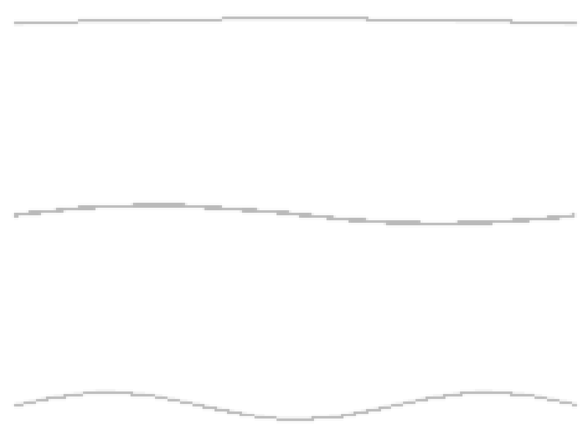
Plusieurs centaines/milliers de cellulles pour une image d'un point → vision floue

II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il parler & entendre ?



Cordes de longueurs différentes

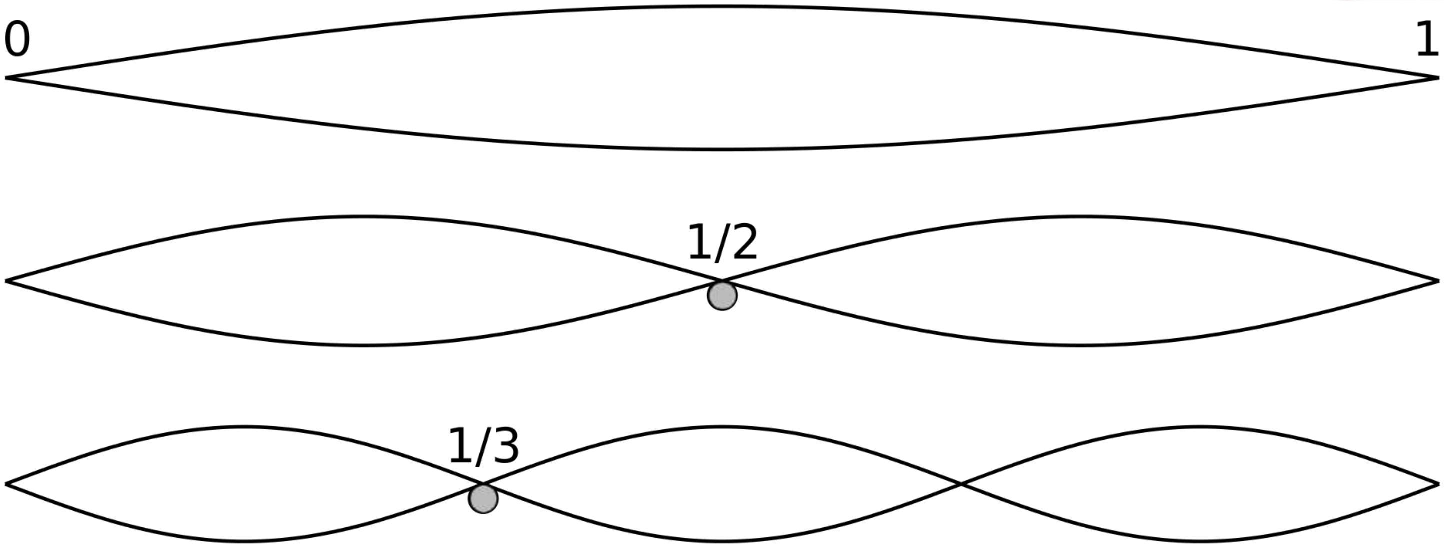


« Harmoniques » pour une même longueur

Abordé Cycle 2 - Cours 5

II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il parler & entendre ?



Analyse dimensionnelle

Longueur L + Fréquence de la corde f, $[f] = 1/T$
Tension de la corde = Force → $[T] = M.L.T^{-2}$,
masse/unité de longueur m $[m] = M/L$

$[(T/m)^{1/2}] = L/T$ a les dimensions d'une vitesse = v vitesse de l'onde
[L.f] a aussi les dimensions d'une vitesse

$$f.L \propto \sqrt{\frac{T}{m}} \Rightarrow f \propto \frac{1}{L}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il parler & entendre ?

$$f \propto \frac{1}{L}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

Voix humaine ~ 200-300 Hz
Voix d'un homme-fourmi (facteur 300) → 60kHz – 90kHz
→ Ultra-sons – inaudibles par nous !

II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il parler & entendre ?

$$f \propto \frac{1}{L}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

Volume sonore α volume d'air α Masse α Taille^3
→ Pour l'homme-fourmi, intensité des millions de fois plus faible...

Pour entendre : Ses tympans ne vont vibrer que pour des sons plus aigus...

II . Ant-man, homme qui rétrécit : voir, entendre...

Un homme-fourmi peut-il vivre, voir, parler & entendre ?

Lunettes « Oeil de Mouche »

Sonotone

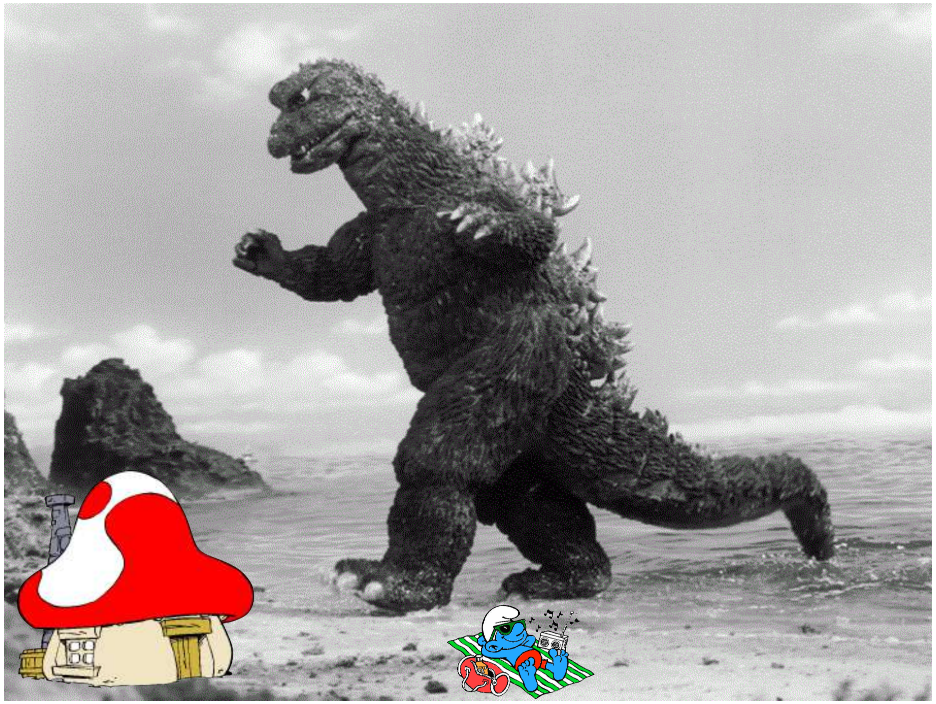
Micro « Auto-Tune »

Régulation thermique

Pas facile la vie d'Homme-Fourmi !

2 - Lois d'Echelle

Ou la physique appliquée aux Schtroumpfs et à Godzilla

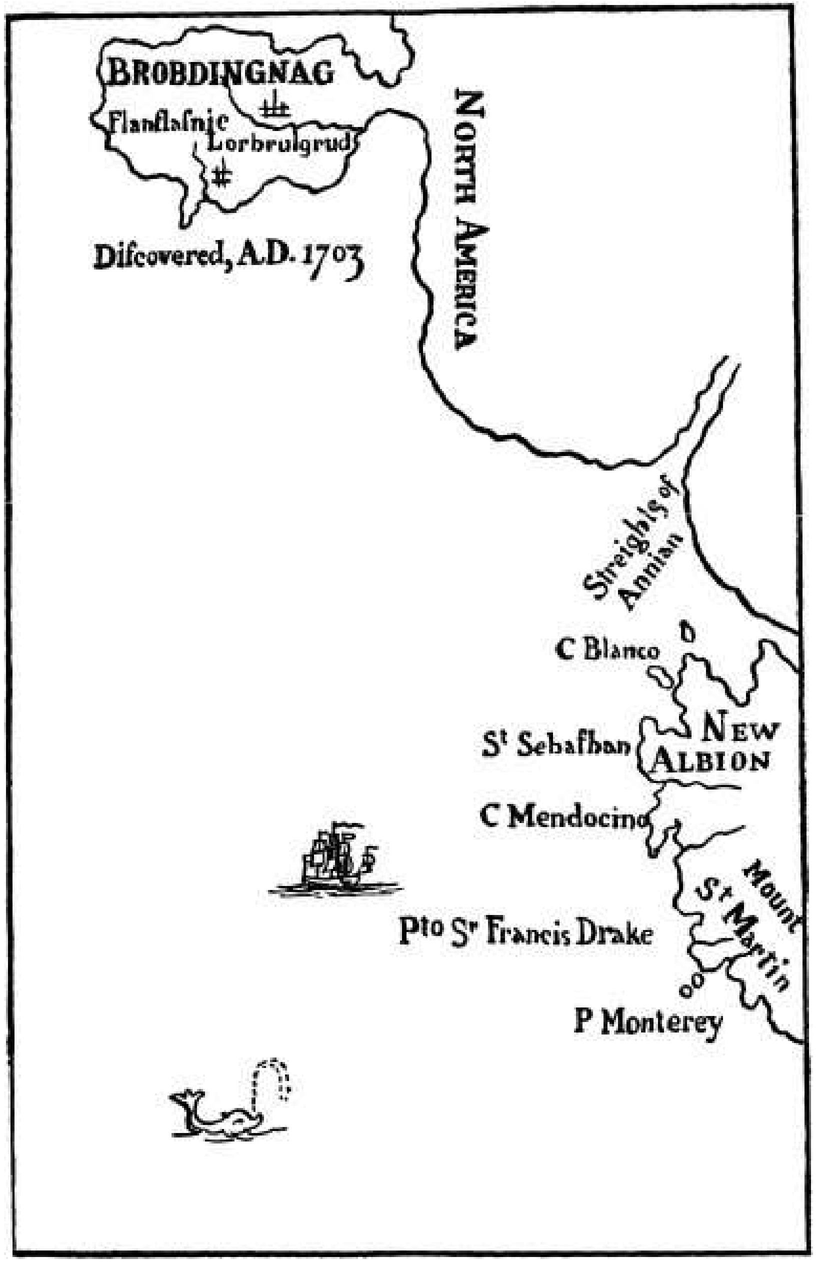


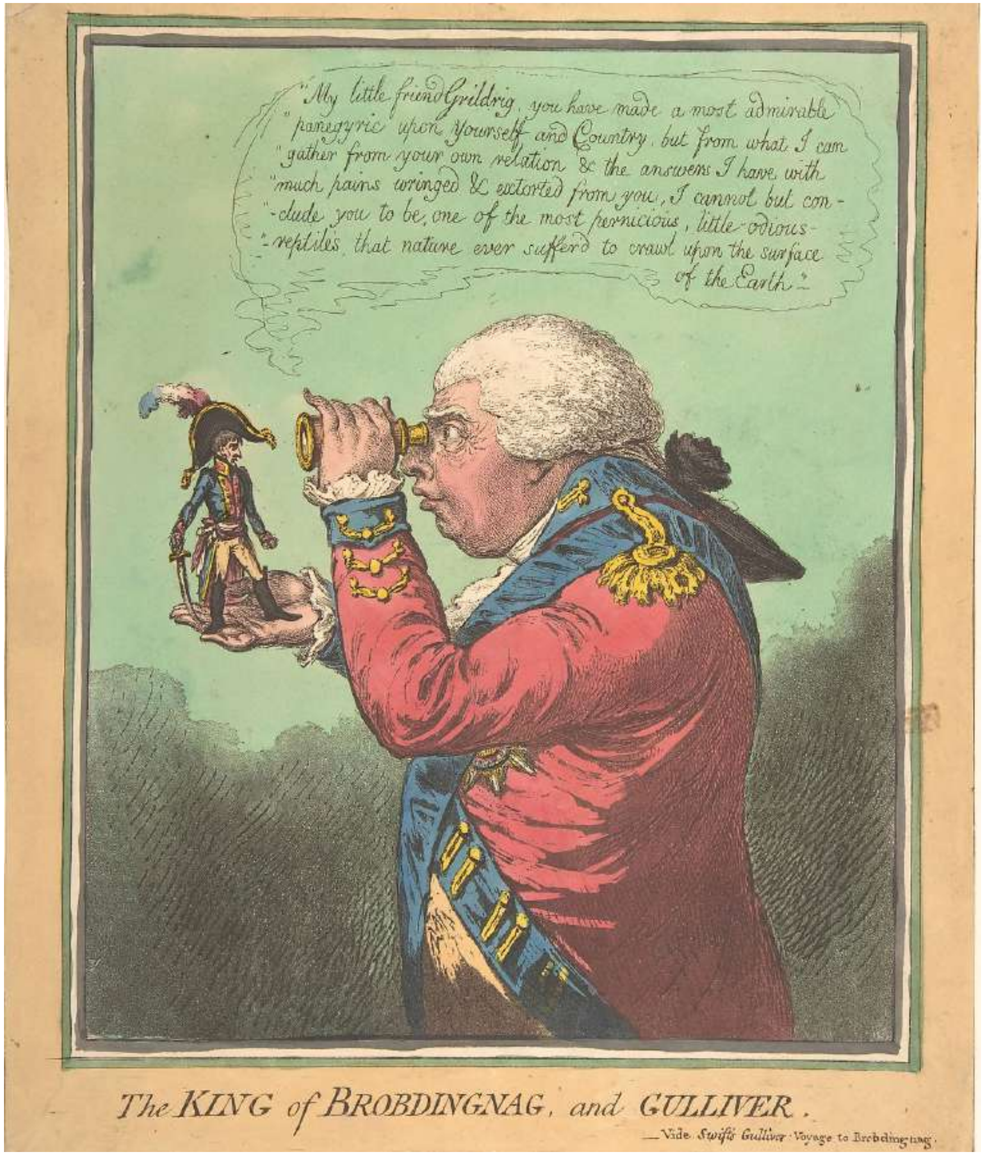
1 – Similitudes et lois d'échelle

2 – Lilliputiens, schtroumpfs : que dit la Physique ?

3 – Géants, Godzilla : comment ils courent, ils volent...

III. Des géants à Godzilla





Gulliver à Brobdingnag (Jonathan Swift, 1721)

III. Des géants à Godzilla

Gulliver à Brobdingnag (1721)

III. Des géants à Godzilla

Gulliver à Brobdingnag

Des os 12x plus grands...
Section des os est 12^2 plus grande...
et un poids 12^3 plus grand

Un « Brobdingnagien » moyen pèse 140 tonnes !

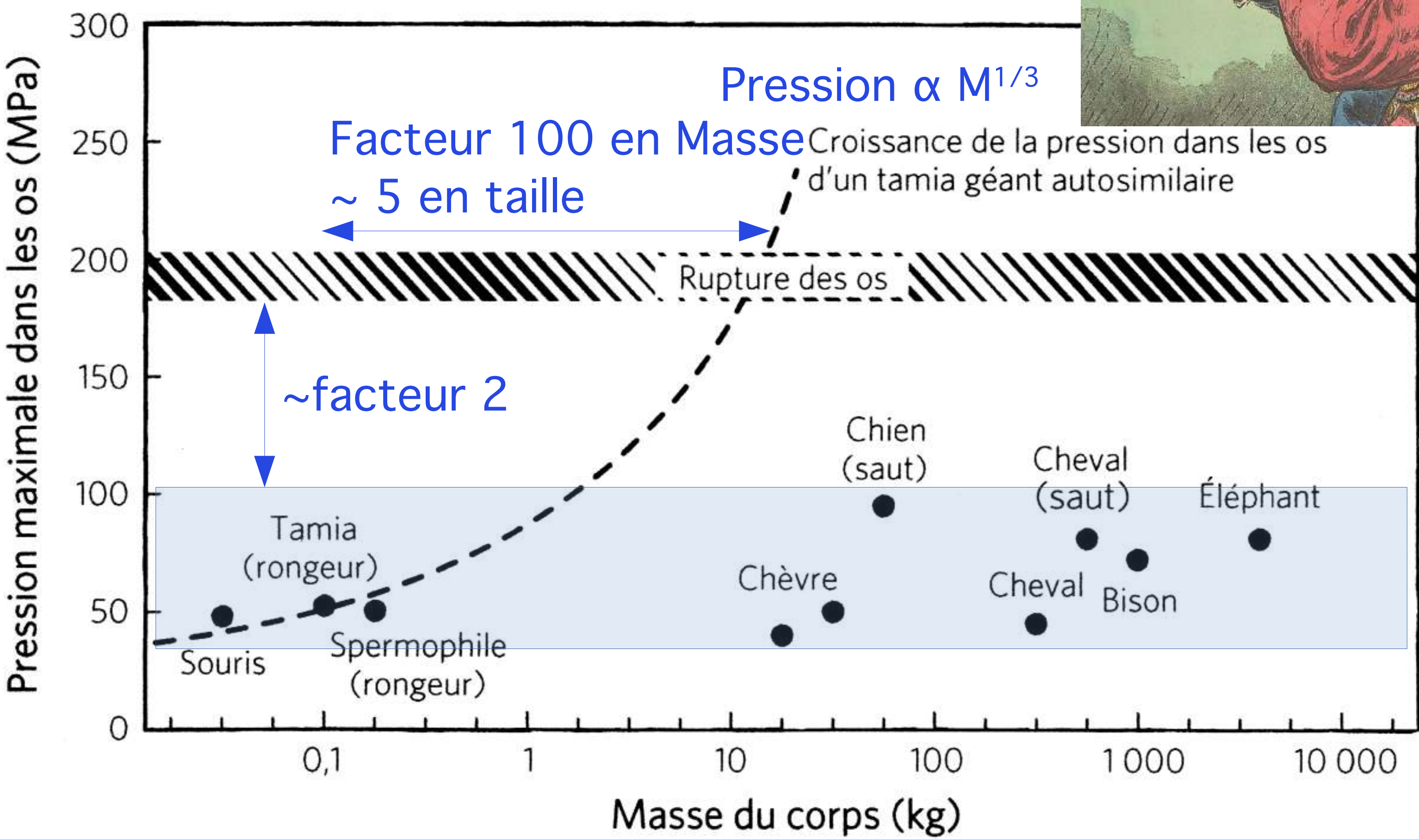
10 tonnes

III. Des géants à Godzilla

Gulliver à Brobdingnag

Les os subissent une pression $P/S \propto L^3/L^2 = L$

→ **12 fois plus importante que pour un homme normal !**



P_{max} à peu près la même

III. Des géants à Godzilla

Robert Wadlow – 2,72m

Les os de la tête doivent résister à la chute !

→ Pression α $L^3/L^2 = L$

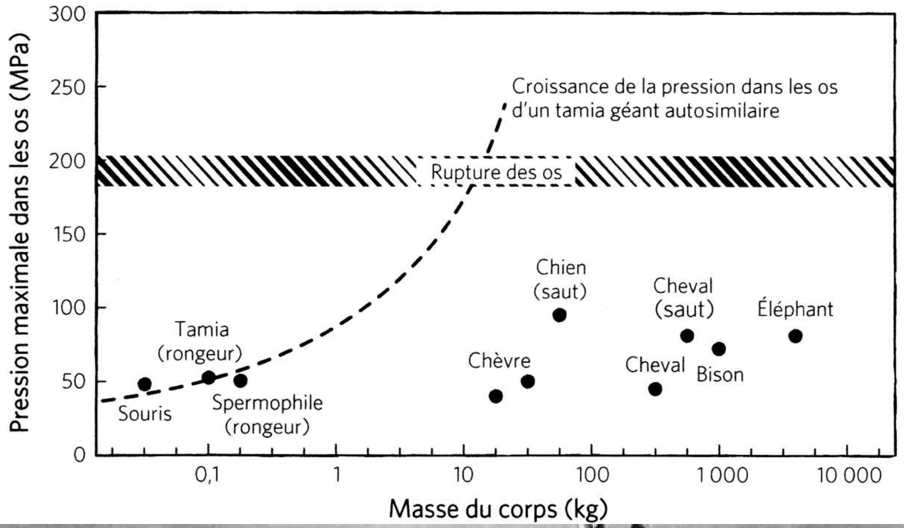
→ Taille maximum d'un humain < 2 x Taille

III. Des géants à Godzilla

Et King-Kong ?

24 pieds – 7,3 mètres = 4-5 gorilles !
Donc 25 fois plus lourd qu'un gorille
Pression 5x plus grande → à la limite de rupture

→ King-King peut marcher, lentement...



III. Des géants à Godzilla

Et King-Kong ?

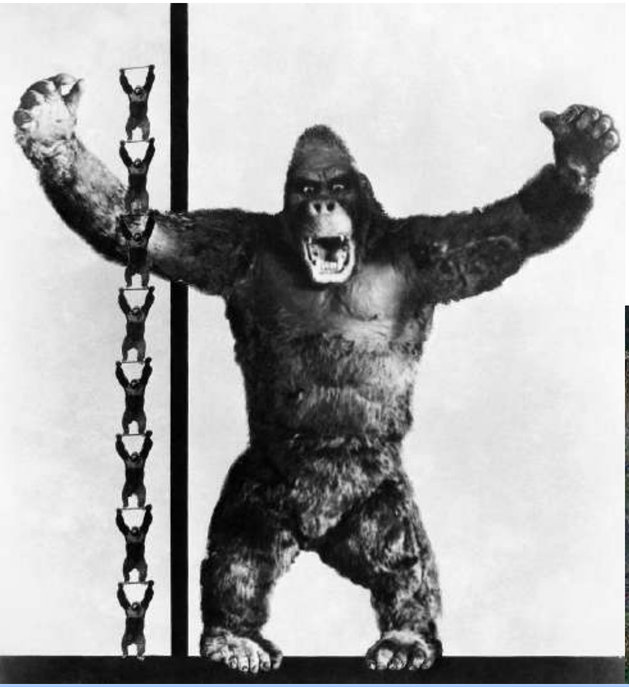
King-Kong (2005)

III. Des géants à Godzilla

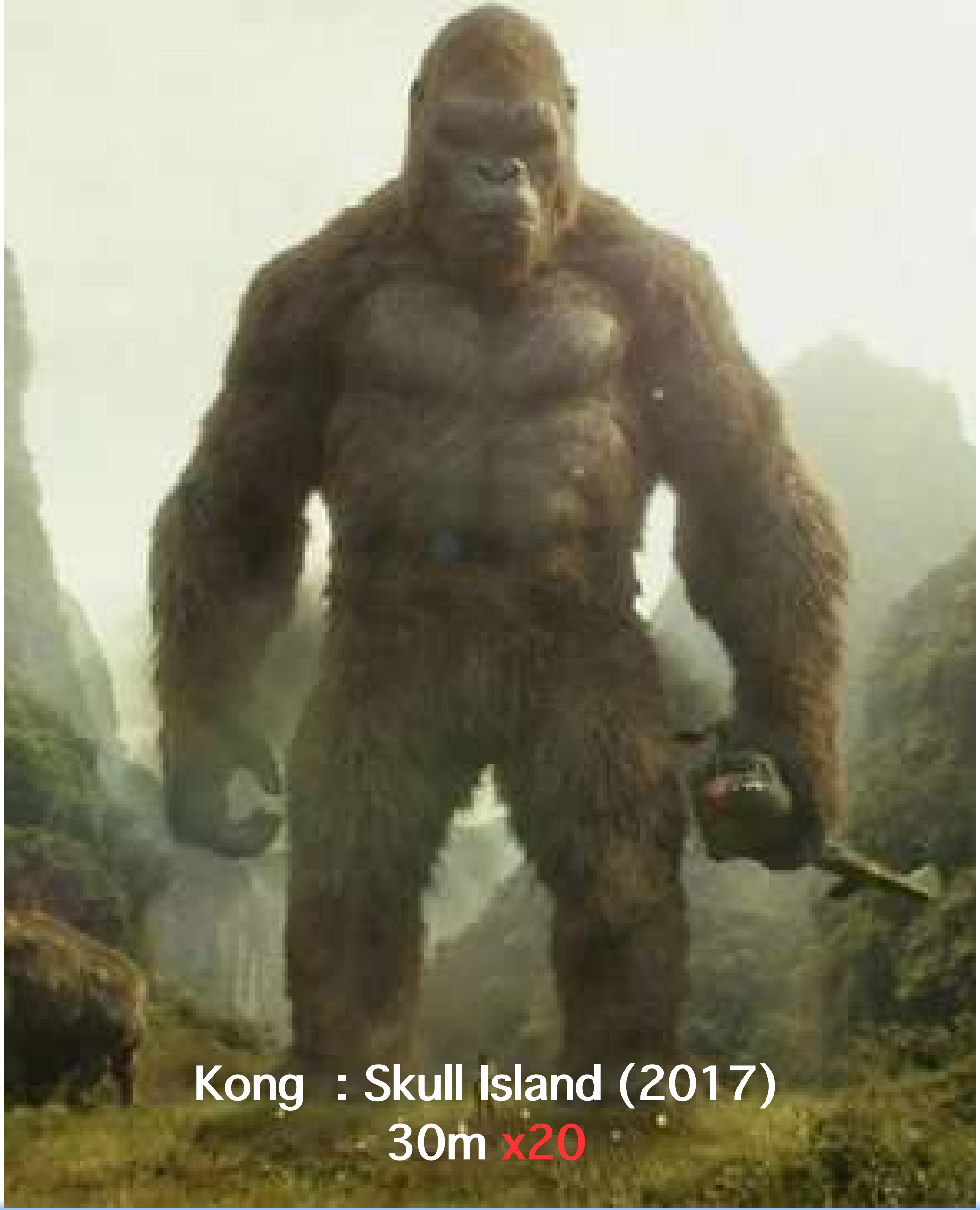
Et King-Kong ?

Gorille ~ 1,5m

King-Kong (1933)
15m x10



King-Kong (2005)
7-8m x5



III. Des géants à Godzilla

Et King-Kong ?

Facteur 9 !!
(1958)

III. Des géants à Godzilla

Et Ant-man ?

III. Des géants à Godzilla

Et Ant-man ?

III. Des géants à Godzilla

Et Ant-man ?

III. Des géants à Godzilla

Et Ant-man ?

III. Des géants à Godzilla

Et Ant-man ?

Si sa masse reste la même (comment?), le géant, peu dense, peut se mouvoir...

III. Des géants à Godzilla

Et Ant-man ?

Ant-Man et la Guêpe (2018)

...mais la fourmi va avoir du mal à porter 75 kg !

III. Des géants à Godzilla

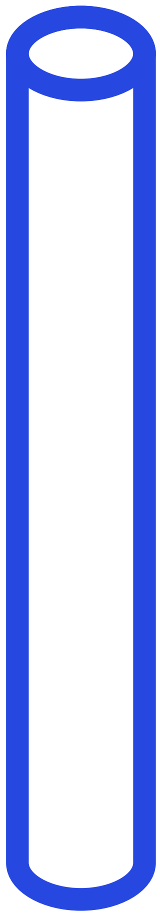
Et les insectes géants ?

Exosquelette – léger, pratique pour attaquer, mais peu résistant…

III. Des géants à Godzilla

Et les insectes géants ?

Exosquelette – léger, pratique pour attaquer, mais peu résistant...



Plus facile à briser !

Plus résistant

III. Des géants à Godzilla

Et les insectes géants ?

Exosquelette – léger, pratique pour attaquer, mais peu résistant...

King-Kong (2005)

III. Des géants à Godzilla

Et les insectes géants ?

Exosquelette – léger, pratique pour attaquer, mais peu résistant...

King-Kong (2005)

III. Des géants à Godzilla

Grossir pour résister !

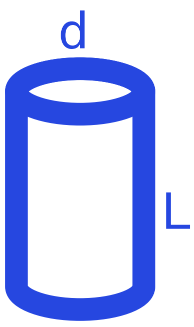
Souris de 10cm, 20g → Éléphant de 5m, 2 tonnes
Facteur 50 sur la taille, $50^3 \sim 100000$ sur la masse

Mais les os ne respectent pas la règle de similitude...

III. Des géants à Godzilla

Grossir pour résister !

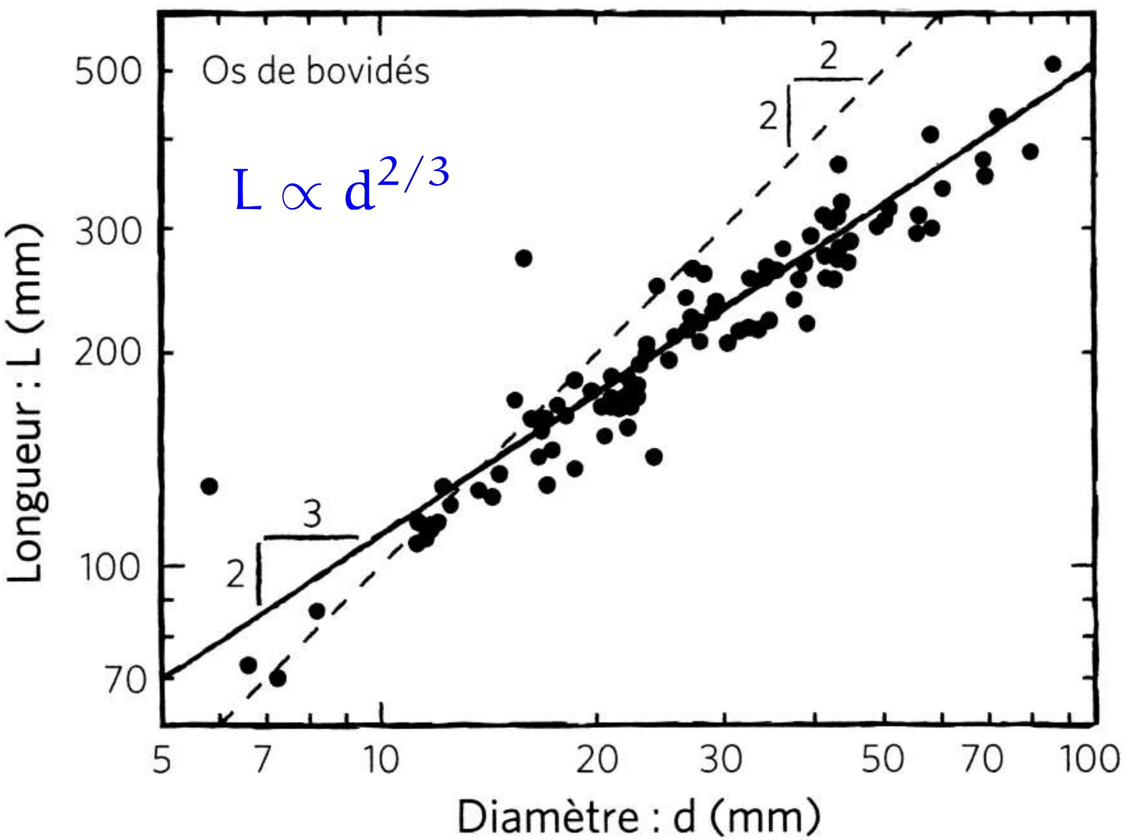
On veut obtenir M α S
Modélisons les os par un cylindre…



Section α d^2
Conservons la similitude M α L^3
Supposons L α d^a donc M α d^{3a}

Pour avoir M/S = constante
→ d^{3a-2} = constante
→ 3a-2 = 0
→ a = 2/3

Donc $L \propto d^{2/3} \Rightarrow d \propto L^{3/2}$

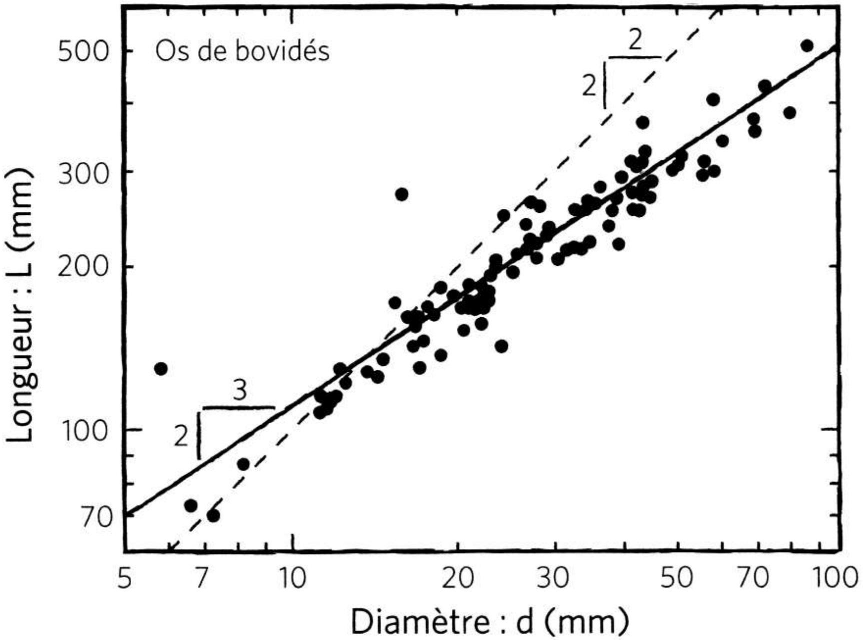


III. Des géants à Godzilla

Grossir pour résister !

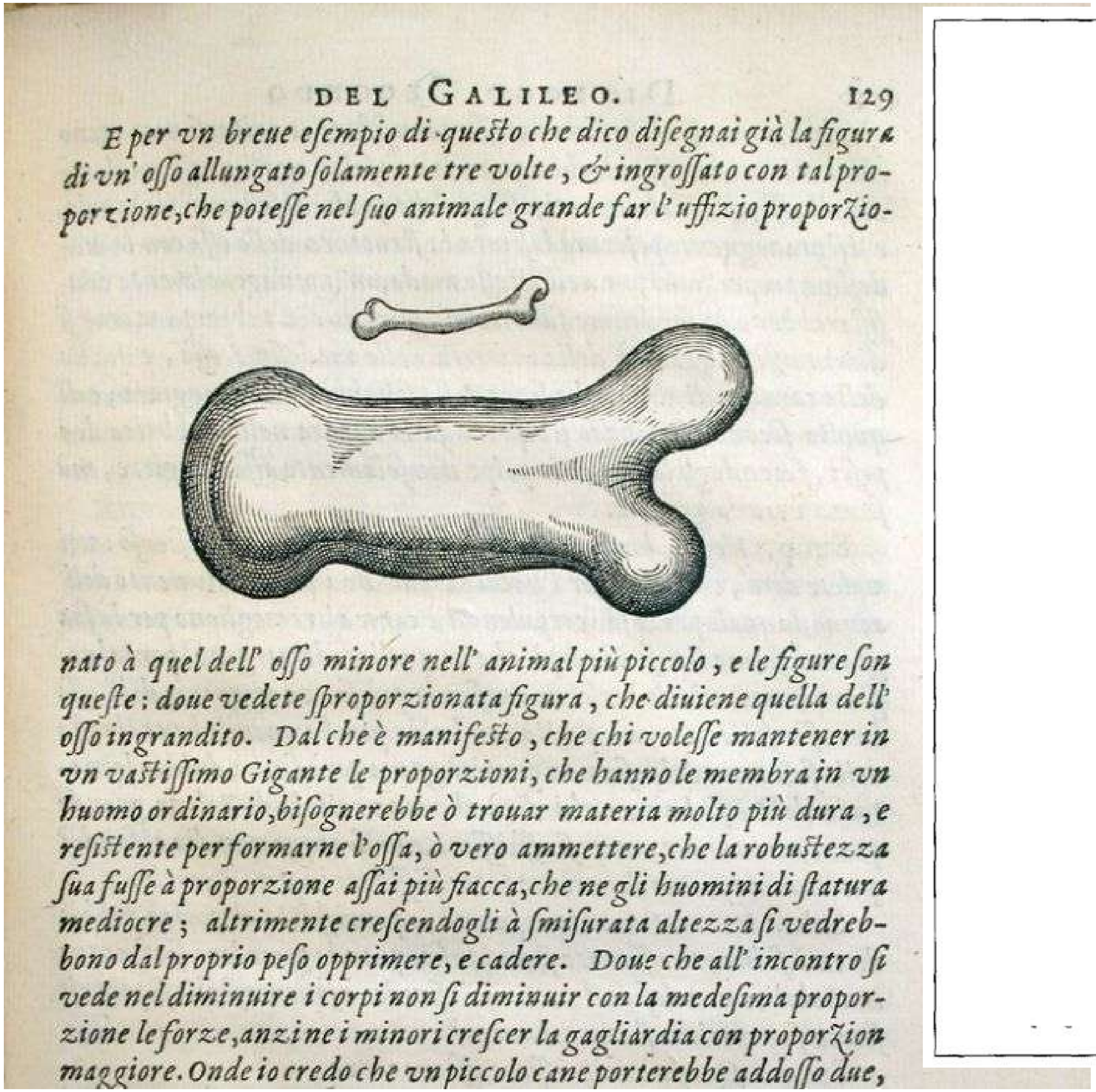
Si L est 12x plus grand :

→ il faut un diamètre $12^{3/2} \sim 40$ fois plus grand



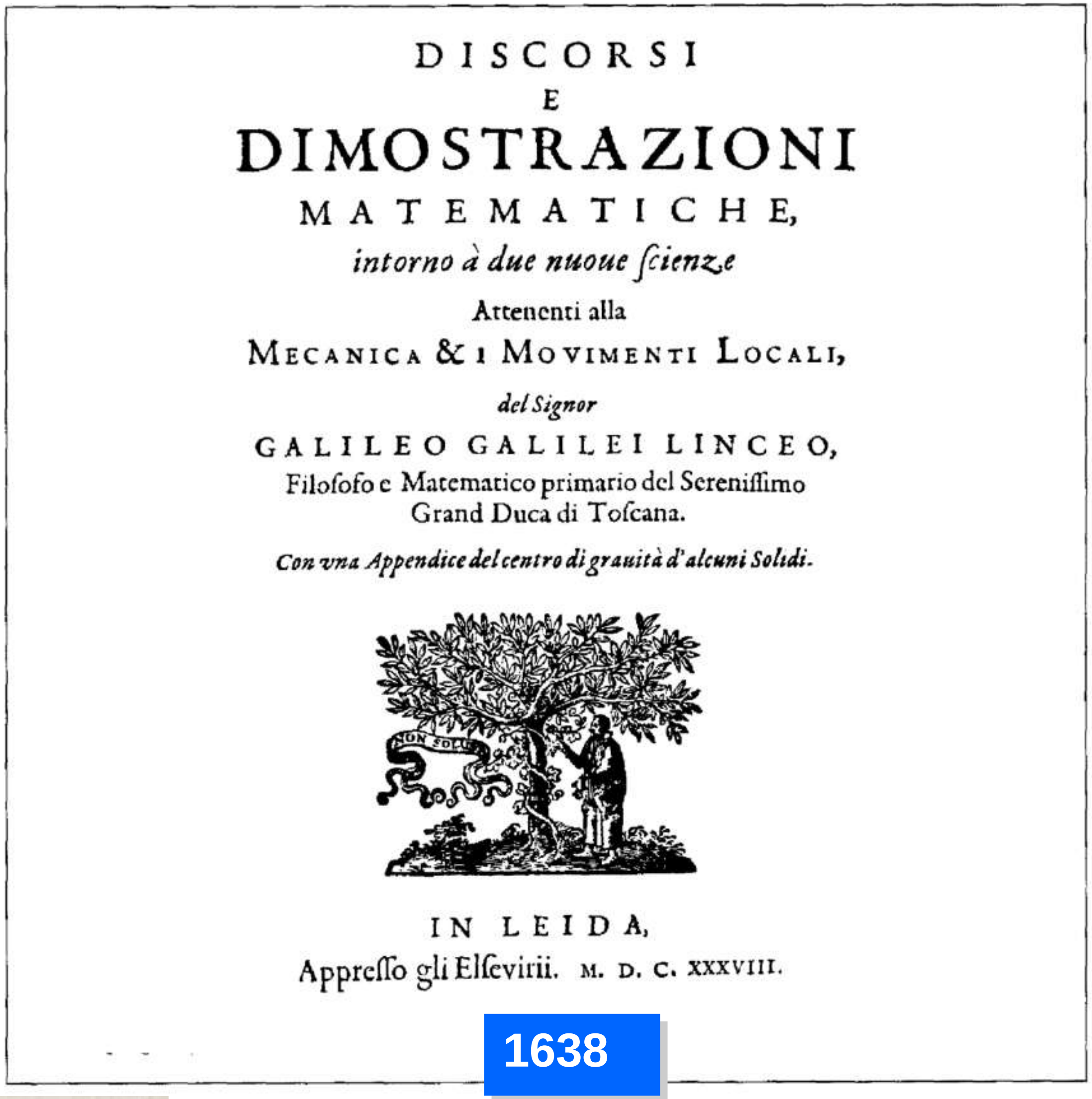
III. Des géants à Godzilla

Grossir pour résister !



DEL GALILEO. 129

E per vn breue eſempio di queſto che dico diſegnai già la figura di vn' oſſo allungato ſolamente tre volte, & ingroſſato con tal proporzione, che poteſſe nel ſuo animale grande far l'uffizio proporzionato à quel dell' oſſo minore nell' animal più piccolo, e le figure ſon queſte: doue vedete ſproporzionata figura, che diuiene quella dell' oſſo ingrandito. Dal che è manifeſto, che chi voleſſe mantener in vn vaſtiſſimo Gigante le proporzioni, che hanno le membra in vn huomo ordinario, biſognerebbe ò trouar materia molto più dura, e reſiſtente per formarne l'oſſa, ò vero ammettere, che la robuſtezza ſua fuſſe à proporzione aſſai più fiacca, che ne gli huomini di ſtatura mediocre; altrimente creſcendogli à ſmiſurata altezza ſi vedrebbono dal proprio peſo opprimere, e cadere. Doue che all' incontro ſi vede nel diminuire i corpi non ſi diminuir con la medeſima proporzione le forze, anzi ne i minori creſcer la gagliardia con proporzion maggiore. Onde io credo che vn piccolo cane porterebbe addoſſo due,



DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

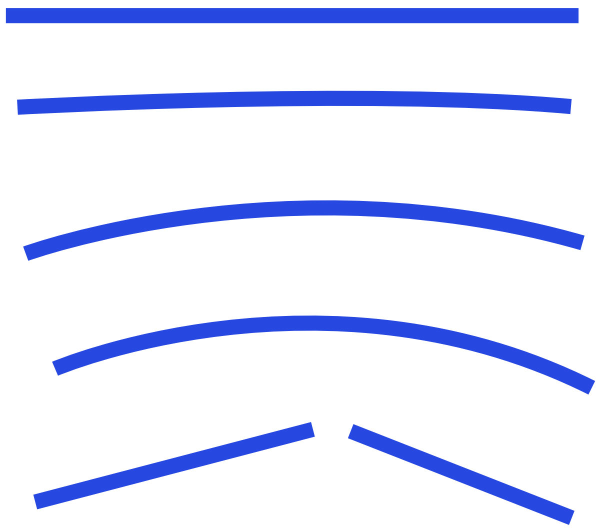
IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

1638

III. Des géants à Godzilla

Du spaghetti aux géants...

Trop courbé, il se brise...



Analyse dimensionnelle

« Pression » maximale (=contrainte) = Module d'Young E, avec **[E] = [F/S] = M.L^{-1}.T^{-2}**
Force maximale **[F] = M.L.T^{-2}**
Diamètre [d] = L
Longueur [L] = L
On en déduit (**Cours 1**) que $(F/d^2)/E$ est sans dimension, ainsi que d^2/L^2 donc :

$$\frac{F}{d^2}\frac{1}{E} = f(d^2/L^2) \Rightarrow F \propto \frac{E.d^4}{L^2}$$

III. Des géants à Godzilla

Du spaghetti aux géants...

$$\Rightarrow F \propto \frac{E.d^4}{L^2}$$

E Module d'Young, en Pa (Pression)

On veut que le rapport « Poids sur Force » = constante

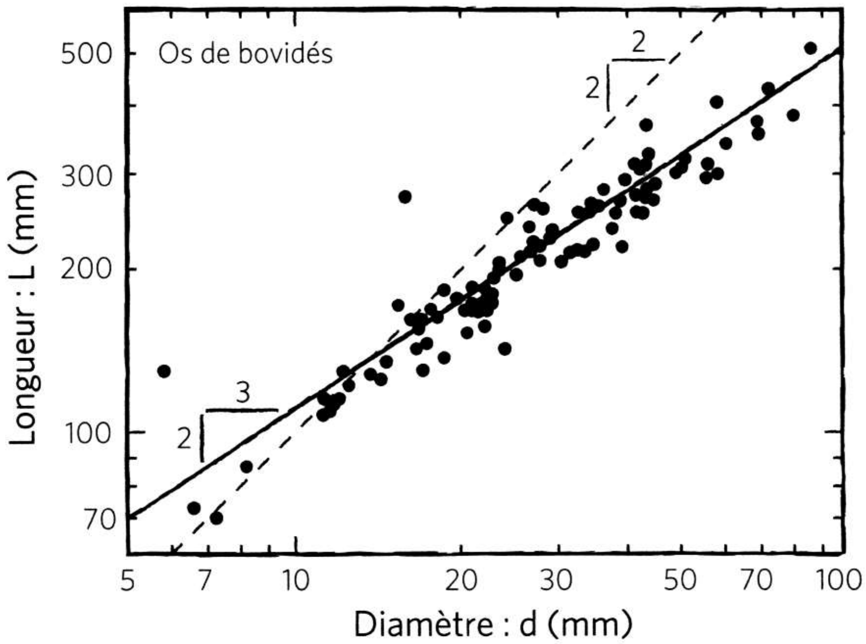
→ M/F = constante

→ avec M α $L.d^2$ et F α $d^4.L^{-2}$

→ Donc M/F α $L^3.d^{-2}$ = constante

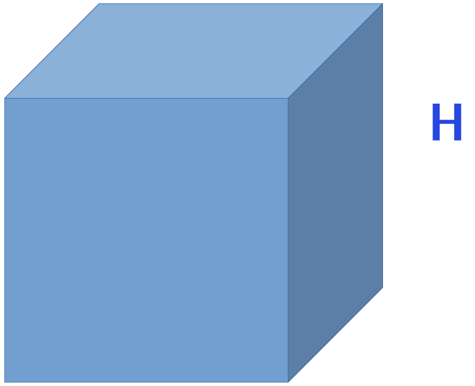
Ceci est possible si L α $d^{2/3}$,
puisque $d^{2/3x3}.d^{-2} = d^{2-2=0}=d^0=1$

$$L \propto d^{2/3}$$



III. Des géants à Godzilla

Des tailles maximums ?



Pour un « cubosaure » : $V = H^3$

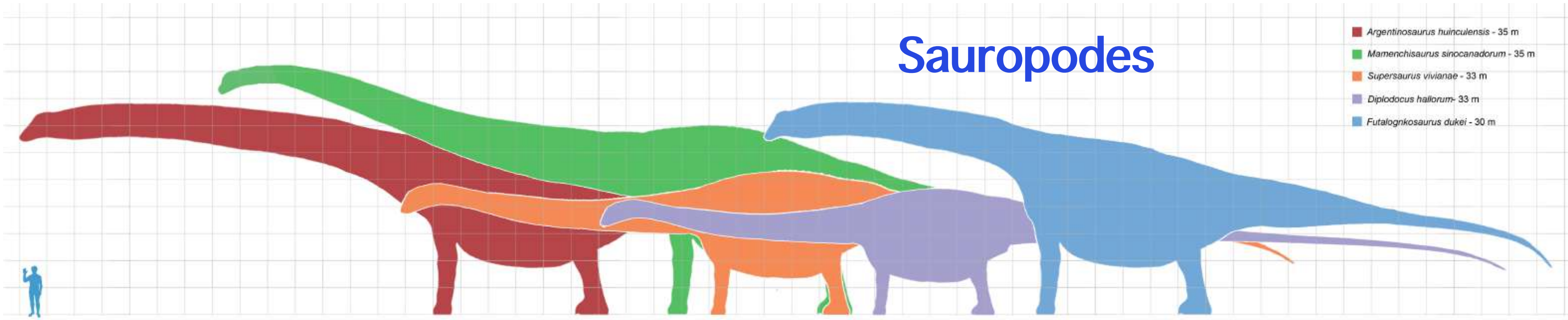
Pression $P = V.\rho g/H^2 = \rho g\, H$

→ Taille $H \sim$ Pression/ρg

$$\Rightarrow \text{Taille Maximale} \approx \frac{\text{Pression max}}{\rho g}$$

Pression maximale sur les os de l'ordre de 10^6 Pa

→ Taille maximale ~ 30 - 50m



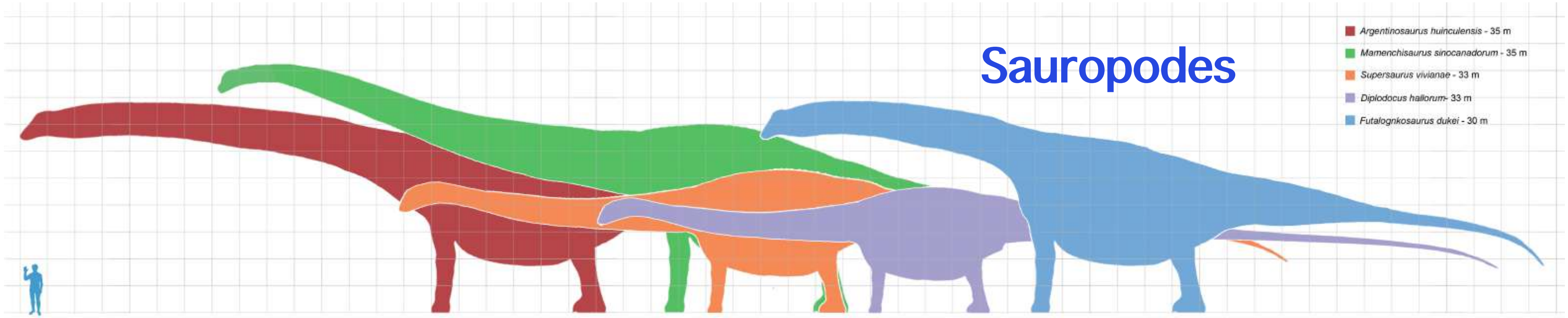
III. Des géants à Godzilla

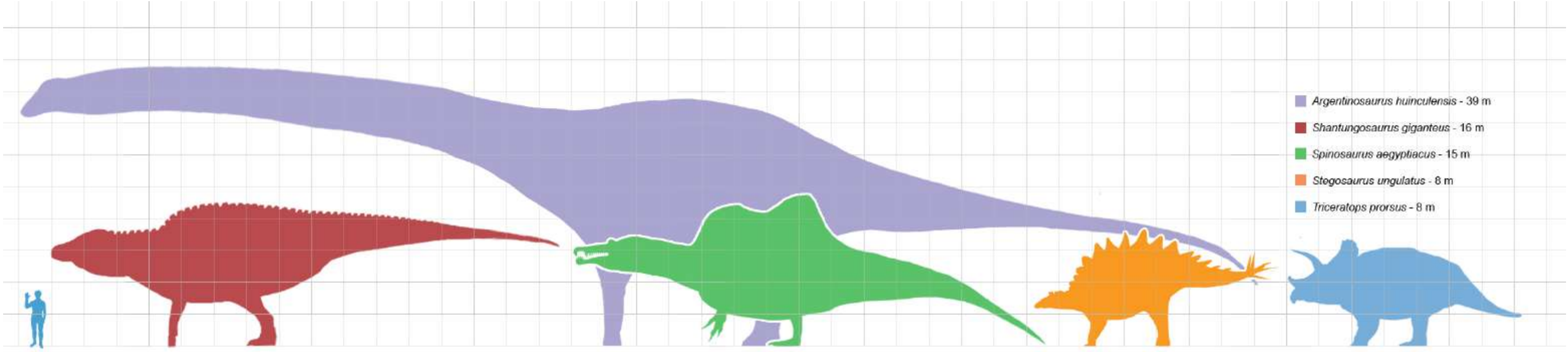
Des tailles maximums ?

$$\Rightarrow \text{Taille Maximale} \approx \frac{P/S}{\rho g}$$

Pression maximale sur les os ~ 10^6 Pa

→ Taille maximale ~ 30 - 50m





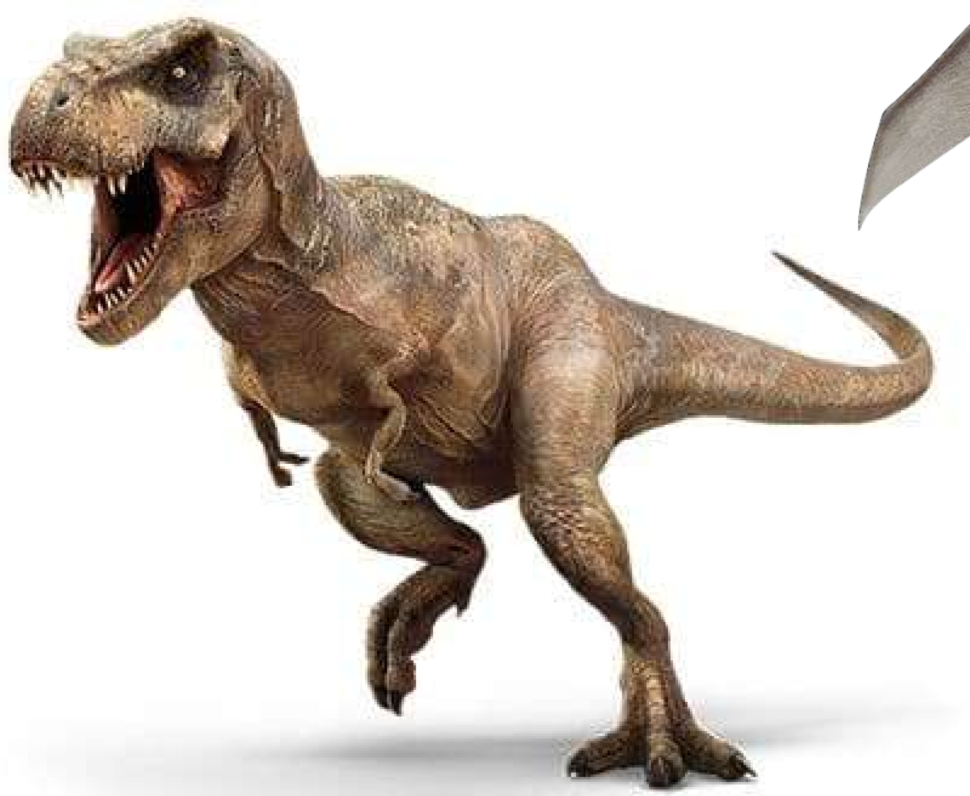
III. Des géants à Godzilla

Des tailles maximums ?

$$\Rightarrow \text{Taille Maximale} \approx \frac{P/S}{\rho g}$$

Pression maximale sur les os ~ 10^6 Pa
→ Taille maximale ~ 30 - 50m

III. Comment ils courent, volent...



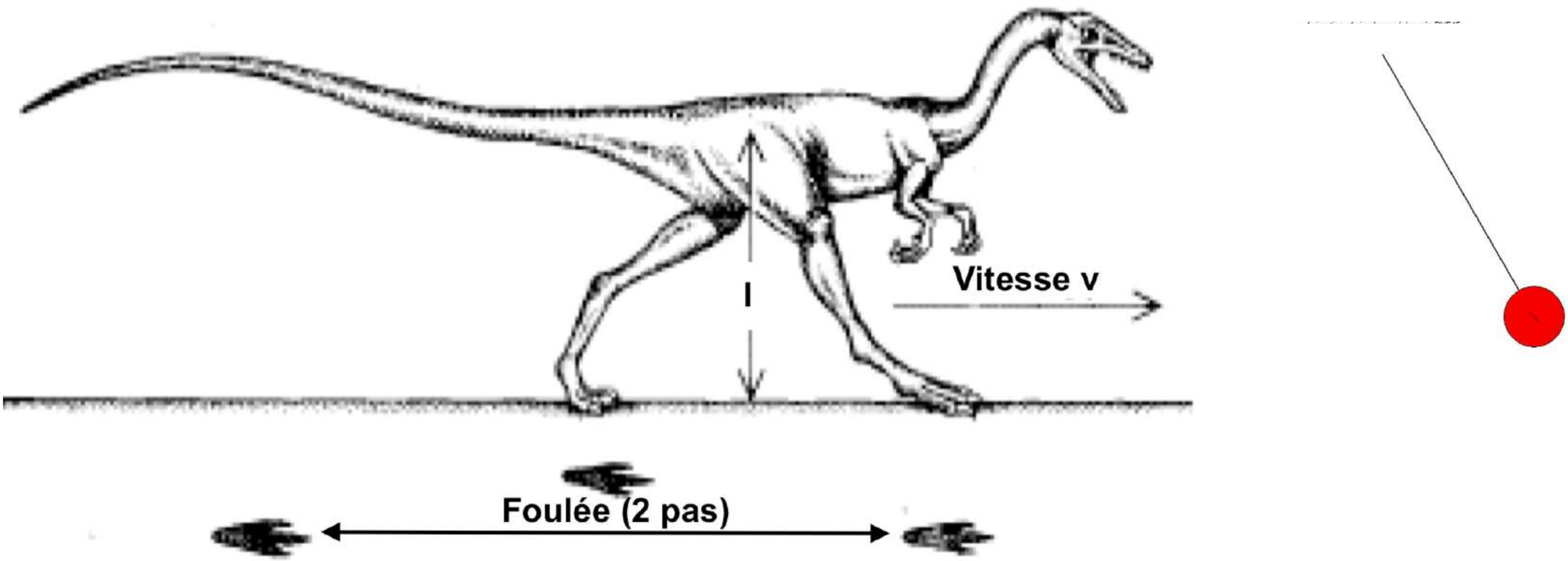
III. Comment ils courent, volent...

La course du T-Rex

Jurassic Park (1993)
« Must go faster ! »

III. Comment ils courent, volent...

La course du T-Rex



Analyse dimensionnelle

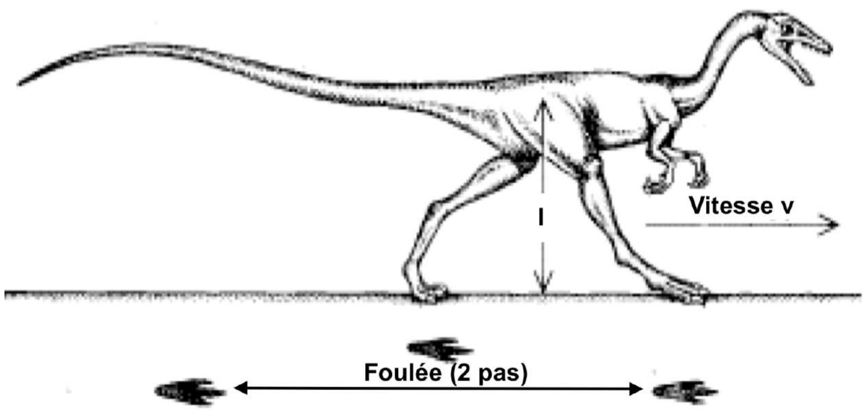
Comme pour le pendule : la masse n'intervient pas **(Cours 1)**

Longueur de foulée λ, longueur des jambes L

Vitesse $[v] = L/T$ + Gravité $[g] = L.T^{-2}$

III. Comment ils courent, volent...

La course du T-Rex



Analyse dimensionnelle

Comme pour le pendule : la masse n'intervient pas (Cours 1)

Longueur de foulée λ, longueur des jambes L

Vitesse [v] = L/T + Gravité [g] = $L.T^{-2}$

4 paramètres, 2 dimensions

On construit 2 nombre sans dimensions, **dont λ/l**

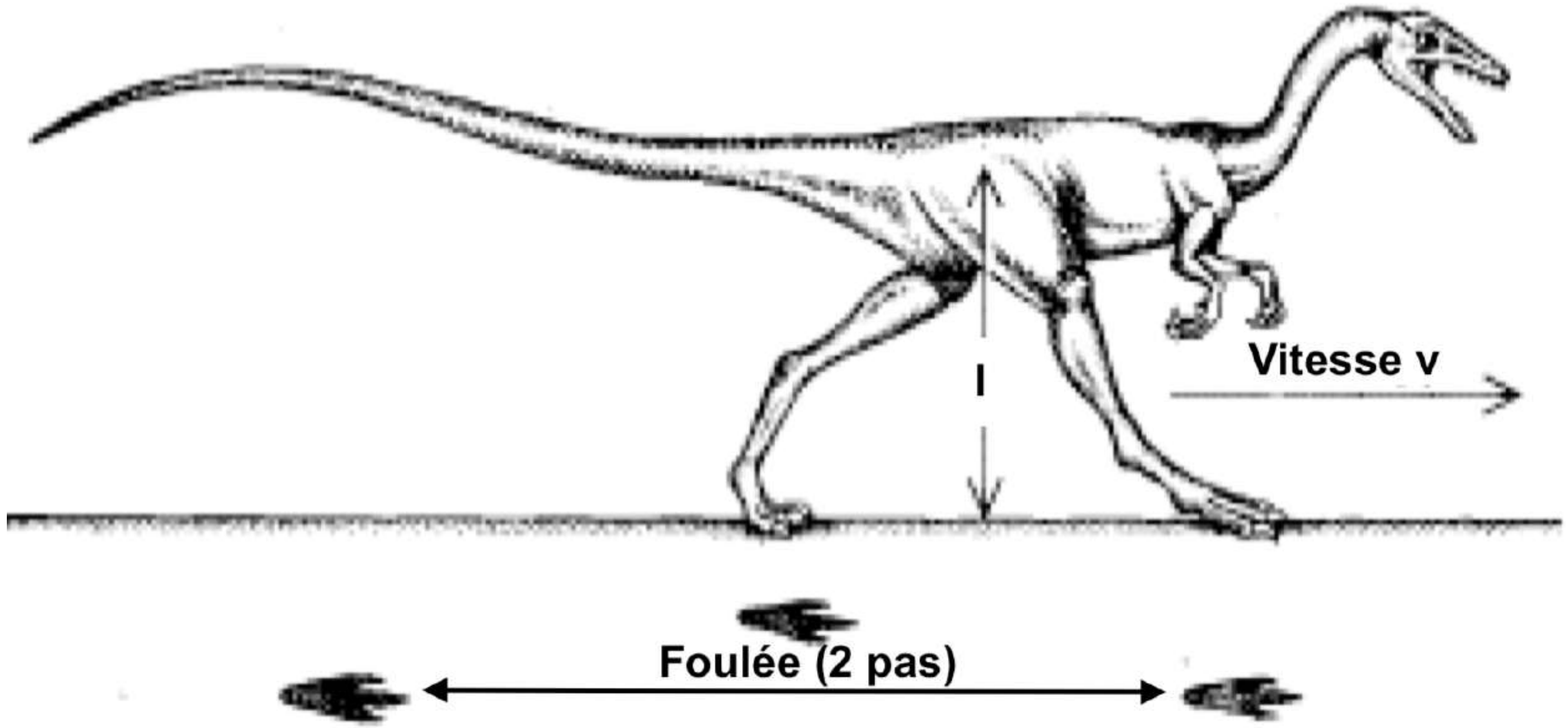
$[v^2] = L^2.T^{-2}$

On remarque que $[g.l] = L^2.T^{-2}$

→ v^2/gl est sans dimension ! $\Rightarrow \frac{\lambda}{l} = f\left(\frac{v^2}{gl}\right)$

III. Comment ils courent, volent...

La course du T-Rex



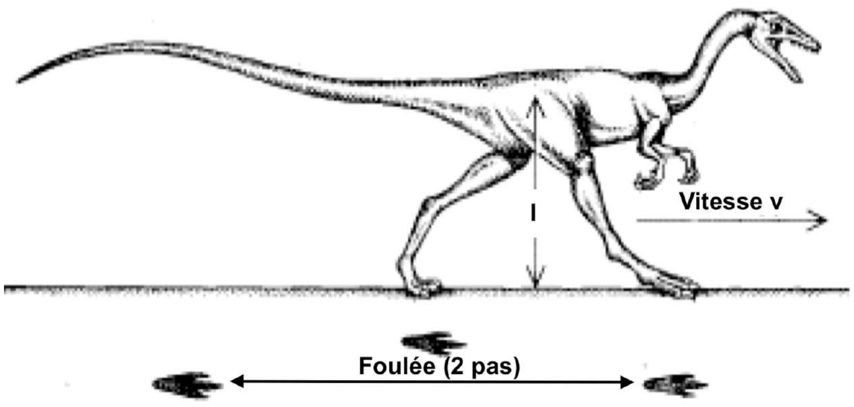
Analyse dimensionnelle

$$\frac{\lambda}{l} = f\left(\boxed{\frac{v^2}{gl}}\right)$$

Nombre de « Froude » = v^2/gl

III. Comment ils courent, volent...

La course du T-Rex



T-Rex : Avec l ~ 1,5-2m et λ ~ (1-2) x l

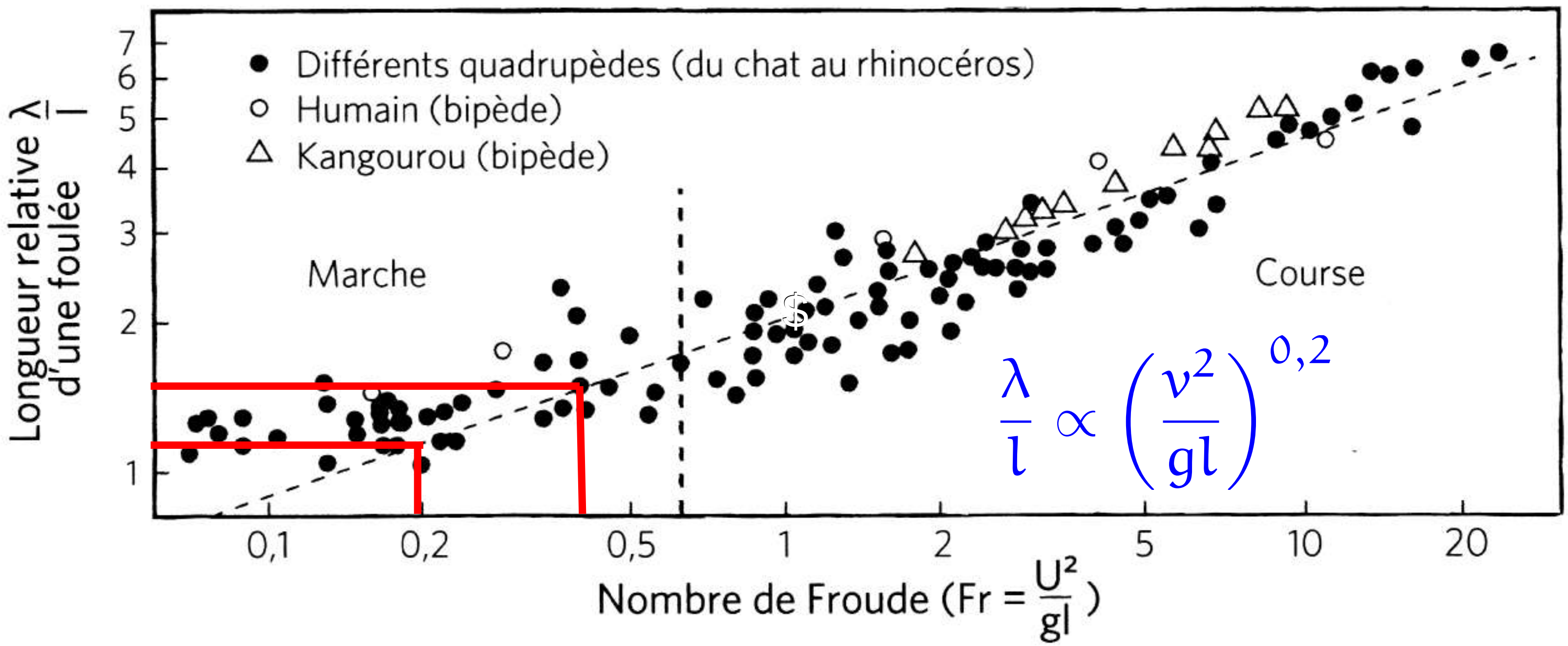
→ v^2/gl ~ 0,2 – 0,4

→ Marche plutôt que « course »

→ v^2 ~ (0,2-0,4) g l → v ~ 3 m/s

$v_{T\text{-}Rex}^{max}$ ~ 10 m/s ~ 30-40 km/h < v_{Jeep}

$$\frac{\lambda}{l} = f\left(\frac{v^2}{gl}\right)$$



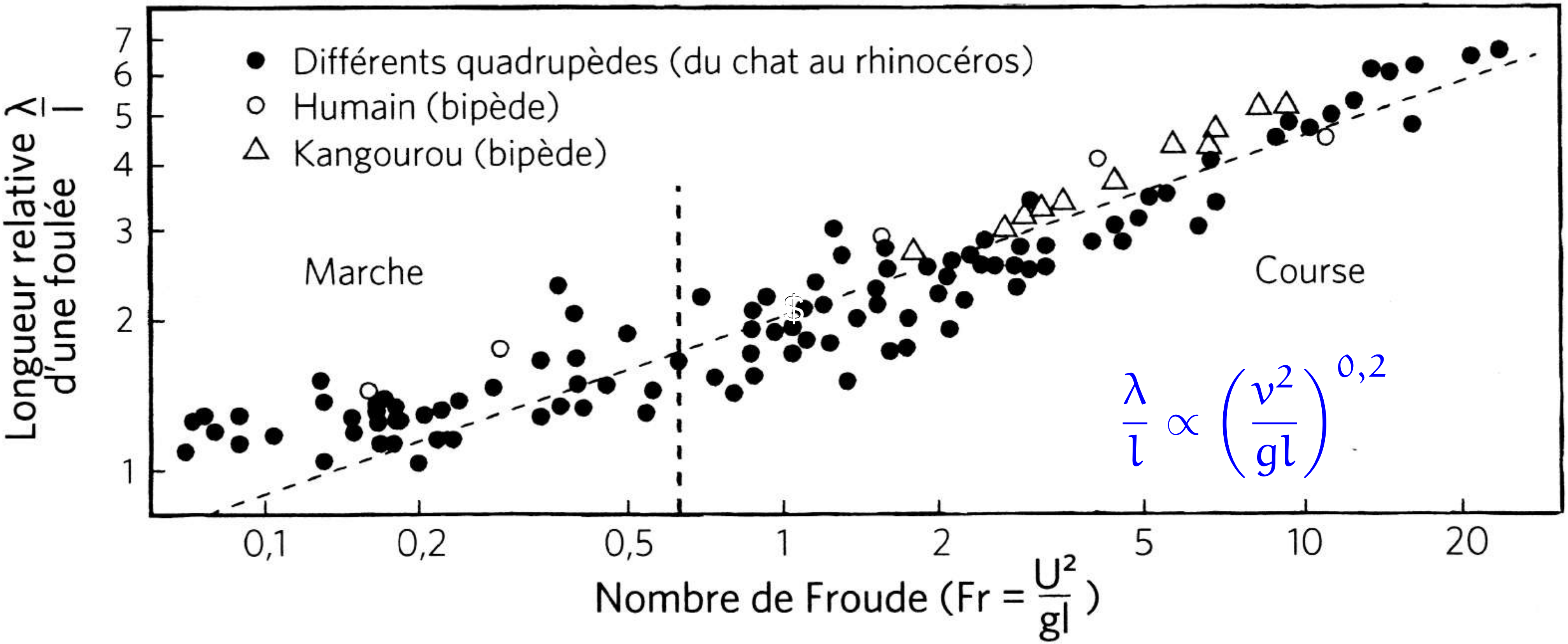
$$\frac{\lambda}{l} \propto \left(\frac{v^2}{gl}\right)^{0,2}$$

III. Comment ils courent, volent...

La course du T-Rex

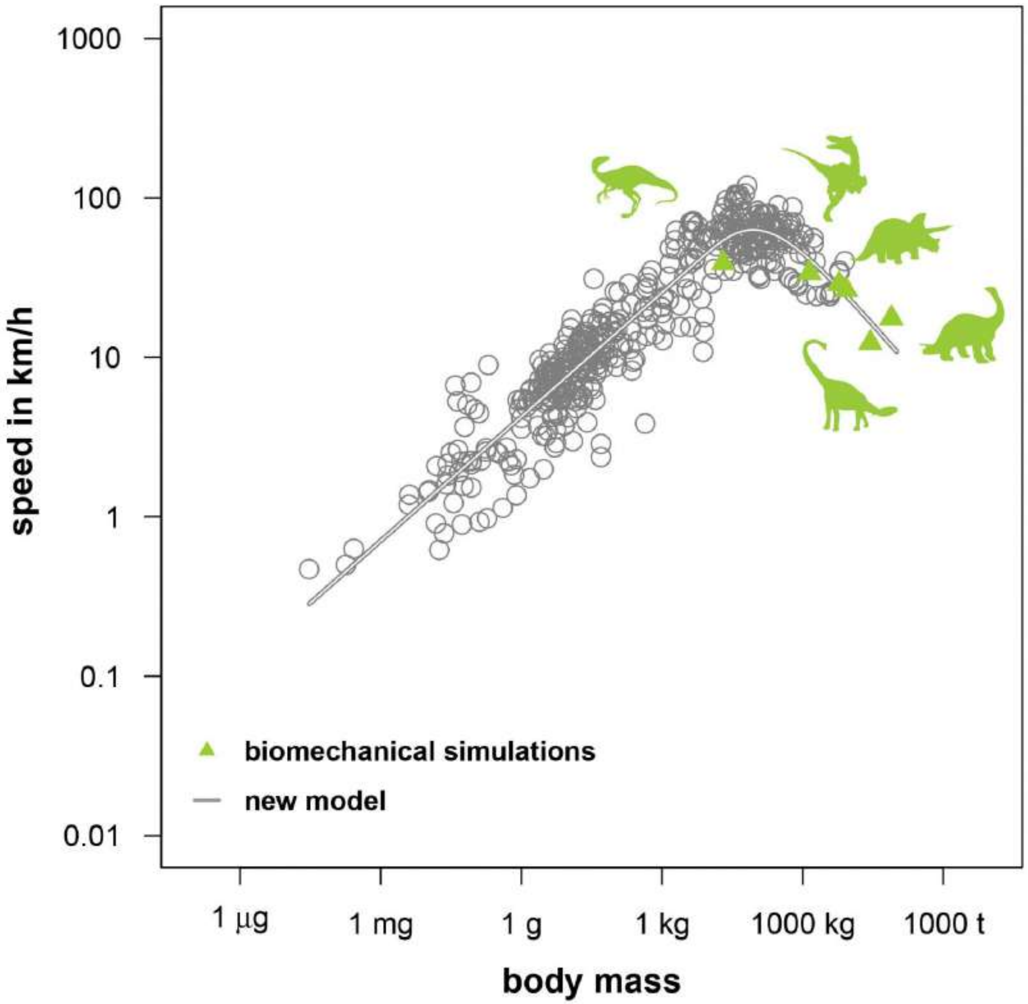
$$\frac{\lambda}{l} = f\left(\frac{v^2}{gl}\right)$$

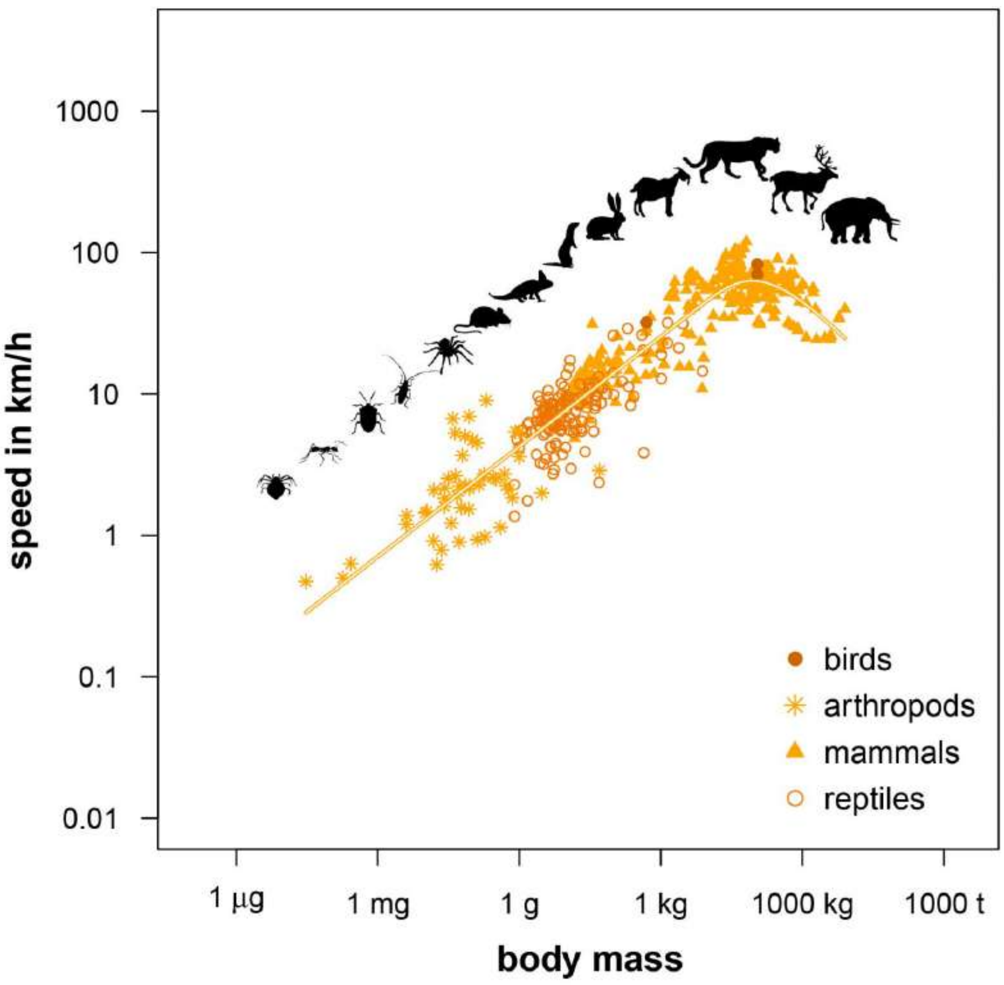
Pour l~1m, transition Marche → Course vers Fr ~ 0,6
→ $v^2/gl \sim 0,6$
→ Soit v ~ 2,5 m/s → 9 km/h



III. Comment ils courent, volent...

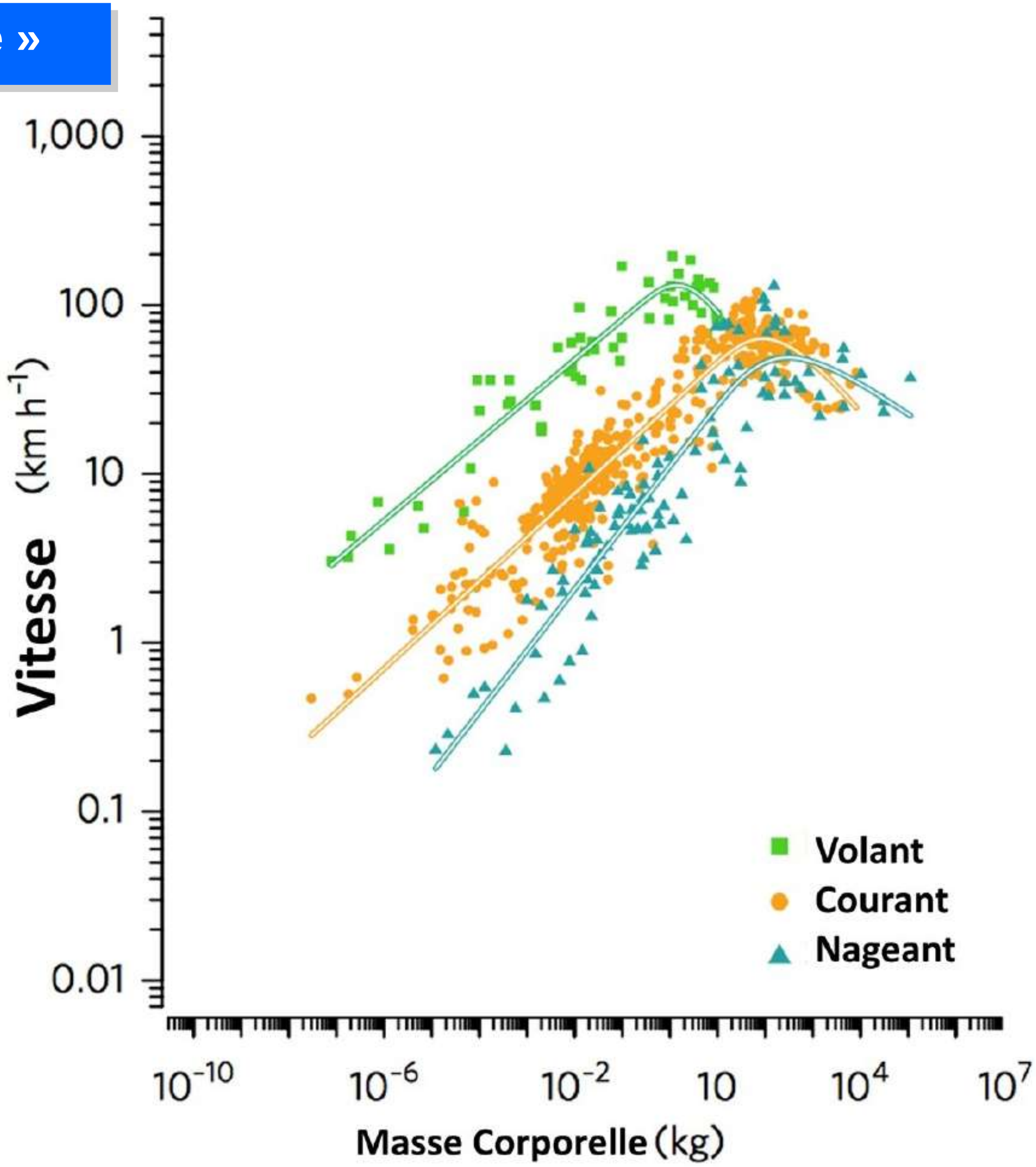
Vitesses de « pointe »





III. Comment ils courent, volent...

Vitesses de « pointe »



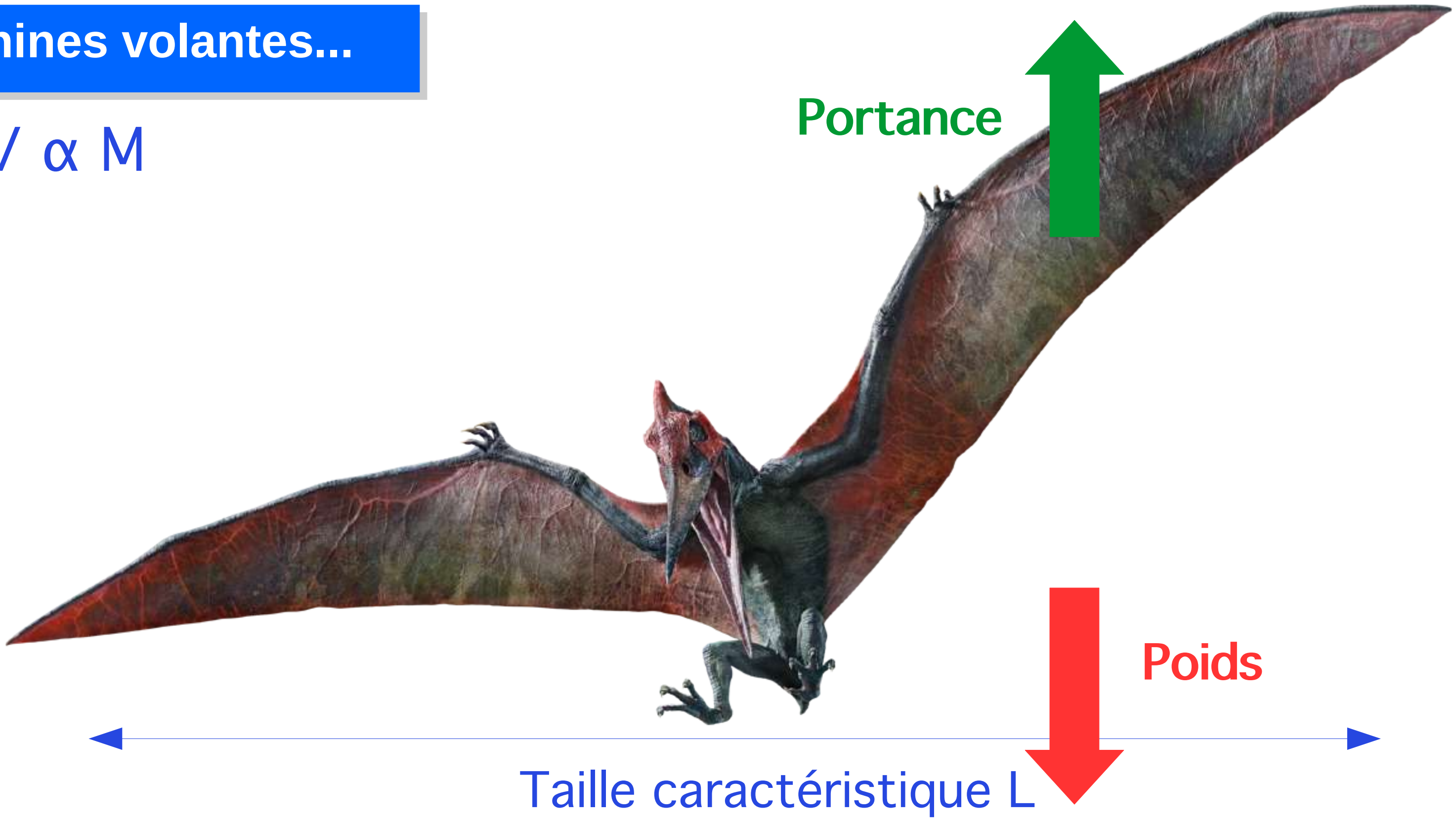
III. Comment ils courent, volent...

Ptéranodon de Jurassic World (2018) ?

III. Comment ils courent, volent...

Des machines volantes...

→ $P \;\alpha\; V \;\alpha\; M$



→ Force de portance dépend de S, ρ_{air}, v **(voir Cycle 1/Cours 2)**

avec $[F] = M^1.L^1.T^{-2} = [\rho_{air}]^x [S]^y [v]^z = (M.L^{-3})^x L^{2y} (L.T^{-1})^z = M^x. L^{-3x+2y+z}. T^{-z}$

→ $z = 2$

→ $x = 1$ et donc $-3x+2y+z = 1 = -3x1+2y+2 = 1$ → $2y = 2$ → $y = 1$

III. Comment ils courent, volent...

Des machines volantes...

→ P α V α M

Taille caractéristique L

→ Force de portance dépend de S, ρ_{air}, v

$$\Rightarrow F \propto \rho_{air}^{1} S^{1} v^{2}$$

III. Comment ils courent, volent...

Des machines volantes...

→ $P \;\alpha\; V \;\alpha\; M$

Taille caractéristique L

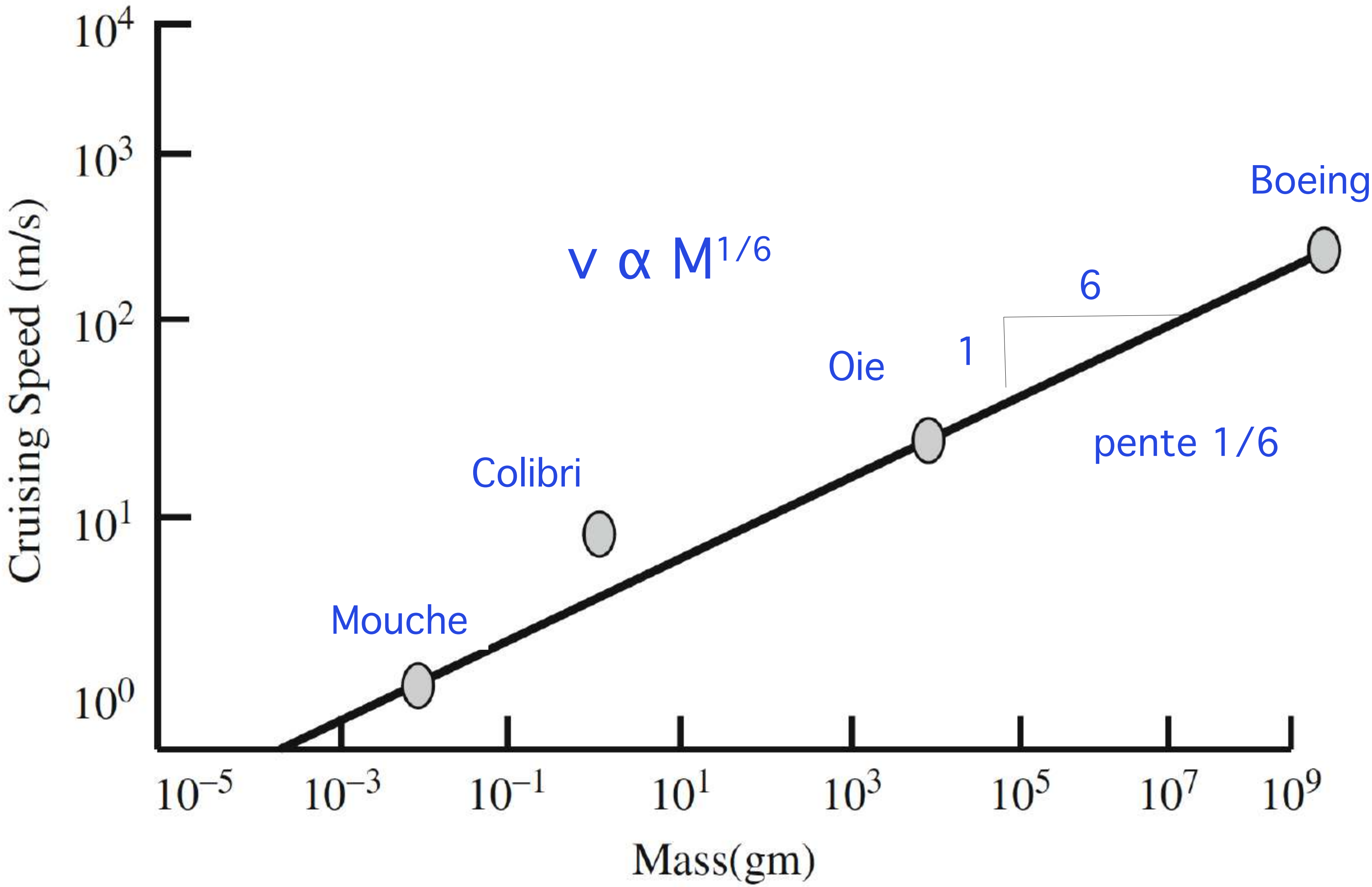
→ $F \propto \rho_{air}^{1} S^{1} v^{2}$ avec $M \;\alpha\; L^3$ → $L \;\alpha\; M^{1/3}$ et donc $S \;\alpha\; M^{2/3}$

Si $F \;\alpha\; v^2 M^{2/3}$ compense le poids $\alpha\; M$

→ $v^2 \;\alpha\; M^{1-2/3} = M^{1/3}$ → $v \;\alpha\; M^{1/6}$

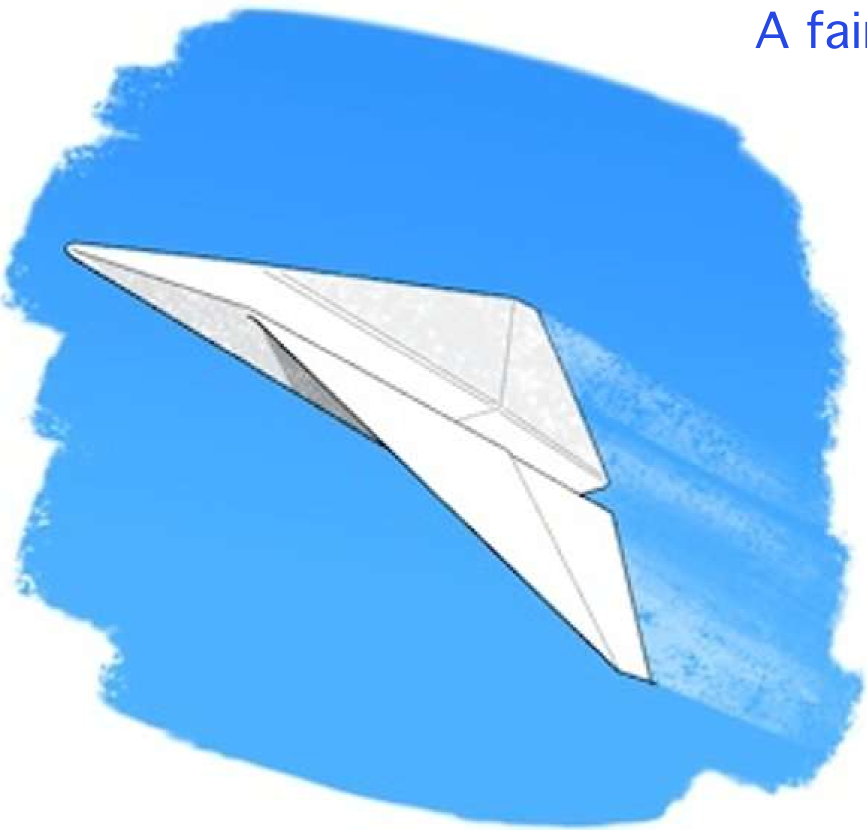
III. Comment ils courent, volent...

Des machines volantes...

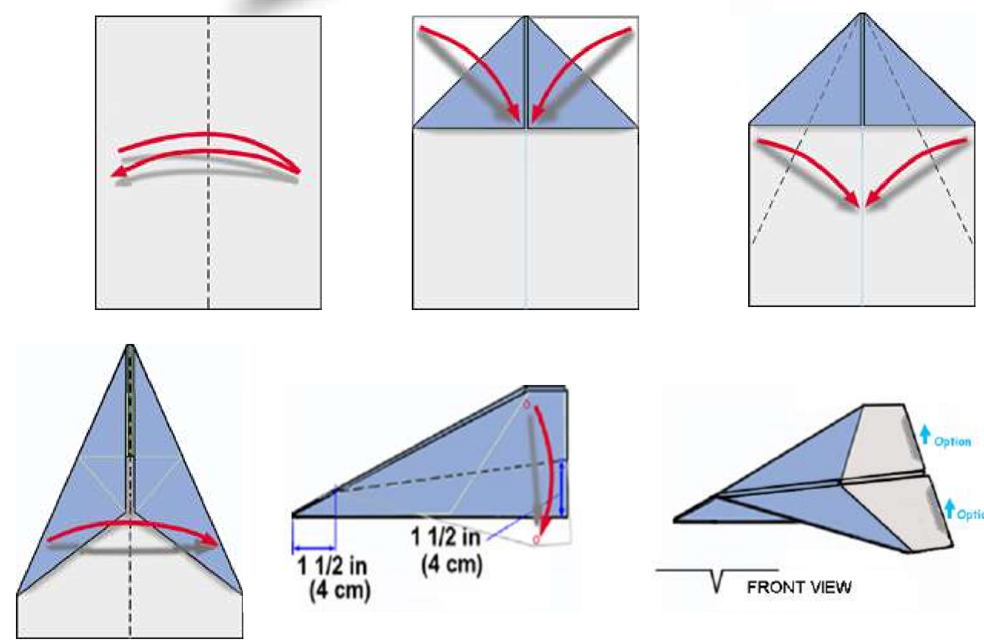


III. Comment ils courent, volent...

Des machines volantes...



A faire chez soi !



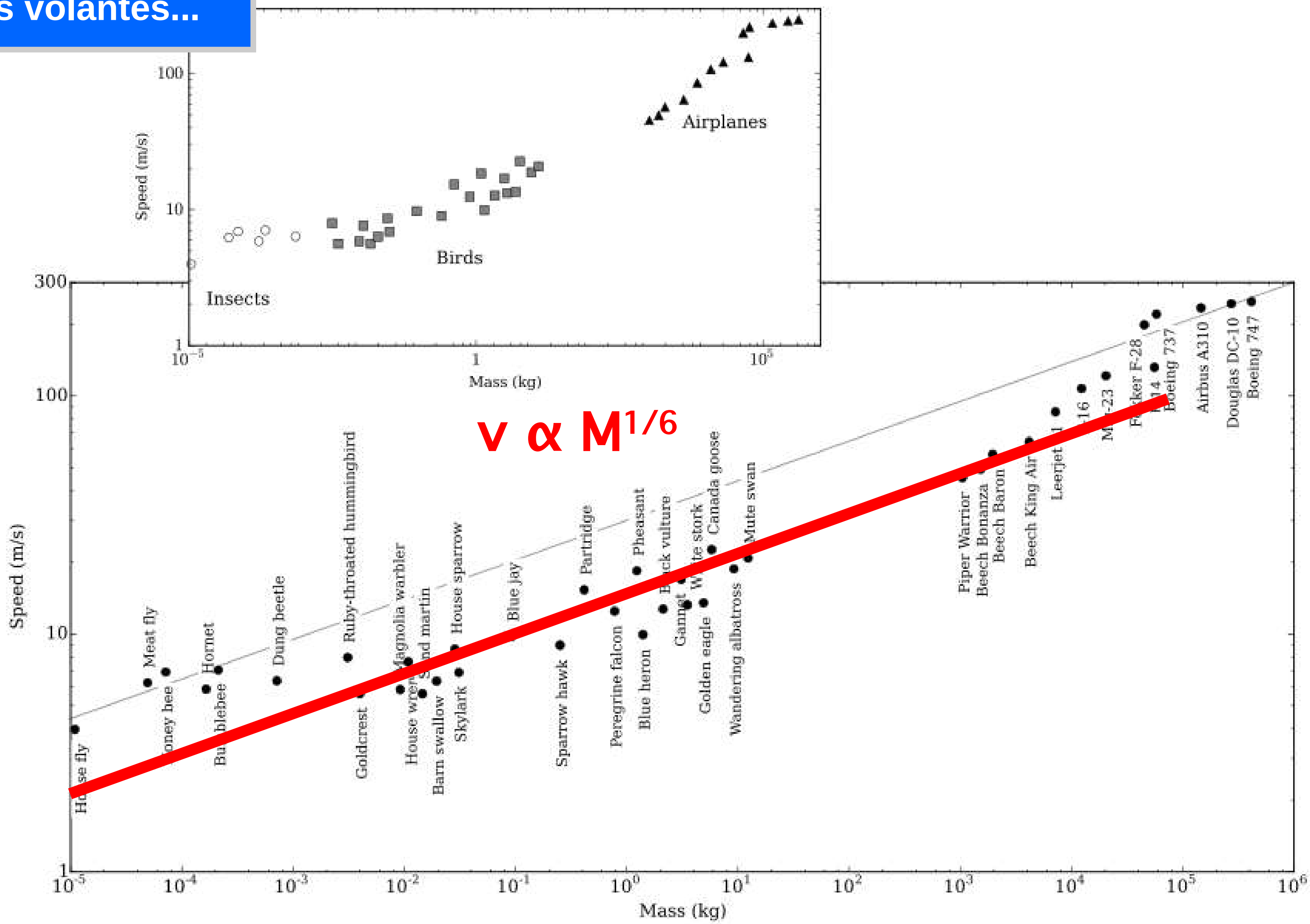
Essayer avec Papier A3 et Papier A10 (A4/8 ou A3/16)

Si M est divisée par 8 (16), v est divisée par $8^{1/6} \approx 1{,}4$ (ou $16^{1/6} \approx 1{,}6$)

→ **Temps de vol sur la même distance multiplié par 1,4 ou 1,6 !!**

III. Comment ils courent, volent...

Des machines volantes...



Ptéranodon de Jurassic World ?

→ M ~20 kgs, Envergure de 7m, S~ 5m²

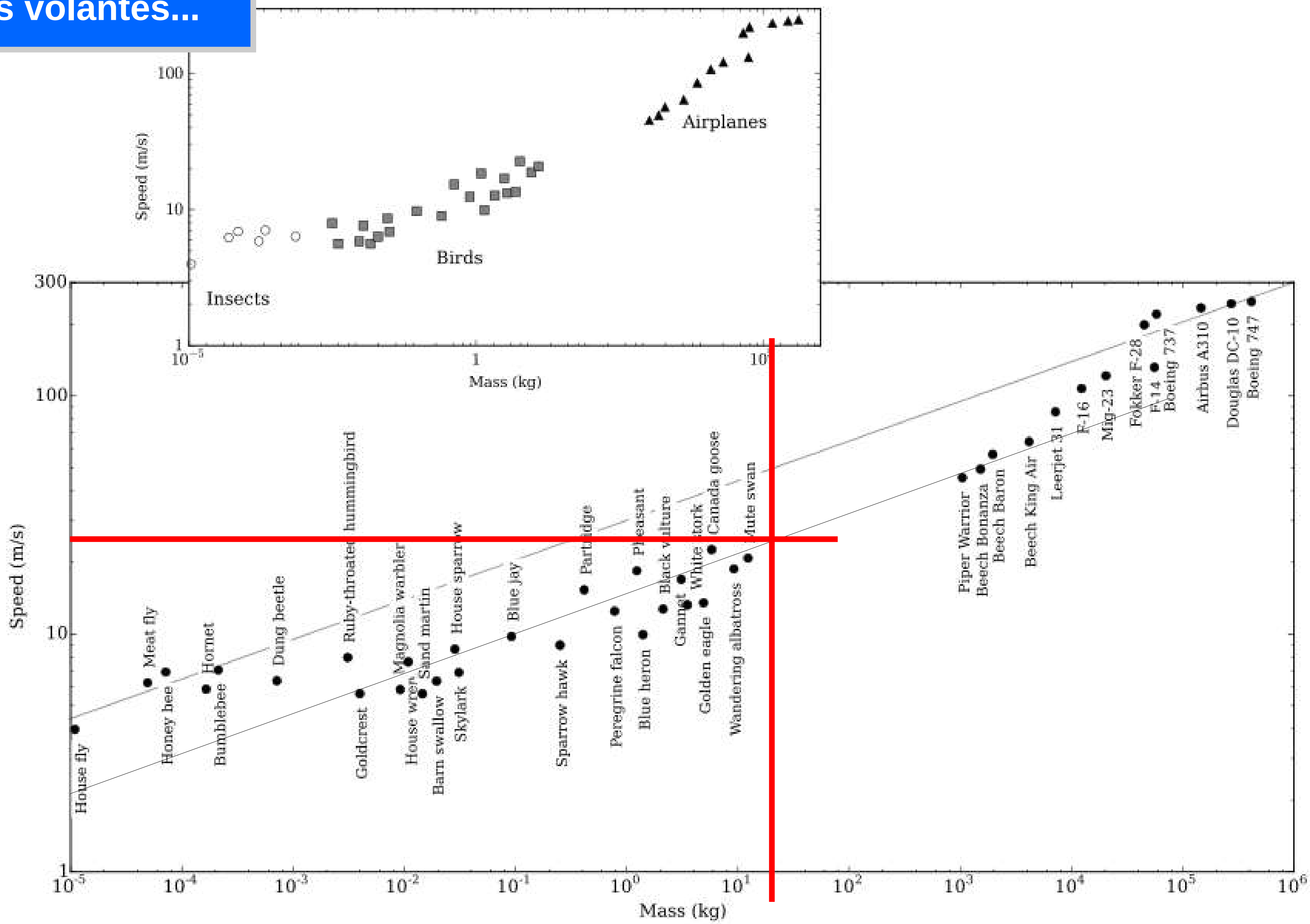
$$\frac{v_{\text{Pteranodon}}}{v_{\text{Oie}}} = \left(\frac{M_{\text{Pteranodon}}}{M_{\text{Oie}}}\right)^{1/6} \approx \left(\frac{20}{5}\right)^{1/6} \approx 1,3$$

Avec v_{Oie} ~ 60 km/h → $v_{\text{Pteranodon}}$ ~ 70-80 km/h

III. Comment ils courent, volent...

Des machines volantes...

~20 m/s

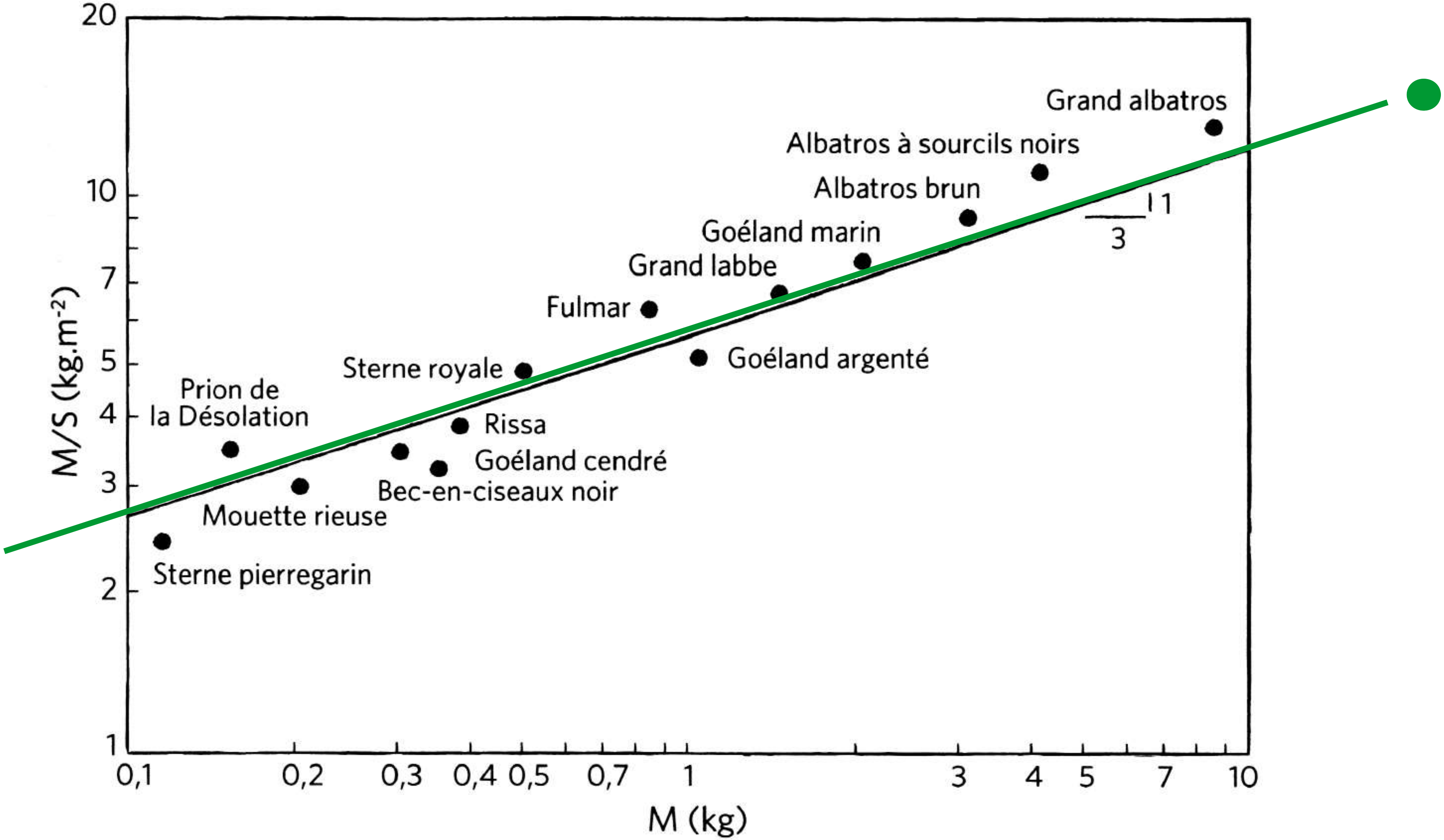


III. Comment ils courent, volent...

Ptéranodon de Jurassic World ?

III. Comment ils courent, volent...

Ptéranodon – Charge alaire ?



III. Pteranodons

Ptéranodon de Jurassic World ?

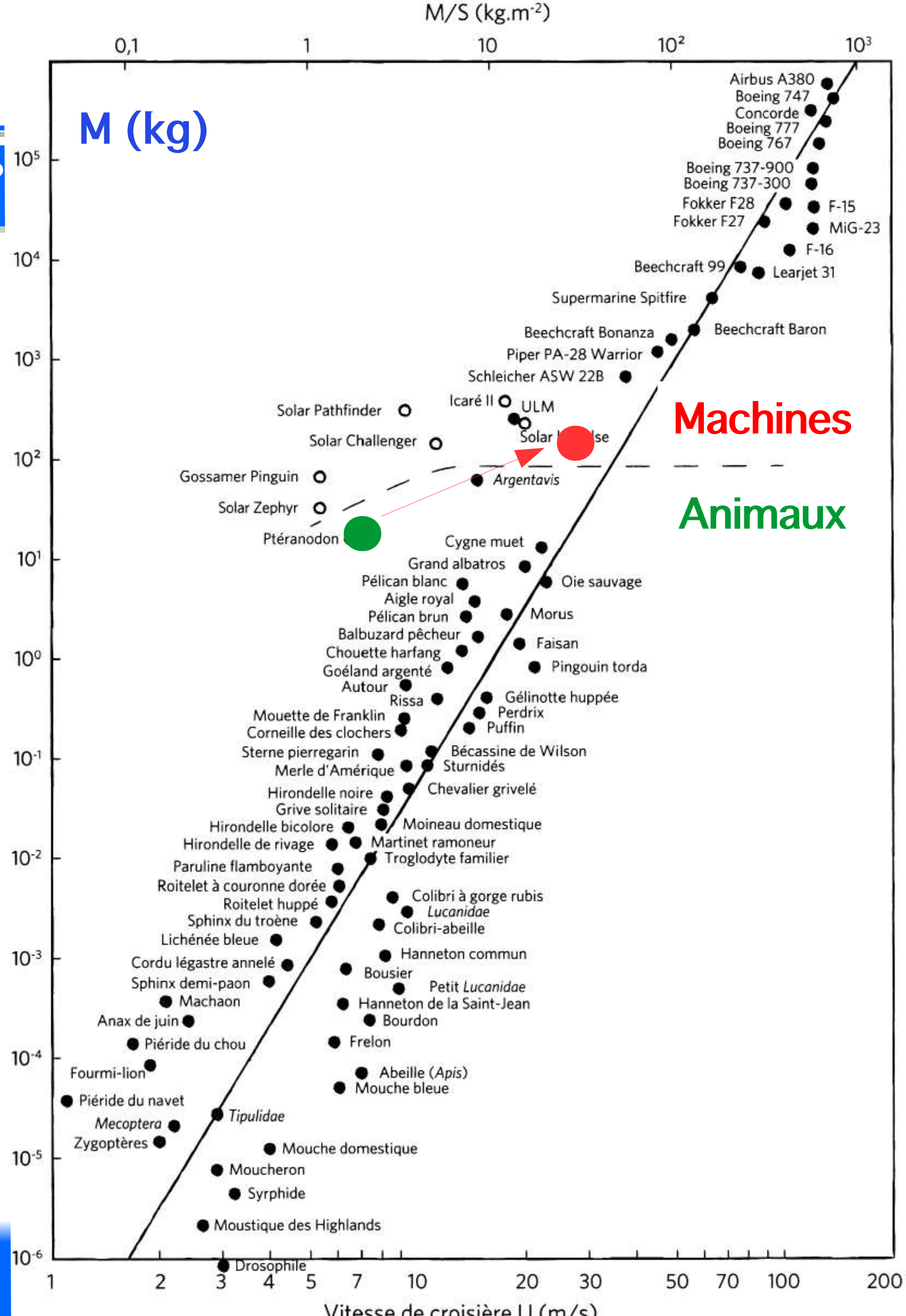
Prenons S ~ 5m²

● $P/S_{Pteranodon}$ ~ 40 N/m²

→ Réaliste

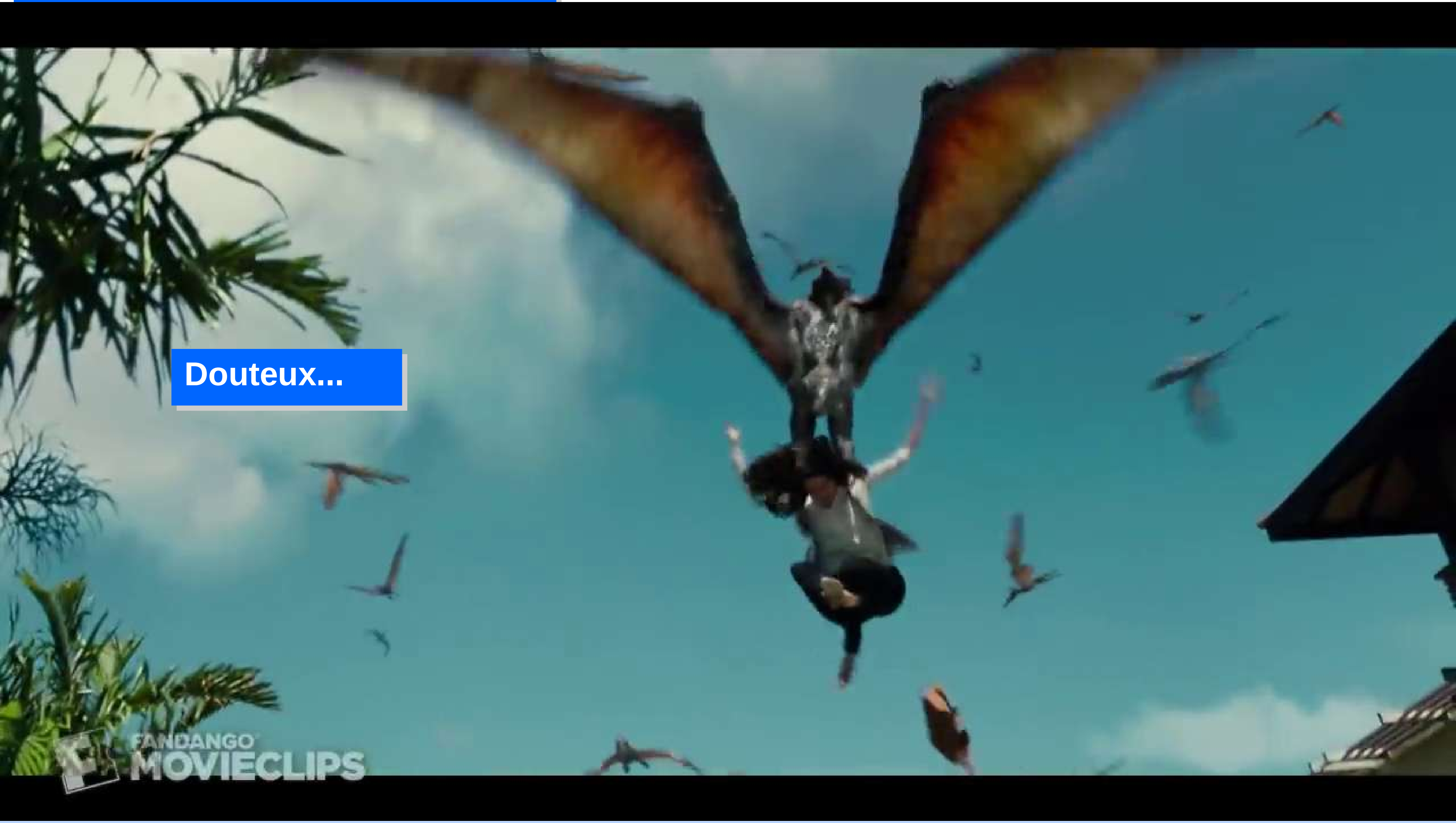
● + une « proie » de 70kg…

→ Irréaliste



III. Comment ils courent, volent...

Ptéranodon de Jurassic World ?



Douteux...

III. Comment ils courent, volent...

Les Nazgûls du Seigneur des Anneaux

III. Comment ils courent, volent...

Les Nazgûls du Seigneur des Anneaux

Le Retour du Roi (2003)

III. Comment ils courent, volent...

Les Nazgûls du Seigneur des Anneaux

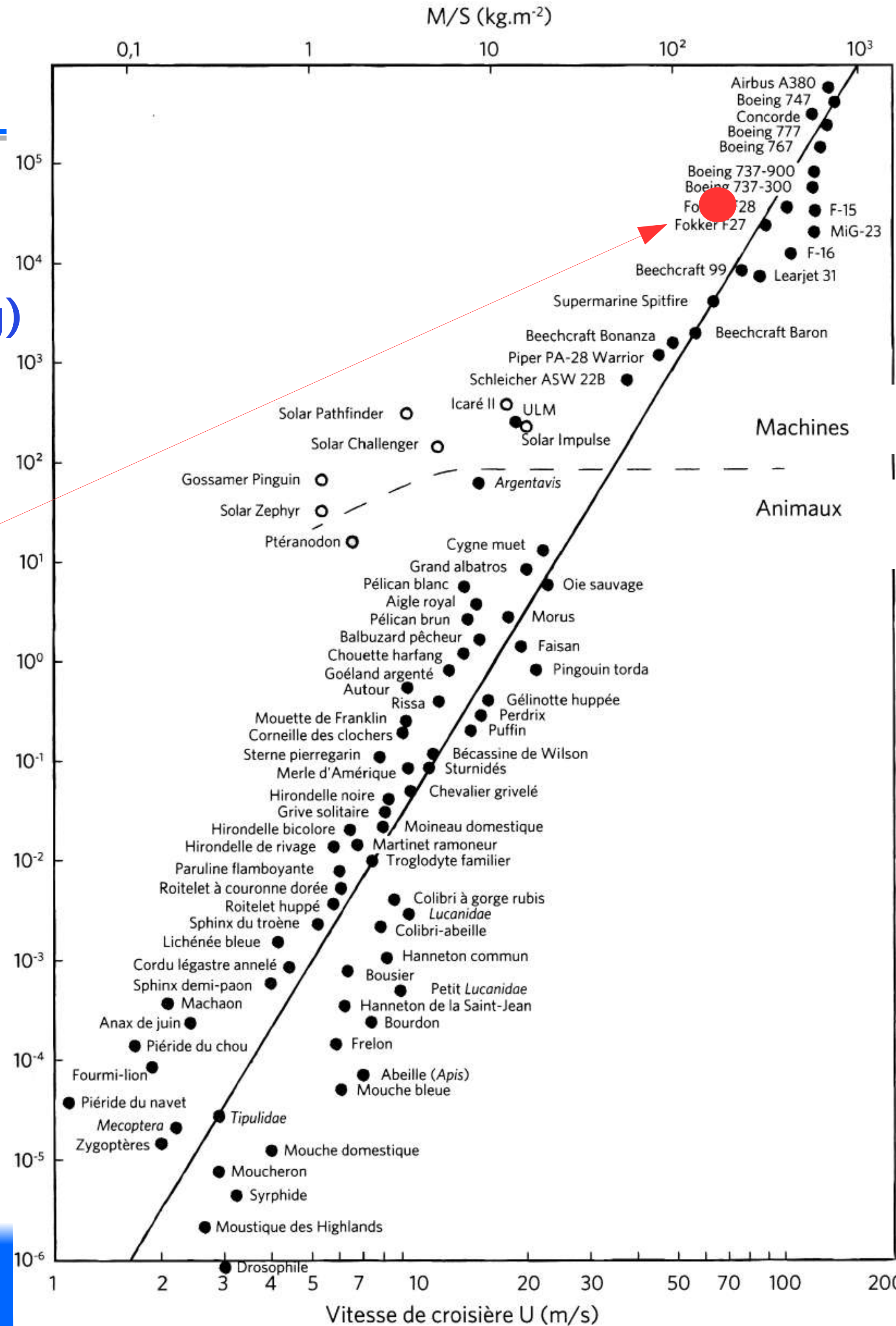
Les Deux Tours (2002)

III. Comment ils courent, volent...

Les Nazgûls du Seigneur des Anneaux

Les Nazgüls
du Seigneur des Anneaux

M (kg)



Machines

Animaux

« Fell Beasts »
de beaux engins !

ou alors
animaux « magiques »... ?

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Pacific Rim (2013, 2018)

III. Et les robots & machines ?

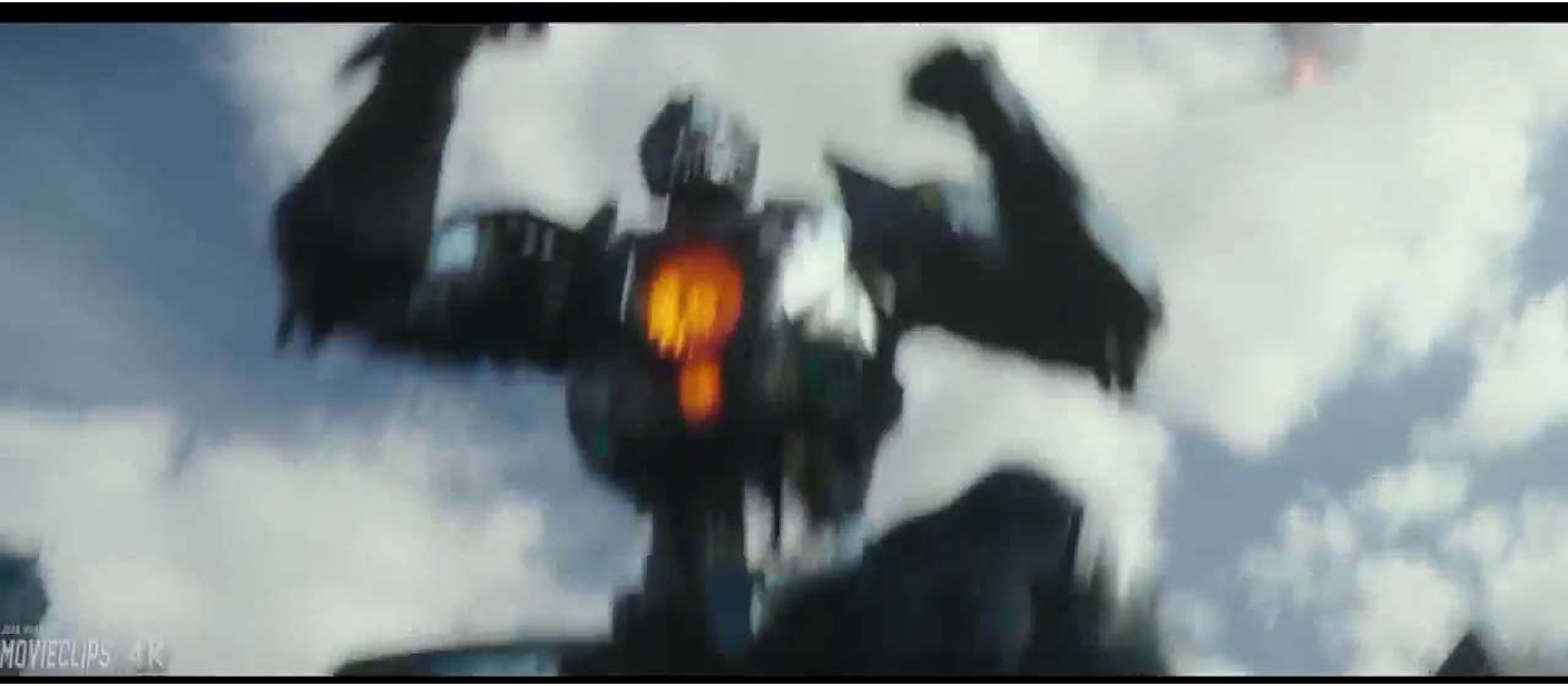
Les Jaegers de Pacific Rim

Pacific Rim Uprising (2018)

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Pacific Rim Uprising (2018)



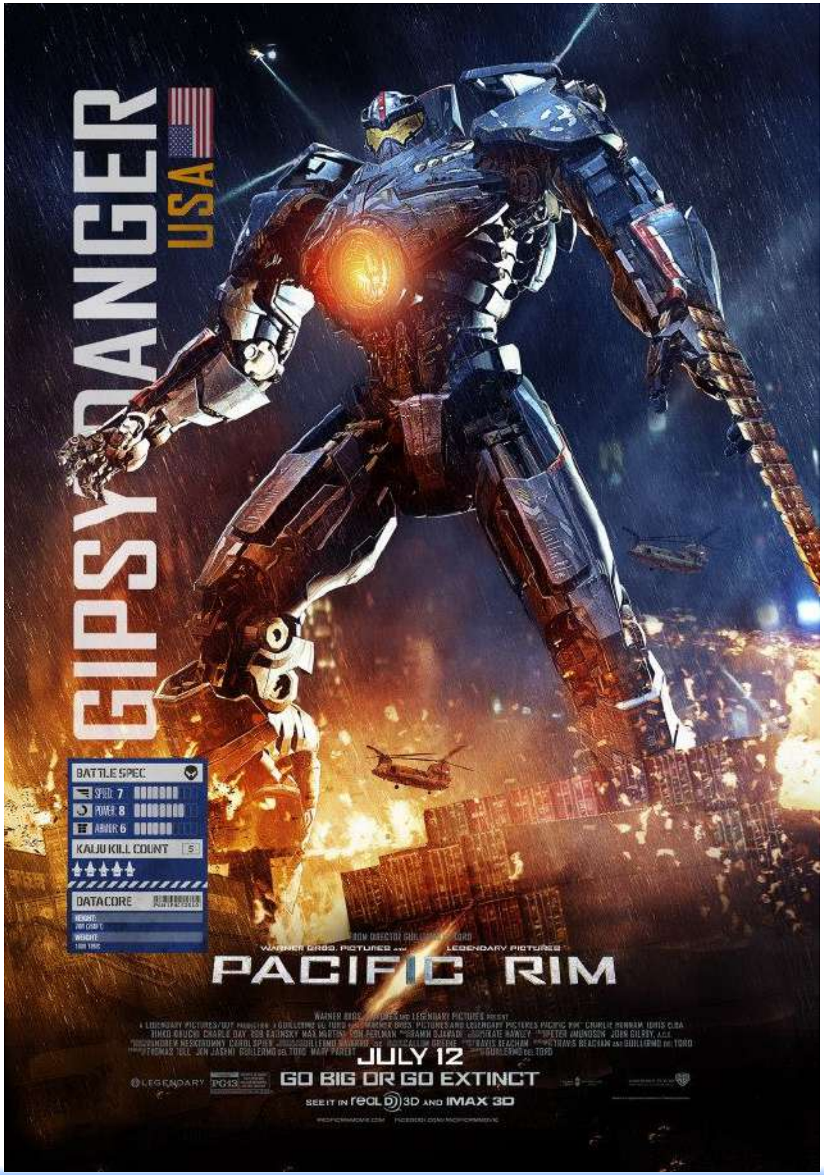
III. Et les robots & machines ?

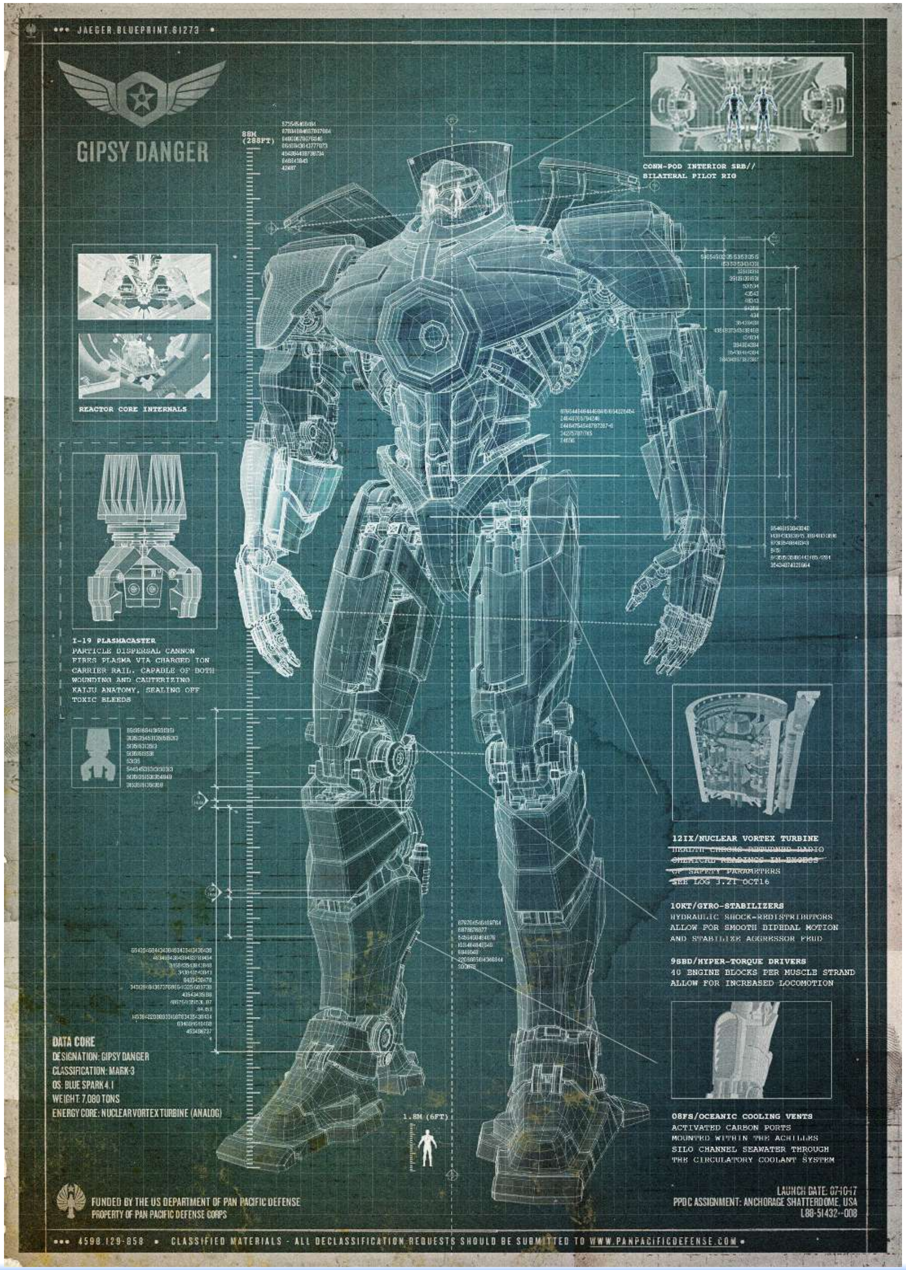
Les Jaegers de Pacific Rim

Pacific Rim Uprising (2018)

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim





III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

50x la taille d'un homme

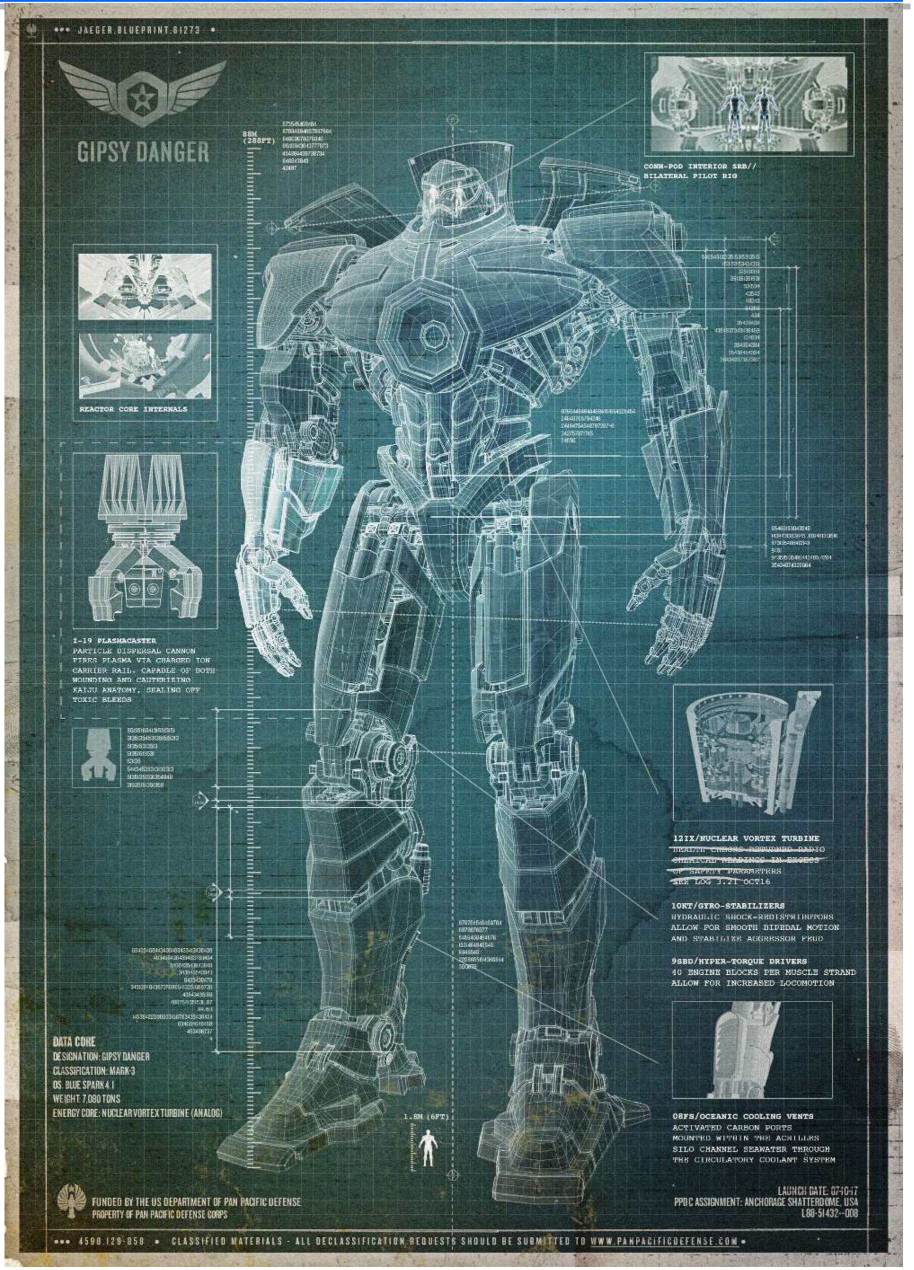
Poids annoncé de 7000 tonnes ?

Densité 3x celle d'un homme (résistance) ?
Volume x 50^3
→ Masse x 3 x 50^3
→ Masse ~ 400 000 fois celle d'un homme !

Soit environ 40 000 tonnes !

Un alliage très léger et très résistant... ?

Volume ~ $50^3\ V_{Homme}$ ~ 8000 m^3
pour Masse ~ 7×10^6 kg → 800 kg/m^3
~ Compost, Pierre Ponce, Plastique, Chêne...



III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

« Couple » nécessaire
[Couple] = Energie
Energie ∝ Poids(Bras) x Distance

Longueur d'un bras humain ~ 40 % taille
→ Ici 35m !
Masse d'un bras humain ~ 6 % masse
→ pour 10 %, 700 tonnes...

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

« Couple » nécessaire
α Poids(Bras) x Distance

Longueur d'un bras humain ~ 40 % taille
→ Ici 35m !
Masse d'un bras humain ~ 6 % masse
→ Ici 700 tonnes...

On obtient un couple C ~ Mg x L
→ C ~ 250 x 10^6 N.m

200 000 Bugatti Veyron...

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Energie du coup de poing ?

Vitesse typique 10m/s

Poids du bras ~ 700 tonnes

→ [Energie] = $M.L^{2}.T^{-2}$ = [M v^2] ~ 10-100 x 10^6 J ~ 10-100 kg TNT !!

En 1/10s-1s… → Puissance 60-600 x 10^6 Watts !!

1 sous-marin nucléaire de 50x10^6 à 500x10^6 Watts

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Soulever un Kaïju sur 50m en 1s ou sauter...

→ Puissance de plusieurs 10^9 Watts → x10-20 gros réacteurs embarqués...

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Soulever un Kaïju sur 50m en 1s ou sauter…

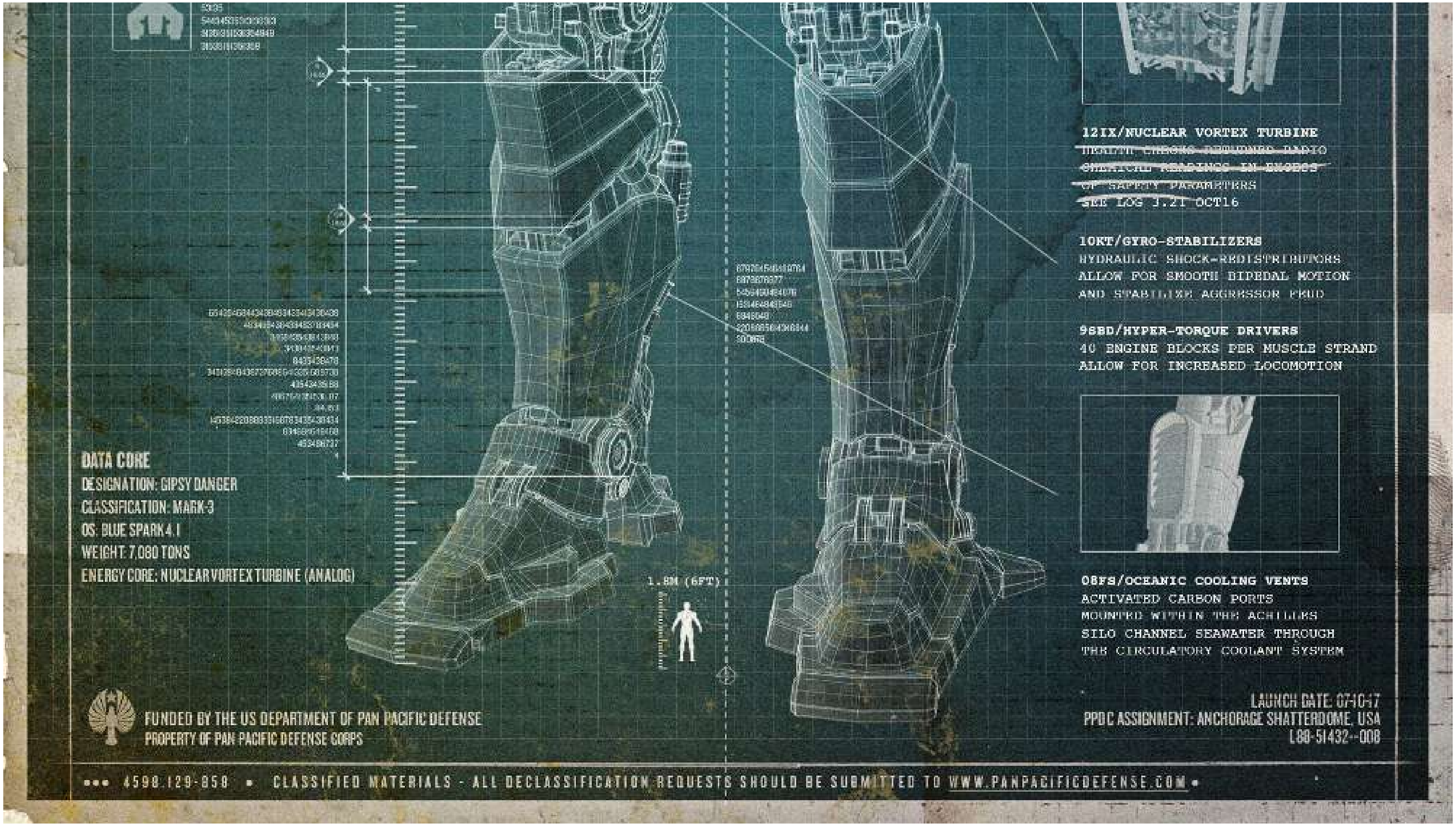
→ Puissance de plusieurs 10^9 Watts → x10-20 gros réacteurs embarqués…

III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Pied humain ~ 10-20 % de la taille

Jaeger → environ 15m, surface $30m^2$?

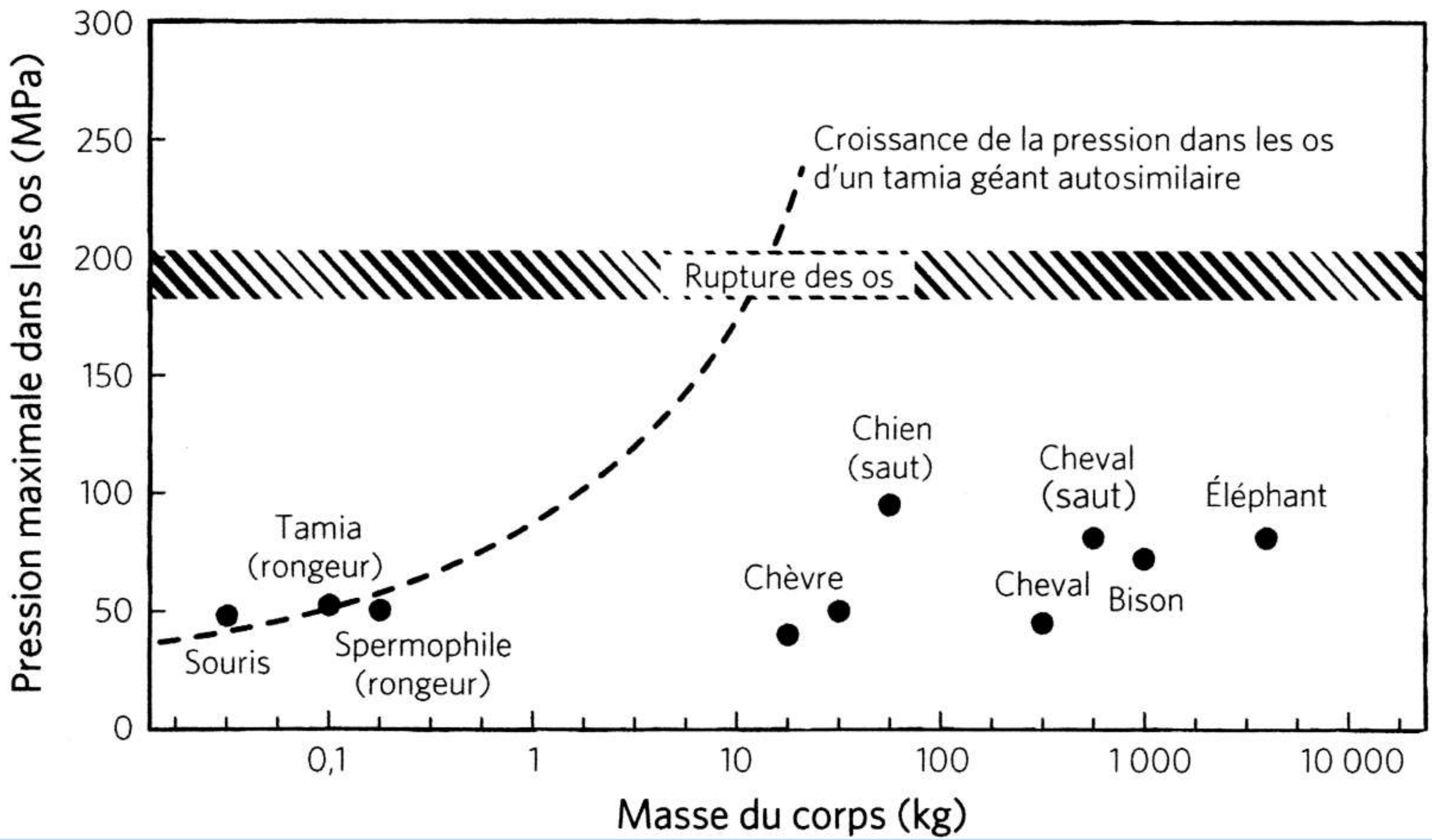


III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Poids/Surface ~ 2 x 10^6 Pa → 20 MPa pour le poids « réel »...

→ Mais lors d'un impact...



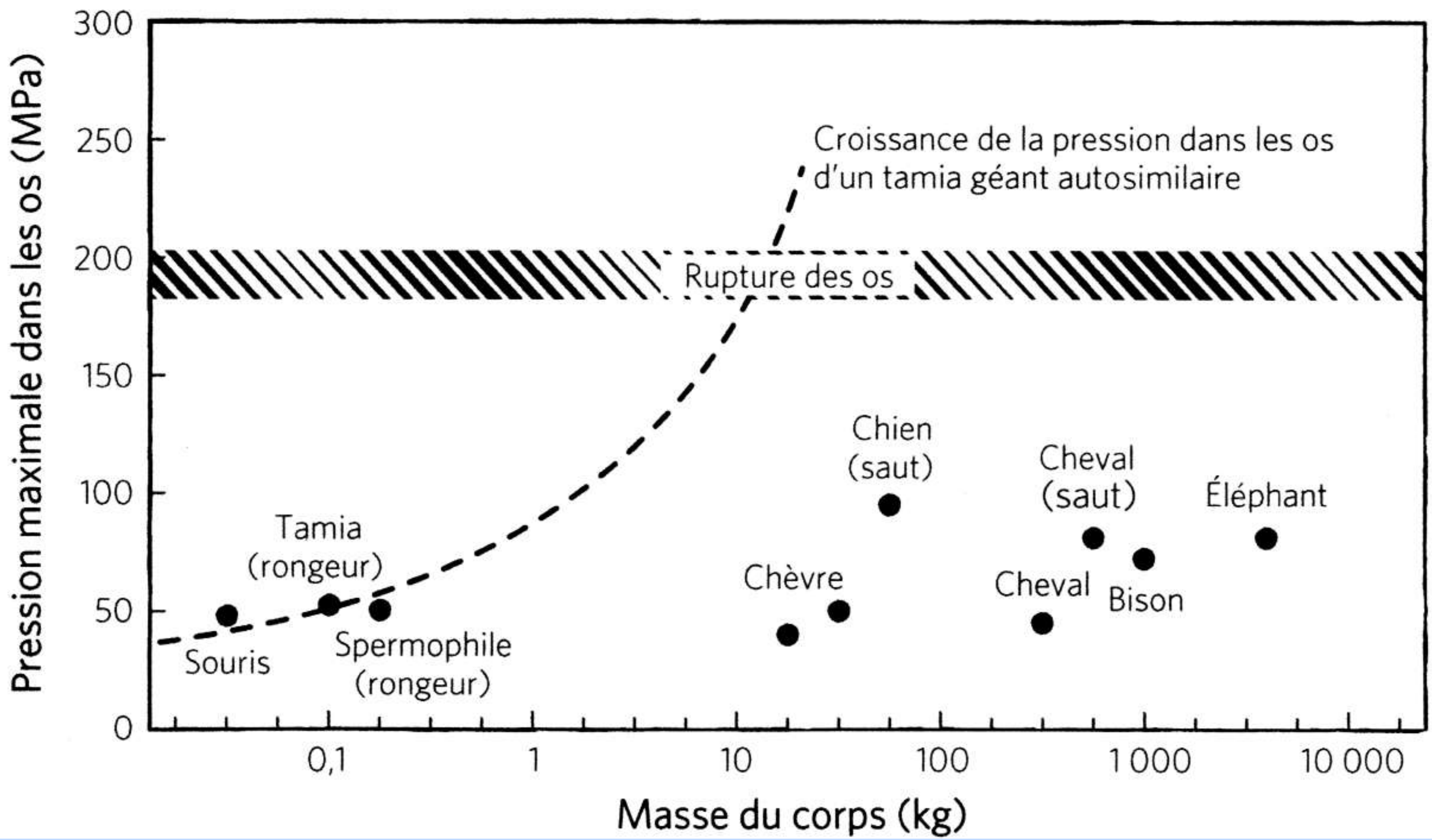
III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Chute de ~100m → $v^2 \sim 2gh$ → v ~ 45m/s

→ Accélération sur 0,1s ~ 450m/s² **(45 g)** → Force = M_{Jaeger} x a ~ 3×10^9 N

→ Pression sur le poing/genou ~300 MPa → Titane (900 MPa) ?



III. Et les robots & machines ?

Les Jaegers de Pacific Rim

Des Robots en Titane ?

→ 4500 kg/m³ → 4,5x plus dense qu'un homme → le poids augmente encore !

Le mystère reste entier...

2 - Lois d'Echelle

Ce qu'il fallait retenir (1)

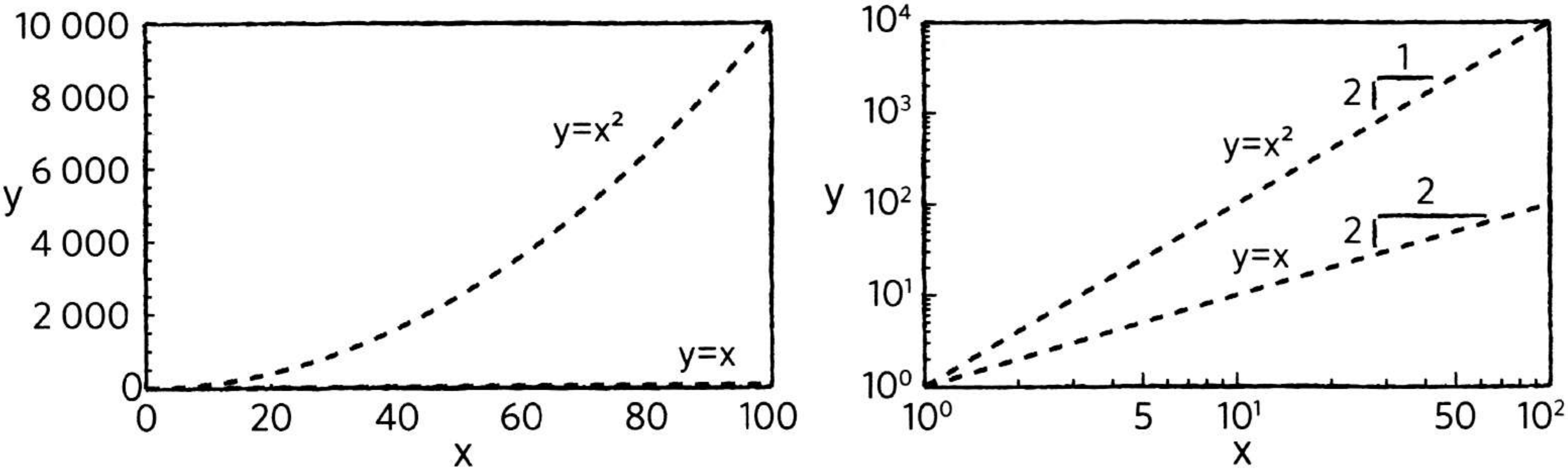
Le Logarithme, ce chasseur d'exposant !

Log(1) = 0
Log(10) = 1, Log(100) = 2…

En général, Log(a^k)= k Log(a)

et transforme les produits en sommes !
Log(axb) = Log(a) + Log(b)

Donc une loi de puissance $y = a\,x^k$ devient Log(y) = Log(a) + k Log(x) $\rightarrow$ **droite**

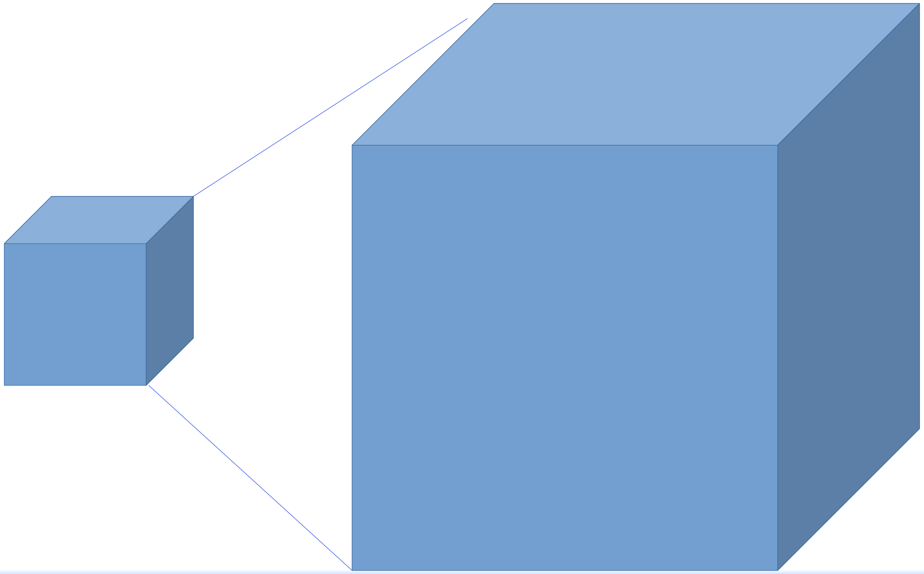


Ce qu'il fallait retenir (2)

Relations de Similitude

Si les proportions sont conservées…

$$S \propto L^2, \; V \propto L^3$$
$$\text{Masse} \propto V \Rightarrow M \propto L^3$$
$$L \propto M^{\frac{1}{3}}$$
$$S \propto M^{\frac{2}{3}}$$



Ce qu'il fallait retenir (3)

Lois d'échelle : quand on est microscopique...

- On est plus fort :
  F/M α 1/L
- On perd plus de chaleur
  Perte α 1/L
- On vit moins longtemps…
  - Métabolisme α $M^{3/4}$
    → Fréquence cardiaque α $M^{-1/4}$
    → **Longévité** α $M^{1/4}$

→ **Loi de Kleiber (Superman, Cours 3)**

Ce qu'il fallait retenir (4)

Lois d'échelle : quand on est géant...

- On est moins fort :
  $F/M \propto 1/L$
- Les os doivent grossir pour résister au poids
  $d \propto L^{3/2}$
- On court et on vole plus vite…
  → jusqu'à une certaine limite…
  → il faut que les os résistent
  → et avoir assez de surface d'ailes...

Physique & Fiction

de Gulliver à Star Wars

A partir du 08 Janvier 2019

Cours 1 : Physique & Dimensions

Cours 2 : Des Schtroumpfs à Gargantua

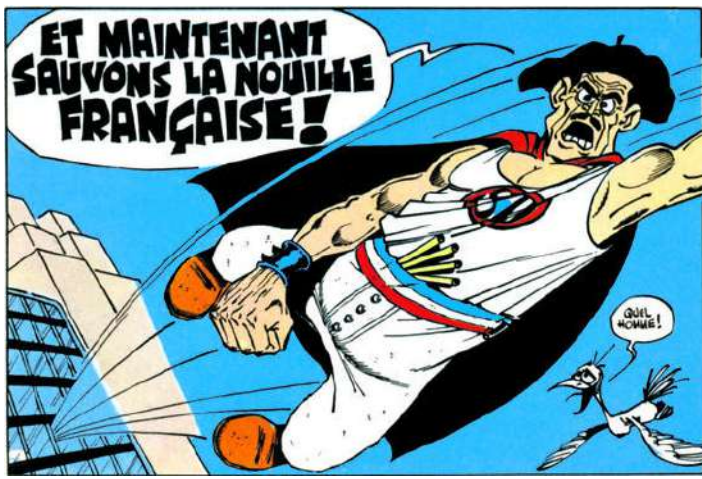
Cours 3 : Les pouvoirs de Superman

Cours 4 : L'énergie dans Star Wars

Cours 5 : De Dante à Edgar Allan Poe

3- Les pouvoirs de Superman

Anatomie des Super-Héros ordinaires...



1 – Les origines : la planète Krypton
2 – La force de Superman, sa course, son vol
3 – Les super-sens décortiqués