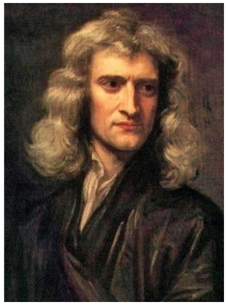
Pendules et Espace-Temps

Ch1. Le moment Galilée

- découverte de l’isochronisme
- le temps “absolu, mathématique et vrai

Ch2. La Terre, pas si ronde mais bien agitée

- les arpenteurs du globe
- Foucault au Panthéon



Ch3. Pendule de Newton (et Hooke !)

- **cinq boules diaboliques**
- **la flèche du temps: Loschmidt vs Boltzmann**
- **chaos dans les pendules (et ailleurs)**

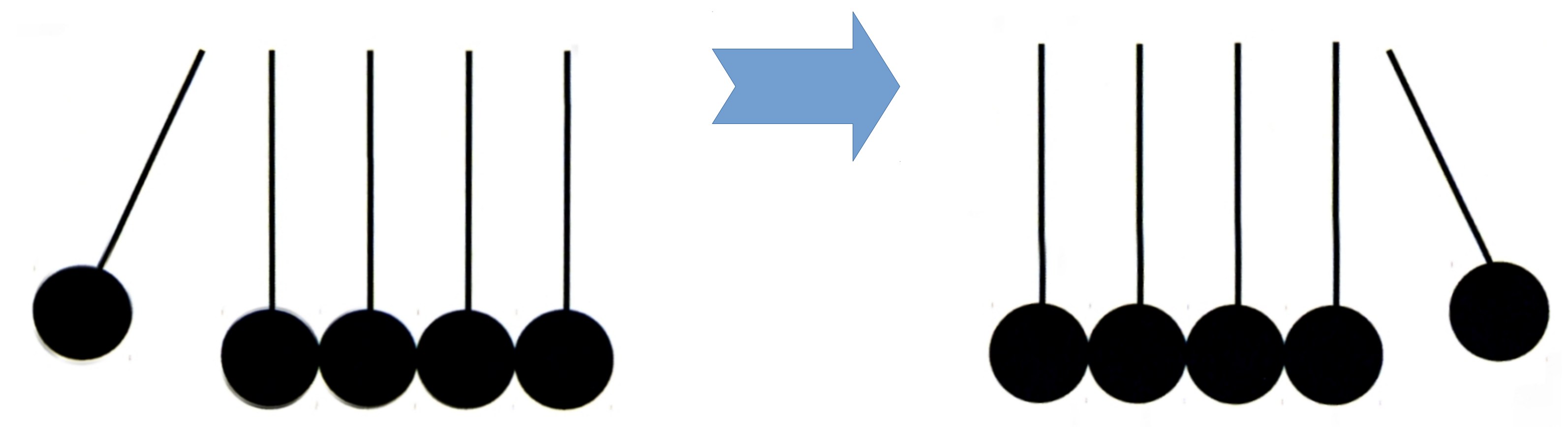
Ch4. Tics-tacs quantiques

- du pendule de lumière au temps local
- horloges atomiques et radioactives

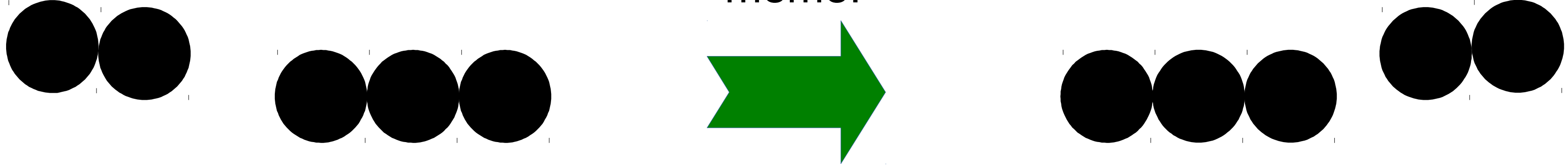
Le dispositif:

5 boules a) identiques; b) au contact;
c) en acier; d) de taille réduite.

Observation fondamentale:



et même:

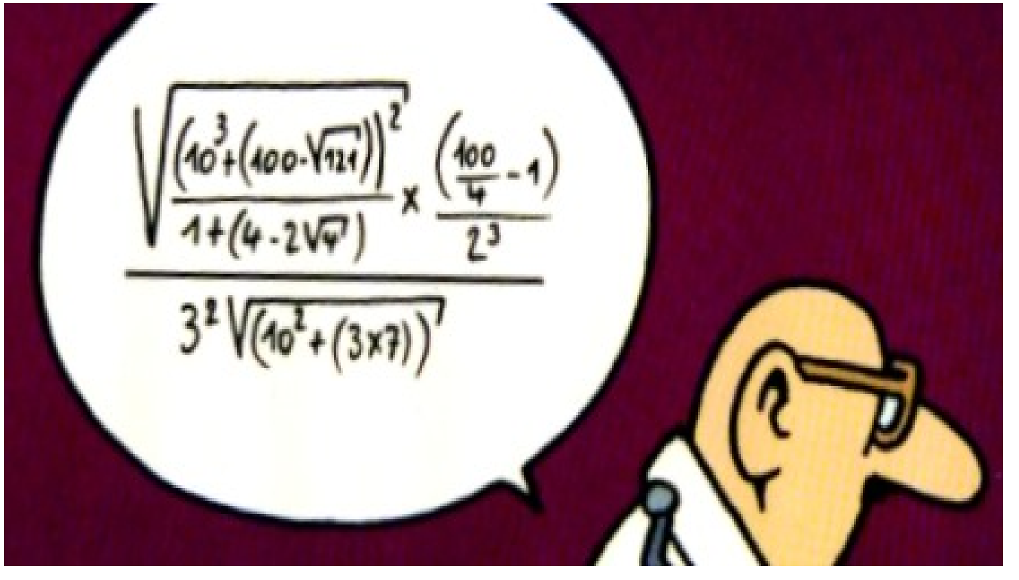


!!

Deux attitudes opposées:

1) Ebahissement /incrédulité : “Que pasa” ?

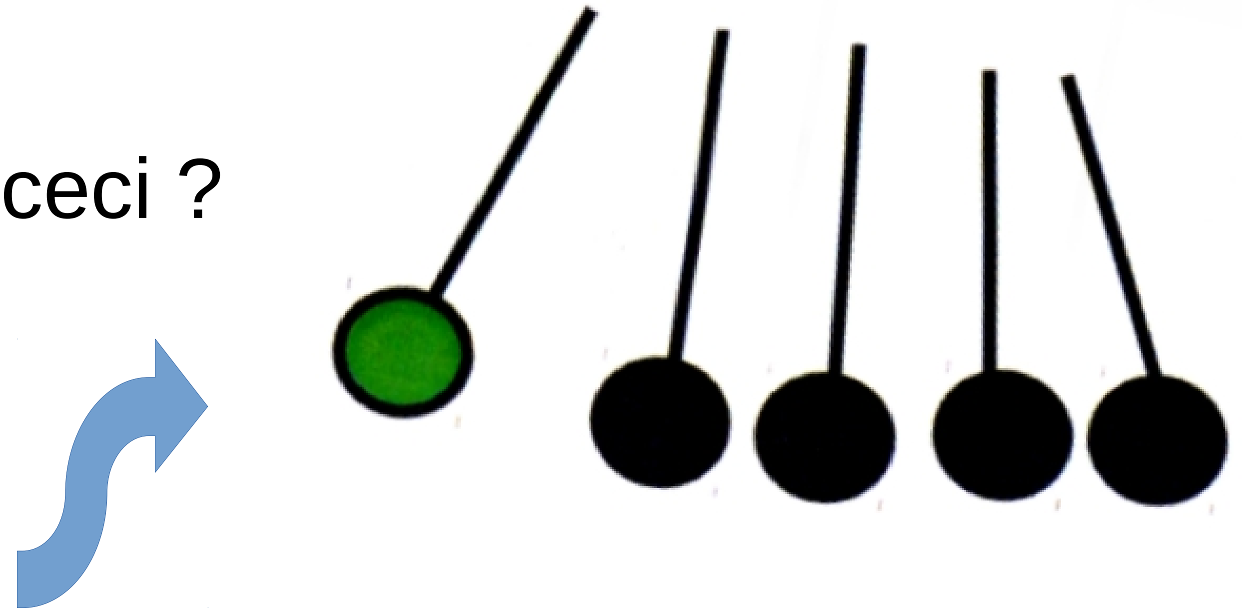
2) Arrogance scientifique :
“Elémentaire mon cher ! Ce sont
les lois bien connues de la physique ! ”



D’où vient cet effet de surprise ?

→ *Qu’est-ce qu’on attendait d’**autre** ?*

Par exemple ceci ?



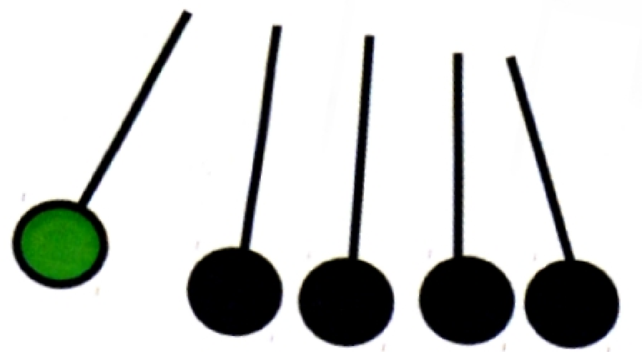
Petit (ou grand) **recul**
de la boule impactante ?

OU

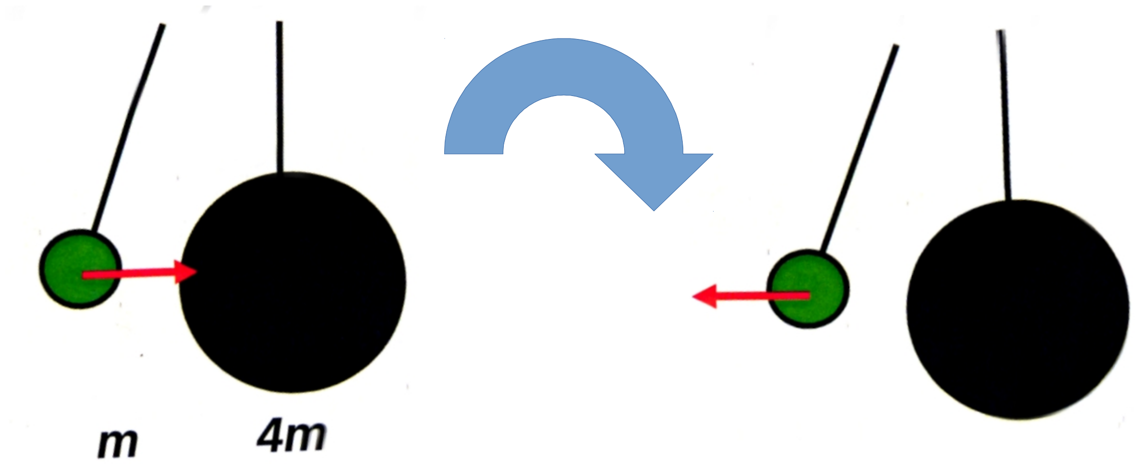
désordre général chez
les boules percutées ?

...voire les deux ?

Recul de la boule impactante ??



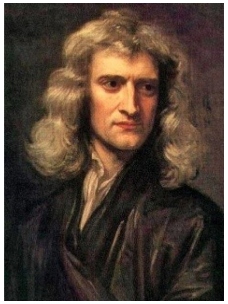
absolument !



Si le projectile est plus léger: **retour à l'envoyeur !!**

(test pour boulistes: envoyez le cochonnet sur une boule d'acier)

Que disent les “lois de la physique” ?



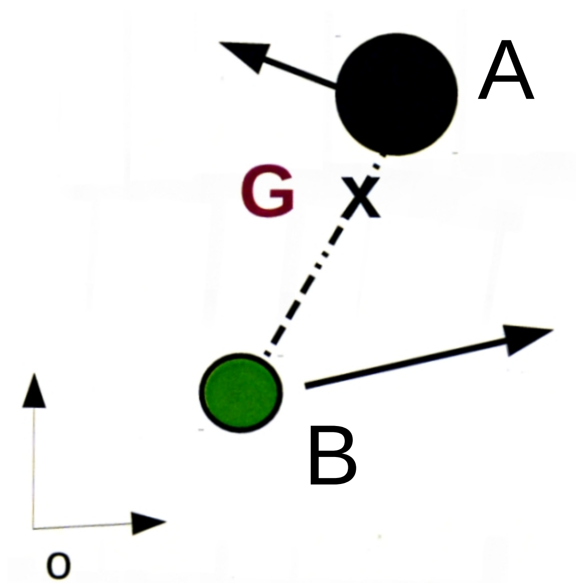
Système isolé: conservation de la grandeur $m.\vec{V}$
(impulsion ou “quantité de mouvement”)

Démonstration

“Isolé” ?? *pas de force extérieure*

→ **Principe d’Inertie** ! (tout continue comme avant)

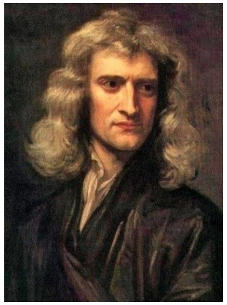
Techniquement parlant: **le barycentre G de l’ensemble {A,B} garde son mouvement**



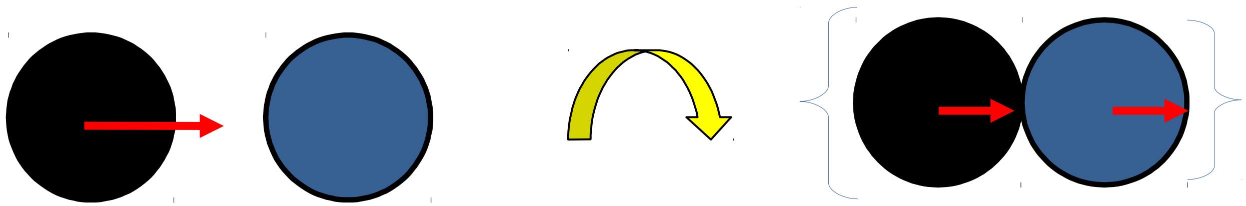
$$m_A\vec{GA} + m_B\vec{GB} = \vec{0}$$

...après 2 lignes de calcul...

$$\boxed{m_A\vec{V_A} + m_B\vec{V_B} = m_A\vec{V'_A} + m_B\vec{V'_B}}$$



Avec cette règle *seule*, plusieurs types de chocs sont possibles.



= *choc « mou » (1er type)*

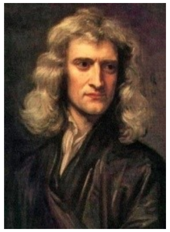
Cas particulier des billes d'acier : choc **ELASTIQUE** **(***2ème type***)**

$$\boxed{\tfrac{1}{2}\, m_A \, . \, V_A^{\mathbf{2}} + \tfrac{1}{2}\, m_B \, . \, V_B^{\mathbf{2}} = \tfrac{1}{2}\, m_A \, . \, V'^{\mathbf{2}}_A + \tfrac{1}{2}\, m_B \, . \, V'^{\mathbf{2}}_B}$$

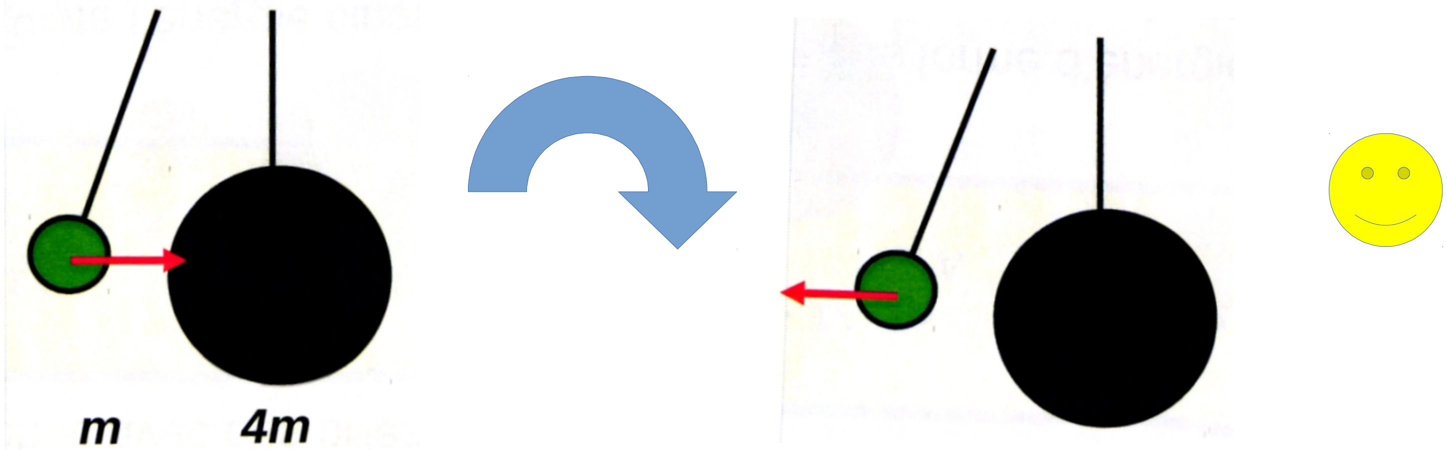
Toute l'énergie cinétique reste sous cette forme

Seconde **loi de conservation**

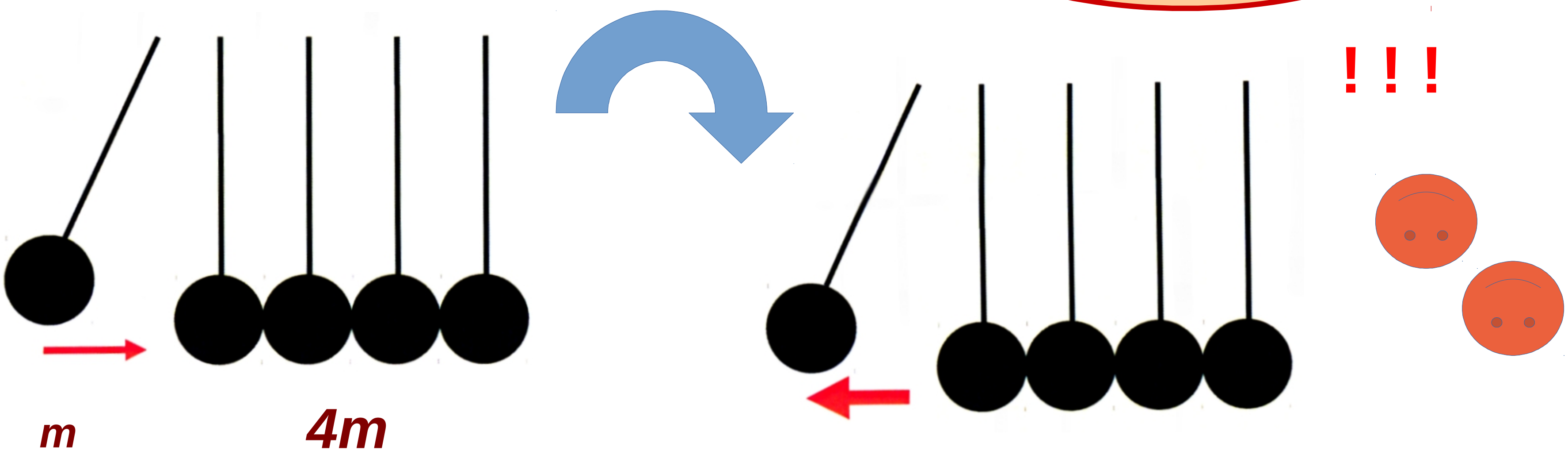
(simple bilan entre l' “avant” et l' “après”)



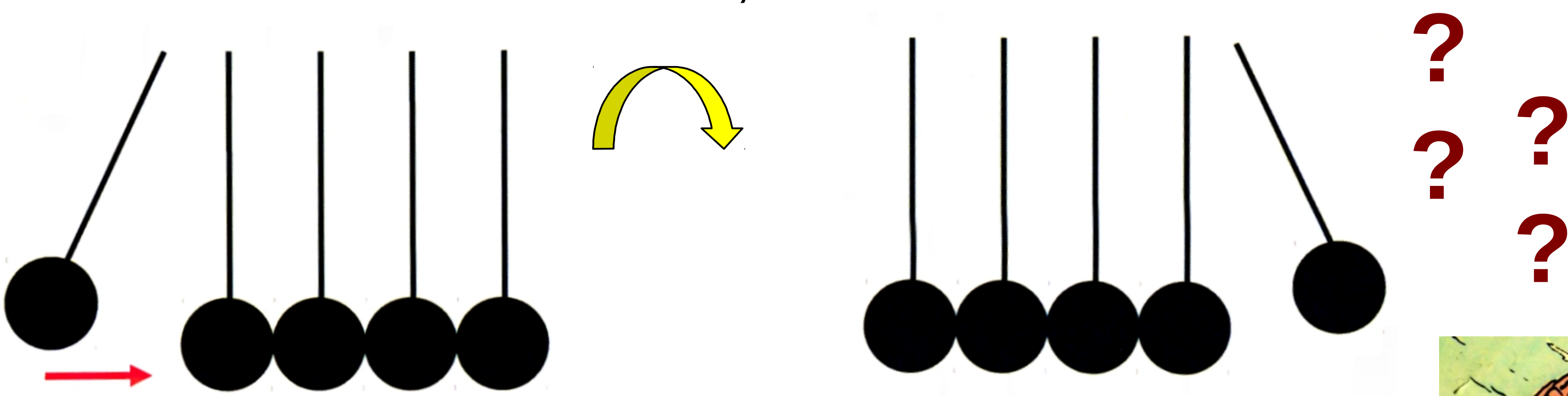
Avec ces deux lois des chocs, l'expérience « cochonnet » sur boule de pétanque donne bel et bien un RECUL du plus léger



De même, avec "m" contre "4m", on **DEVRAIT** voir:

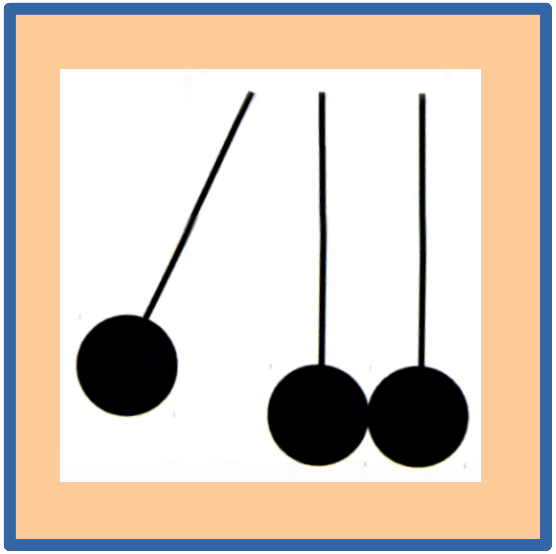


Mais en réalité, on voit ceci :



Astuce classique de physicien: ***simplifier*** le problème !

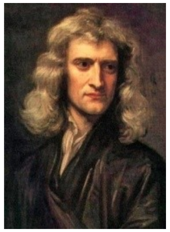
N=5 → N=3



(un Grand Secret de la physique:

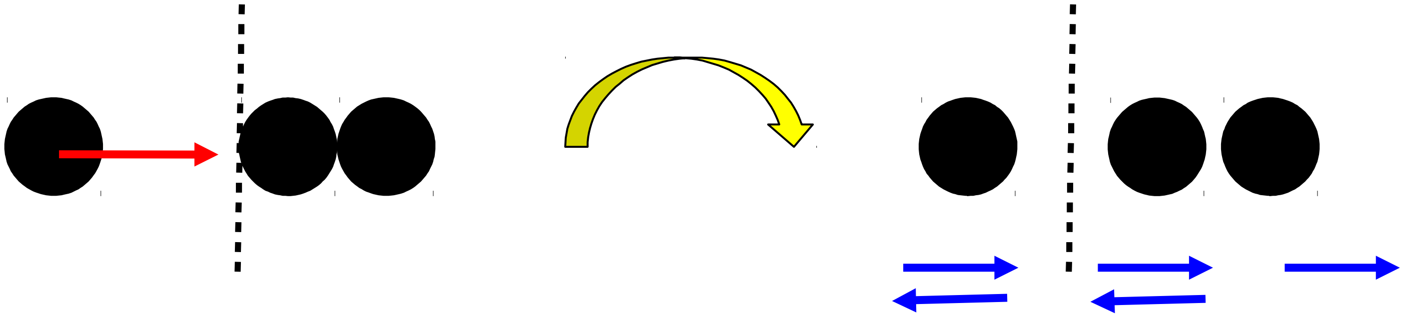
Problème à N corps…

… jamais facile dès que N>2)



Cas simplifié (N=3) et trois masses égales:

→ Que donnent les deux *lois des chocs élastiques* ?



u=1 v=w=0

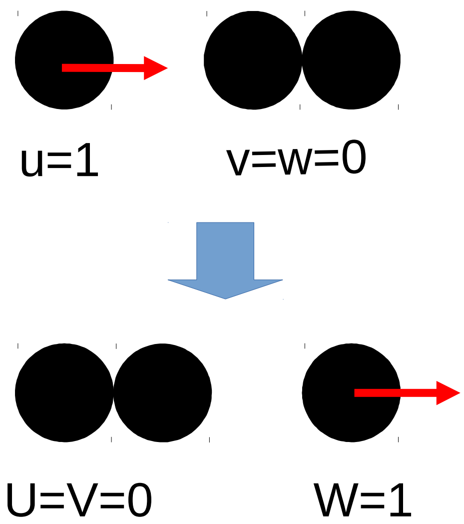
U > 0 ou < 0 V > 0 W > 0 forcément

- Boules pleines / non pénétrabilité : U < V < W
- Le barycentre conserve son mouvement : W > 0

1ère LOI (impulsions conservées): $1 = U + V + W$

2ème LOI (choc élastique): $1 = U^2 + V^2 + W^2$

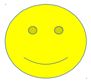
LES solutions pour N=3 :



Choc élastique (2ème loi): $1 = U^2 + V^2 + W^2$

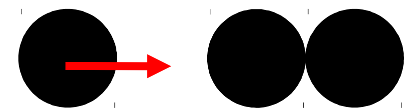
→ → *(U,V,W) < ou =* ***1*** *(chacune)*

Solution *évidente* des deux équations: $\boxed{(0\ 0\ 1)}$
(= celle qu'on observe)

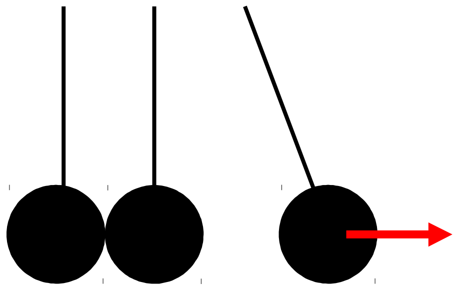


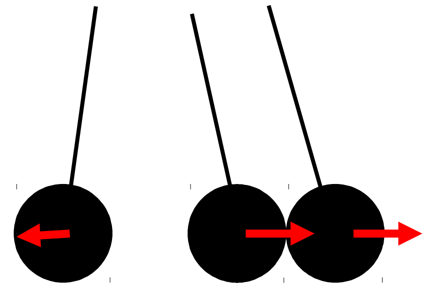
Petit problème: (0,0,1) n'est pas la seule permise !
La solution **générale** des 2 équations ensemble est l'intersection d'une sphère & d'un plan = un cercle
= une *infinité* de solutions possibles !

une *infinité* de solutions pour



u=1 v=w=0





U=V=0 W=1

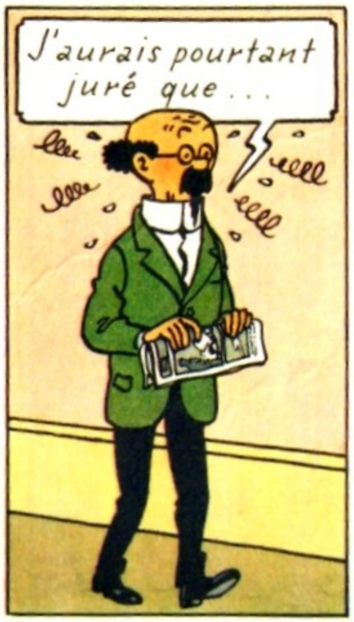
...mais
aussi :

U=-1/3 V=W=2/3

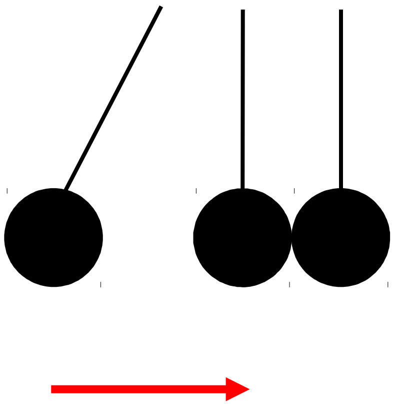
Solution fantôme: (- 1/3 2/3 2/3)

Permise par les équations…
mais JAMAIS observée !

QUE PASA ????

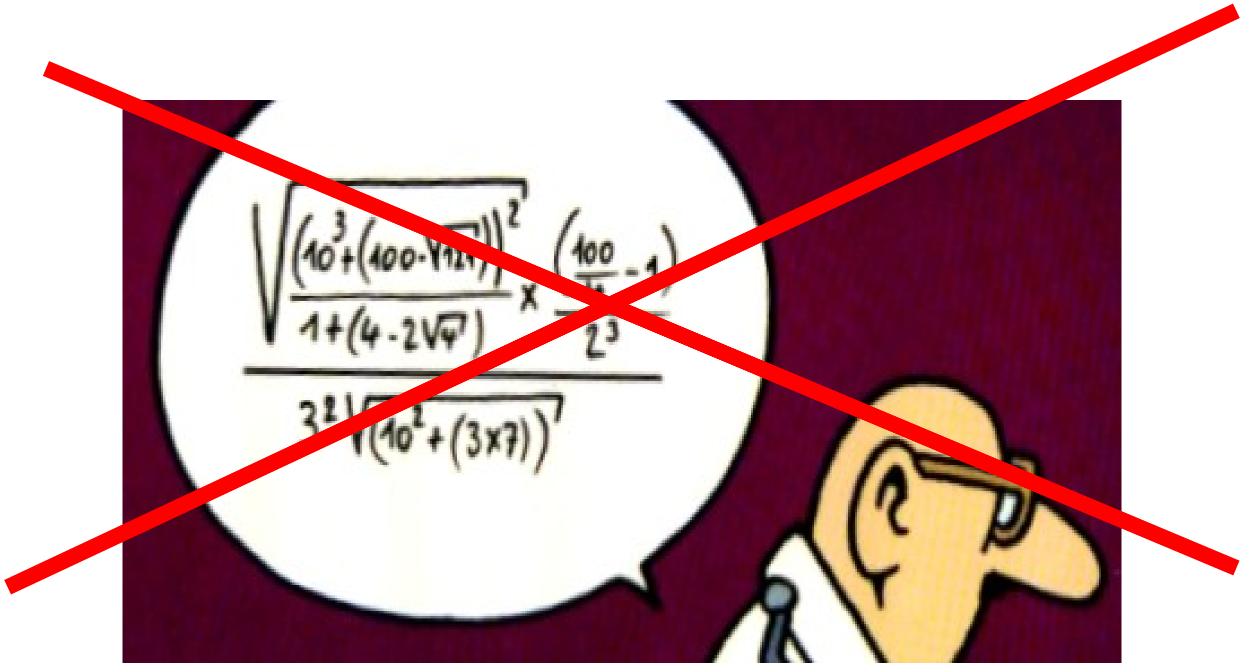


Première conclusion pour N=3

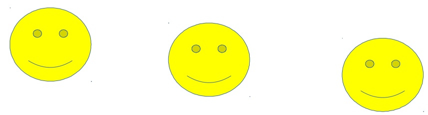


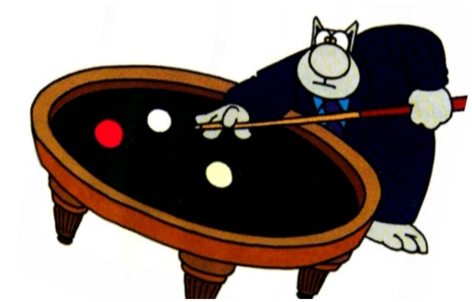
u=1 v=w=0

Si j'envoie une boule sur les 2 autres,
les deux équations de la "physique élémentaire" n'expliquent PAS
la ***non***-observation de (-1/3 2/3 2/3) !



Attention:





On a un problème avec N=3 boules, mais …
pour N=2, les équations de “Physique Elémentaire” donnent bien *la seule solution* observée: (U,V)=(0,1)

u=1, v=0 ***U=0 , V=1 !!***

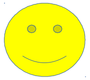
Quelque chose semble marcher...

==> **Questions:**

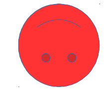
a) Le problème N=2 est-il “compris” ou seulement “résolu” ?

b) “Carreau parfait:” Quel est l’enchaînement des ***causes*** ?

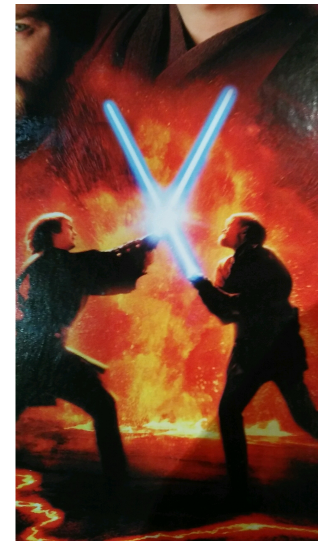
Autre étrangeté: pour N=2, nos deux “lois des chocs” donnent la solution observée *sans même invoquer la notion de* ***force*** *!*



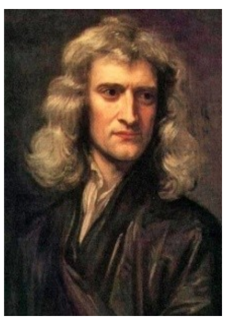
- Cas N=2: 2 équations pour 2 inconnues, *tutto bene*...
- Cas N=3: 2 équations, mais 3 inconnues U,V,W !



→ Idée: invoquer **la force** !



$$\mathbf{F = m \times (\Delta V / \Delta t)}$$
$$\mathbf{= masse \times accélération}$$



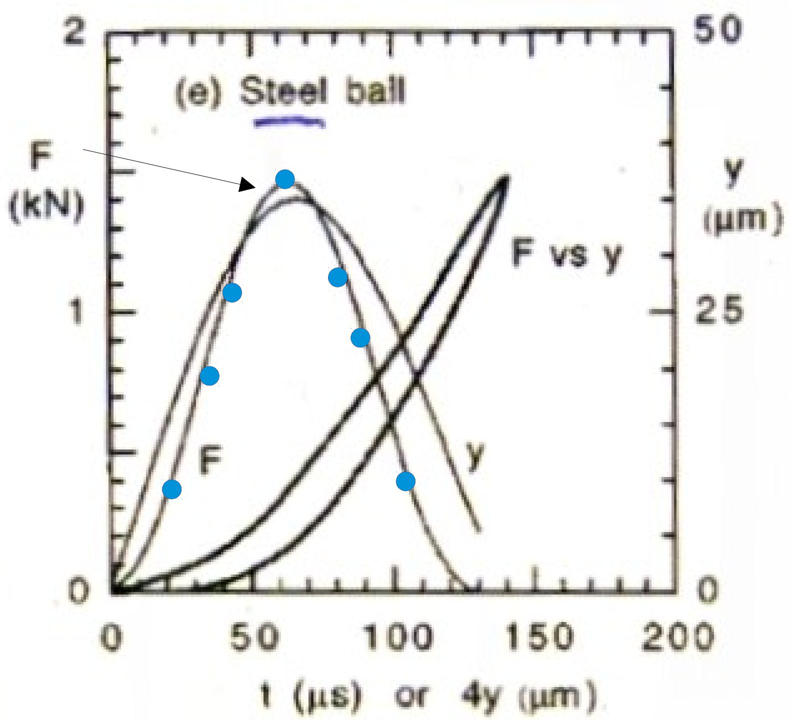
Dans sa théorie des “fluxions” (dérivées), la durée Δt est “suffisamment petite” pour que les calculs marchent, Newton évite soigneusement de parler d’ “infiniment petits” (les paradoxes de Zénon rodent...)

La dérivée = valeur ***instantanée*** = limite d’une valeur ***moyenne*** = le rapport de deux grandeurs parfaitement ***mesurables***.

Quelle valeur pour l'accélération ?

Bille (1) subit une *forte* décélération, car ***u*** passe "*très rapidement*" de ~1 m/s à 0.

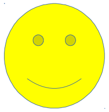
En **combien de temps** exactement??



$F = m \times (\Delta u / \Delta t)$

Mesure **labo***:
durée du choc **Δ t ~ 0,065 ms**

Avec **Δ**u = 0-1 = - 1 m/s :
→ a = **10000** (m/s)/s soit **1000 "*g*"**
→ → F impact = **1000** fois
le poids de la bille ! !



**R.Cross, Am.Jou of Physics 1999*

Ici Londres, ici Londres, je répète:

" F impact = **1000** fois le poids de la bille ! "

F exercée sur un corps élastique

→ déformation !

Loi de Hooke : $\Delta L/L \sim F / (s.E_0)$

Module d'Young pour l'acier : $E_0 = 2.\ 10^9$

Déformation bille R=1 cm : ~ 2 microns (0.02 %)

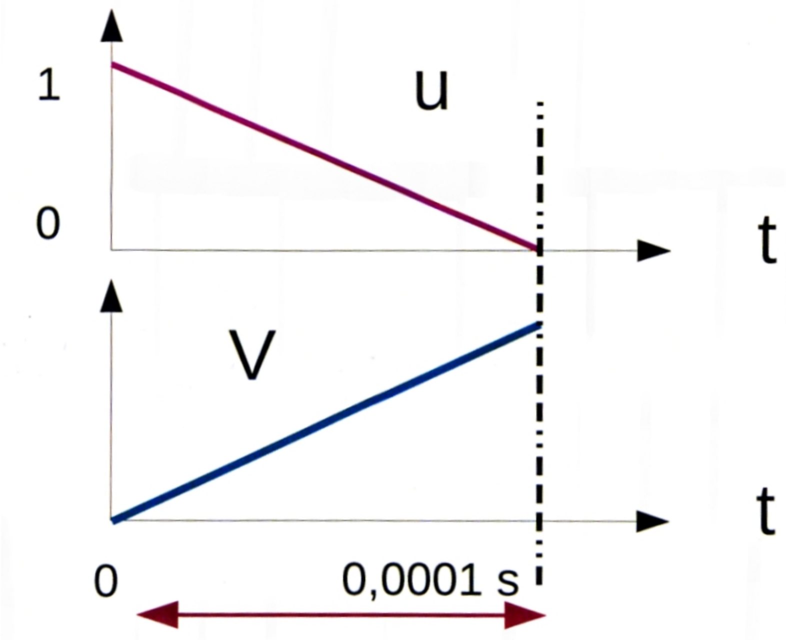
1ère lueur de clarté pour le problème N=3 :

La bille (2) impactée par (1) **se déforme** !

→ (2) n'est donc **pas en contact** avec (3) *à l'instant du choc*.

choc (1) sur (2+3) ? En fait (1) sur (2), "m" sur "m" (=carreau parfait)

Zoom sur l'énergie mécanique

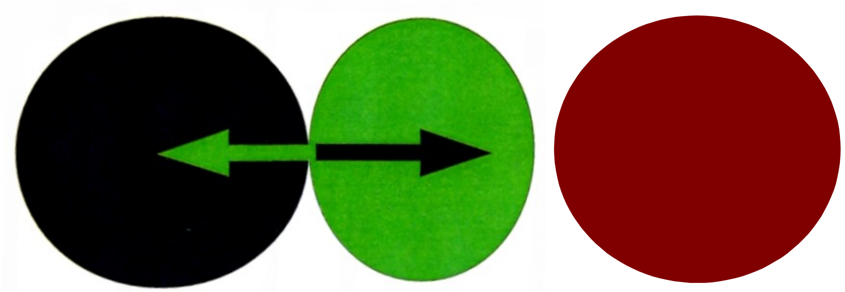


Petit modèle simpliste:
(u,V): (1,0) → (0,1)
avec u+V=constante
(mouvement du baycentre)

Vitesses *moyennes* ~ ½ pendant la phase de choc !
→ Energie cinétique = 1/4+1/4=1/2 ! (1 → ½ → 1)
→ → Apparition fugace d'**énergie *potentielle*** (élastique)
(restituée à 100 % en énergie cinétique après le choc)
Cohérent avec le modèle de Hooke...

Bilan d'**énergie** avant/après: OK mais **insuffisant** !
"comprendre"→ analyser ***le "pendant"*** !! (le *processus* de choc)

Le film des causes et des effets



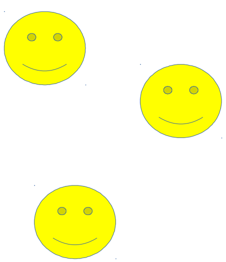
$F\ (1) \rightarrow (2)$

$= -\{\ F\ (2) \rightarrow (1)\ \}$

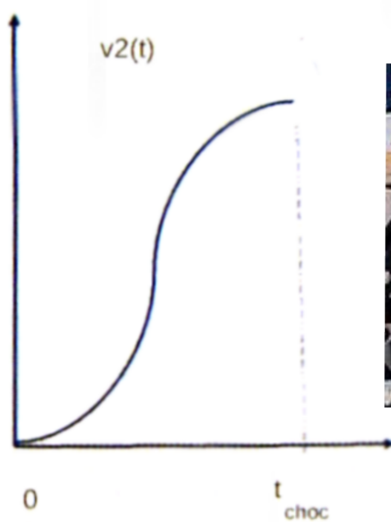
Contact à t=0: action et réaction entre (1) et (2)

- Echelle macro (la seconde): l'oeil voit un "carreau parfait"
- En temps réel (0,065 ms): (1) est **lentement** ralentie et (2) démarre gentiment (cf. *wagons avec plots amortisseurs*)

*La boule (1) ne "voit" jamais N-1 billes ! Le choc est toujours **binaire**.*

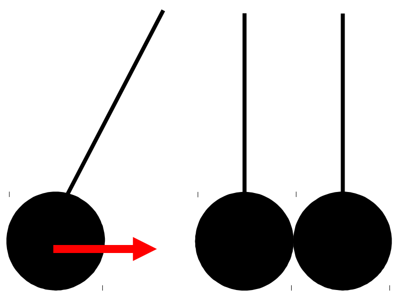


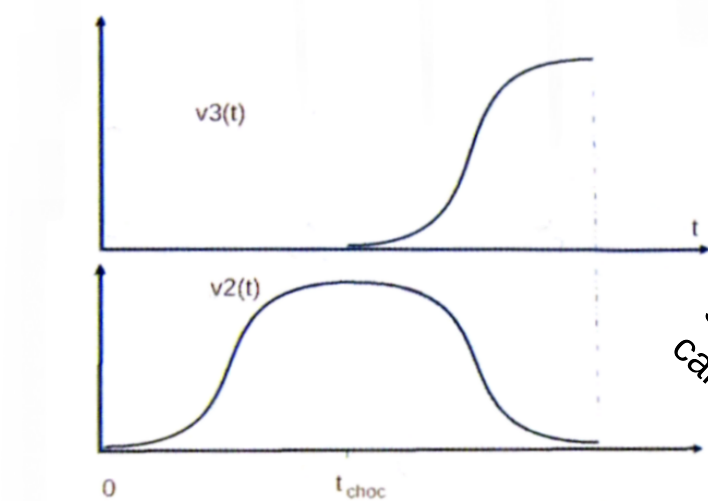
Solution calculée avec le modèle F(t) ~ sin (t)



Le film... suite et fin

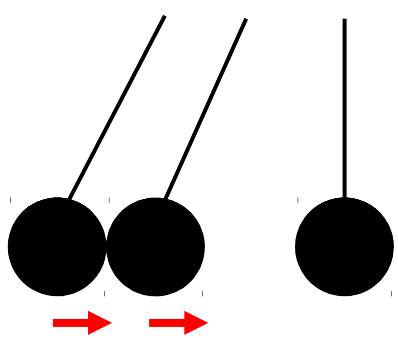
t=0,065 ms: (1) stoppée; (2) recommence avec (3) **seule** (2è choc binaire) et subit une F égale et opposée → (2) est **stoppée** et (3) démarre.   Etc….

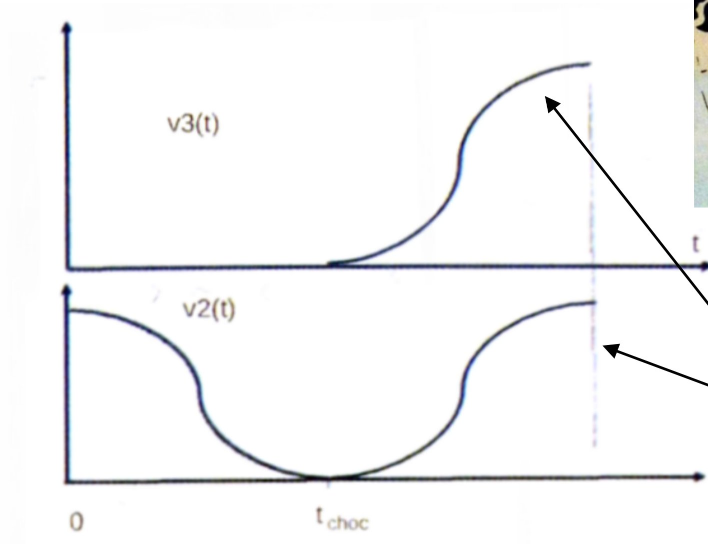




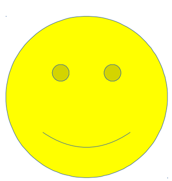
solution calculée

Et voilà
le cas
général :





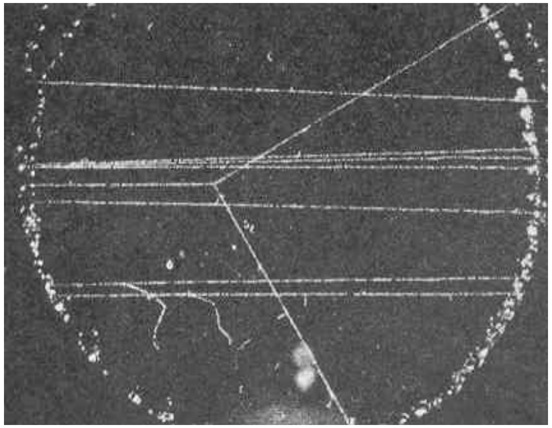
(2+3)
ensemble !



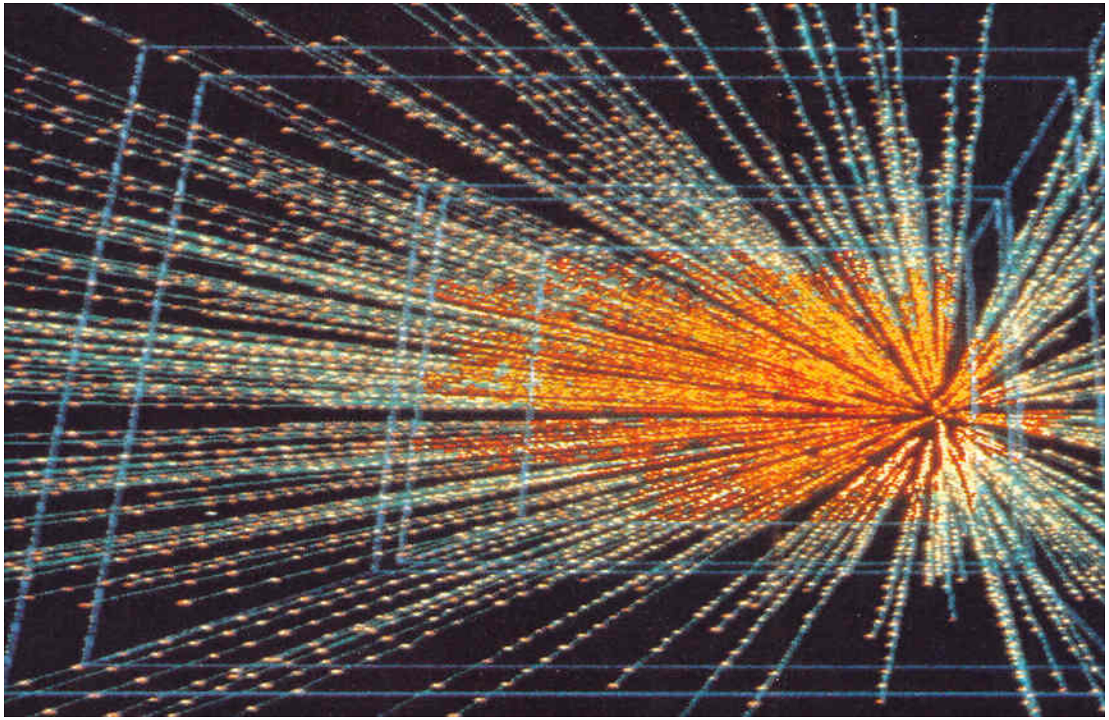
Même situation en physique des particules !!

Lois de conservation : OK pour les bilans globaux
(→ décompte des neutrinos…)

mais **TRES insuffisantes** pour décrire le détail des forces...



Choc élastique

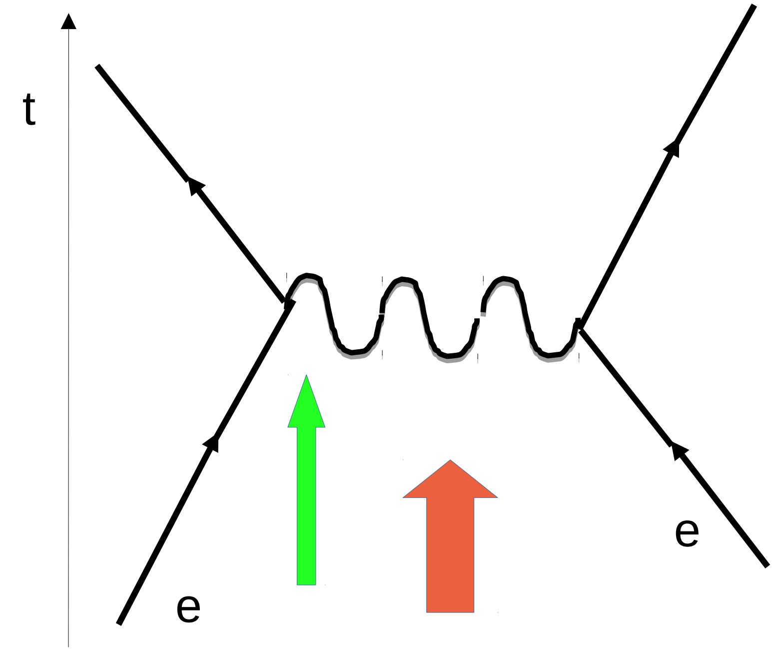


Choc violemment inélastique !

L'Unité de la Physique !

Diffusion
e^- sur e^-

Théorie
Quantique !



détail des
"forces"

En Relativité Restreinte,
le problème de
l'avant ou de l'après
ne se pose plus....
(relativité de la simultanéité)

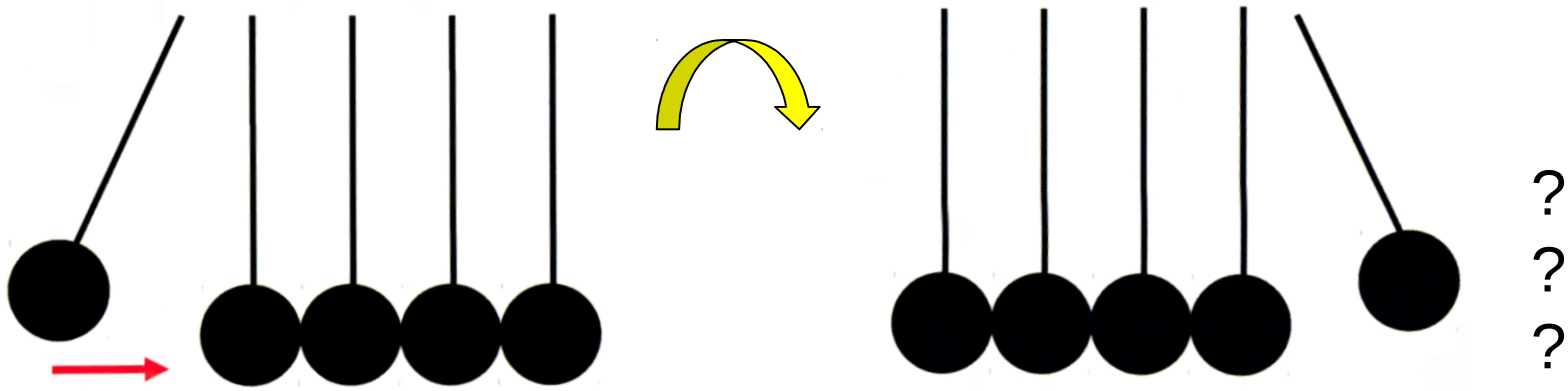
Conditions aux limites: lois de conservation (impulsion ET énergie)
OK mais ***très nsuffisant...***
Détails de l'interaction ? → description fine nettement plus complexe..

- Pendule **Newton-HOOKE**: élasticité des solides + propagation ondes
- Physique des particules élémentaires: Relativité+MQ = Théo Quantique Chmps

Partie 2

Du pendule de Newton à...

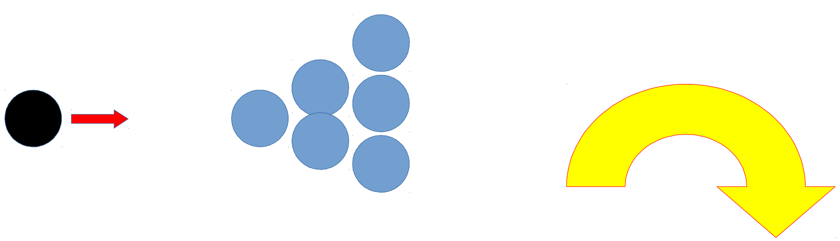
...la “Flèche du Temps”



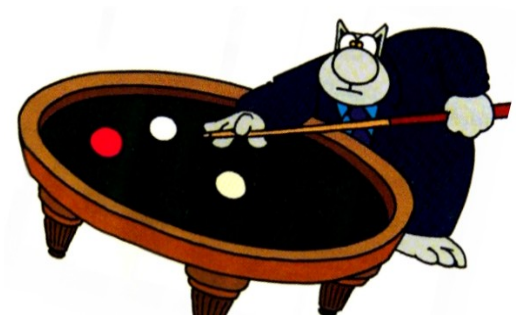
"Explication" simpliste: argument de $\boxed{\textbf{symétrie}\ \ t \rightarrow -t\ !}$
(sous-entendu: rien à expliquer….)

En effet, quand l'énergie se conserve (mvt planètes), on **retourne le film** et tout reste normal (le film passé à l'envers se superpose au réel)

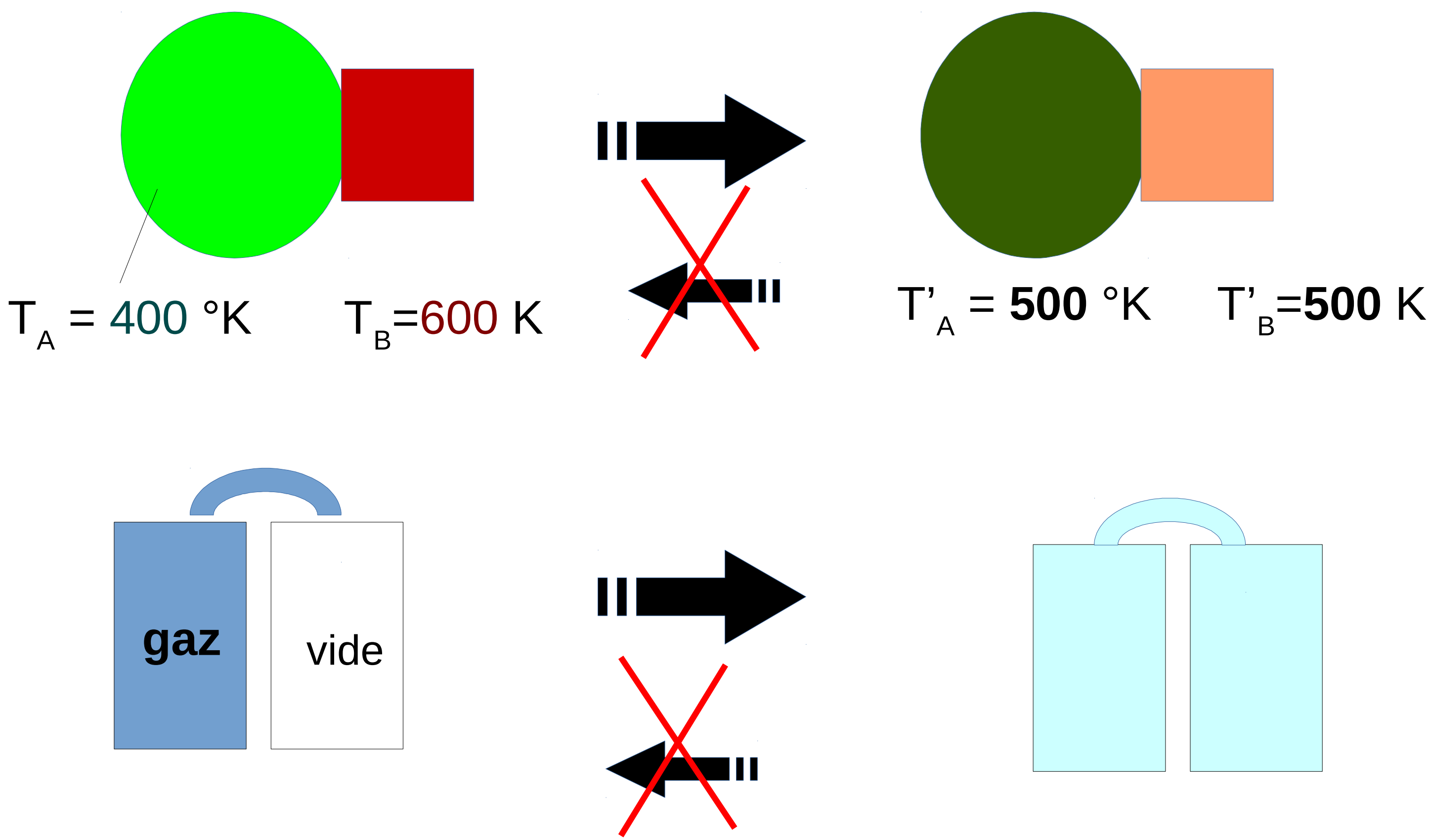
Petit problème: certains événements (où l'énergie se conserve) ne sont clairement **PAS** symétriques $t \rightarrow -t$ …..



???



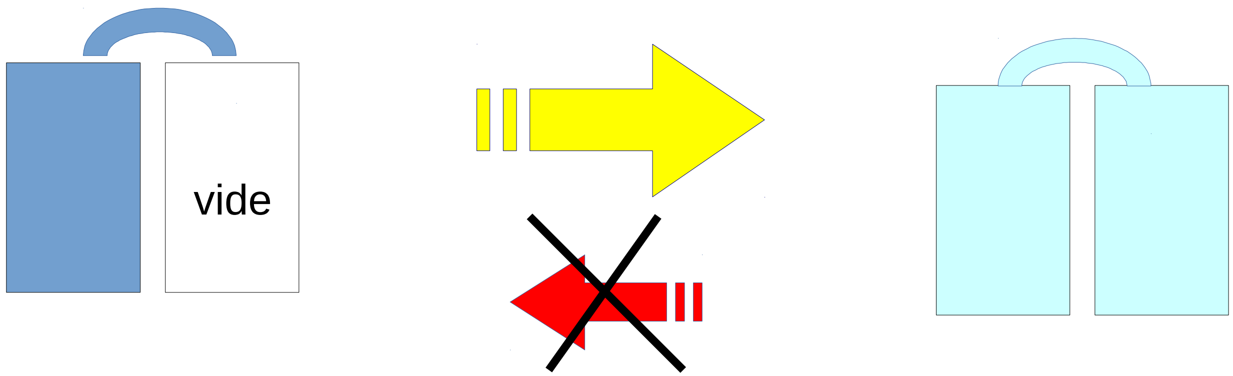
Deux expériences emblématiques:



Echanges spontanés de chaleur ou de matière =

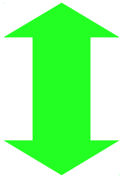
l'image même de **l'irréversibilité**

Que voit-on dans la détente de Joule ?



On observe **toujours** que le gaz se répartit dans les 2 volumes

jamais l'inverse !!



La **FLECHE DU TEMPS**

(la "marche inexorable passé → futur")

est d'origine *collective!*


5. Rudolf Clausius (1822-1888).

Explication de Clausius (1850)

Il existe une fonction entropie S telle que **S est toujours croissante**
Ca marche **pour tout** (détente de Joule, flux de chaleur, rendement des moteurs etc...)

$$dS = dQ/T > 0$$

Pourquoi l'entropie S est-elle croissante ?

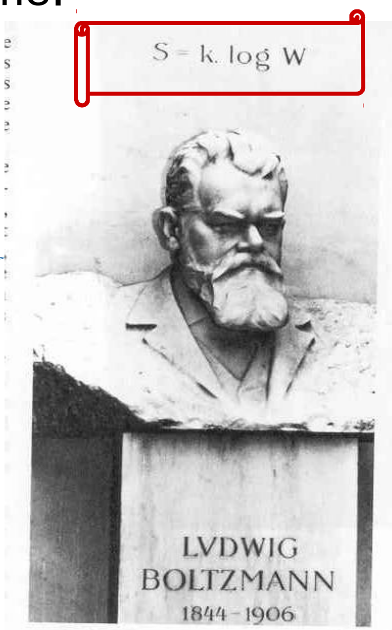
C'est comme ça, un point c'est tout !

= Second **Principe** de la Thermodynamique

(Conséq: fin des rêves de "mouvement perpétuel")

Explication (subtile) de Boltzmann (1880)

L'ensemble W des configurations microscopiques est *énormément* plus grand dans la situation finale = le gaz 50-50 dans tout le volume.
(idem pour le flux de chaleur entre deux systèmes à T° différentes)



51. Sur la tombe de Boltzmann, au Cimetière central de Vienne, on lit la formule célèbre: S= k Log W.

Pourquoi l'entropie S est-elle croissante ?

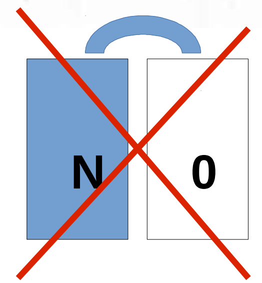
Simple *effet* **probabiliste !**

le sytème explore continuellement l'espace des possibles, il passe juste plus de temps dans les configurations **les plus probables**

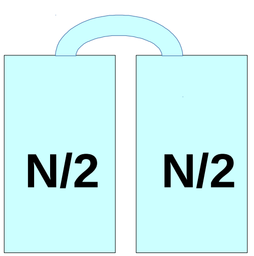
2^N avec $N = 6.10^{23}$ est un nombre ENORME….

Cette banale réalité *numérique*

a) **empêche** d'observer (dans un temps fini) la situation:

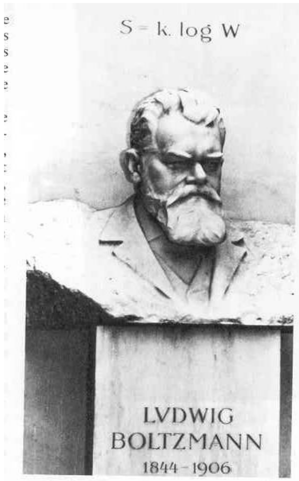


b) oblige le système à passer l'essentiel de son temps dans une configuration proche de:

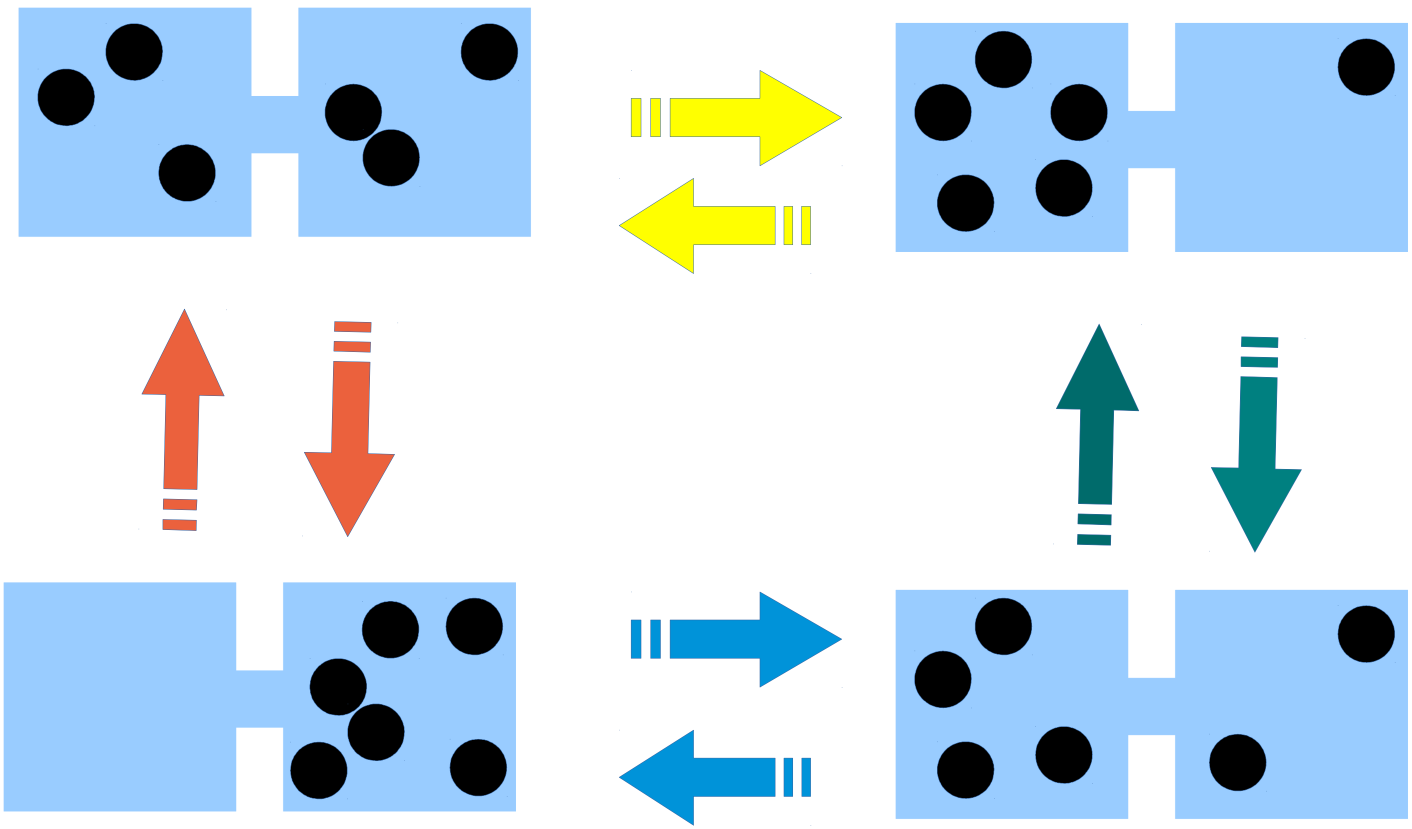


Un univers constitué de peu de molécules

ne connaîtrait ***pas*** la flèche du temps !!!

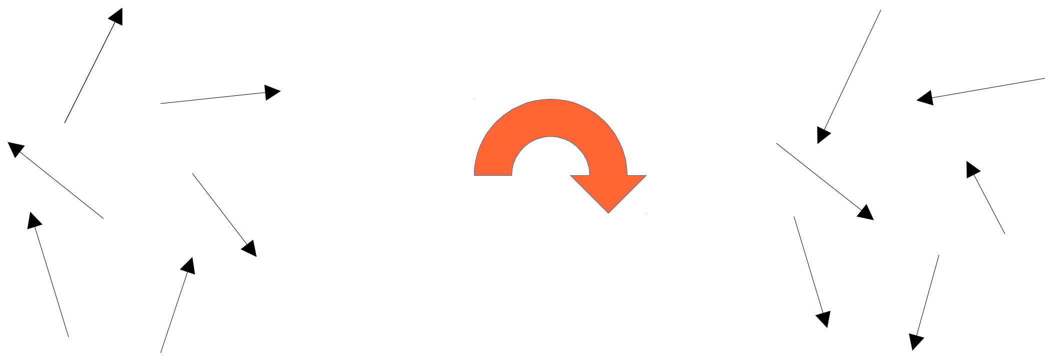


51. *Sur la tombe de Boltzmann, au Cimetière central de Vienne, on lit la formule célèbre: S= k Log W.*



Paradoxe de Loschmidt

P.Loschmidt “L’agitation moléculaire est à l’origine de l’irréversibilité?
Allons-donc !
Retournons le sens des vitesses, et l’exp. de Joule est réversible!”

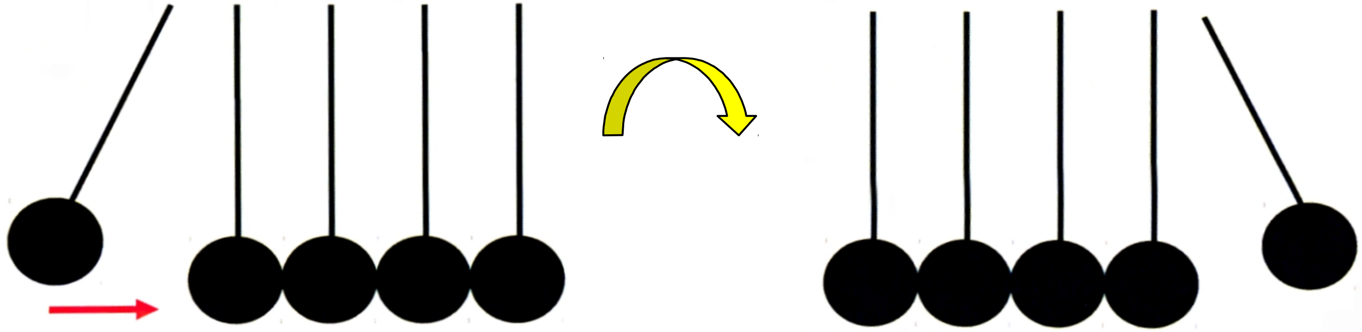


Boltzmann:

a) personne ne peut retourner *physiquement* le sens des V !
b) au billard, la situation inverse (15 boules qui convergent pour en percuter une est tellement **improbable** qu’elle n’arrive “jamais“

La flèche du temps est due au nombre immense de molécules (pur effet **probabiliste)**

Retour à notre
pendulum diabolicum...



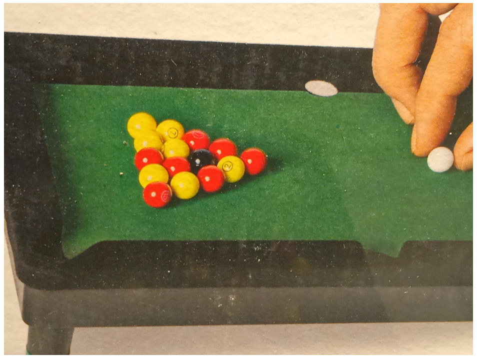
Quid de l'argument de **symétrie** ***t*** **→** ***-t*** ?

Semble fonctionner mais... c'est un double hasard

1) Energie conservée

2) Cas 1D fortement contraint... = un système de Loschmidt !!!

- MAIS déjà pour un billard 2D, ***t*** → ***- t*** s'écroule... (et pourtant E conservée!)
- Tout autre système à N corps (2D/3D) est NON-inversible.
- Le pendule linéaire "de Newton", ***seul*** système de Loschmidt, est l'**exception** qui confirme la règle (de Boltzmann): l'écrasante majorité des cas "semble" irréversible



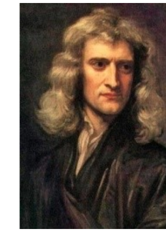
ce film-là n'est
pas inversible !

Partie 3

Du ***chaos*** dans les pendules (et ailleurs !)

Récapitulons:

<< le Temps existe; « Uniforme » ; extérieur à tout >>



Recherche d'*objets* particuliers qui **matérialisent** ce **DESIR**

1. Clepsydre ? Belle « image » (l'eau…) mais mais mais…
2. Sablier ? Plus régulier (en apparence) mais physique complexe

3. Planètes ? Pas mal, même si mouvement lent…
4. **Pendule !** ISOCHRONISME …..

Après étude:

ces 2 systèmes très différents sont
le siège de "**CHAOS DYNAMIQUE**"...

l'exact *contraire* de la
régularité tant désirée !

Derrière l'idée (le DESIR) de *régularité* se cache l'idée de ***prédictibilité***

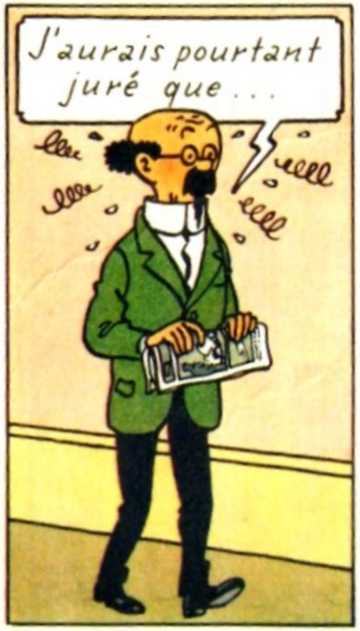
Or, les systèmes symétriques dans l'*espace* (cristaux…)
ou réguliers dans le *temps* (syst. harmoniques) sont en fait

les plus rares ! ! !

(on les étudie à l'école, non ***pas*** parce qu'ils seraient ***représentatifs***,
mais pour la seule raison qu'ils sont plus faciles à modéliser...)

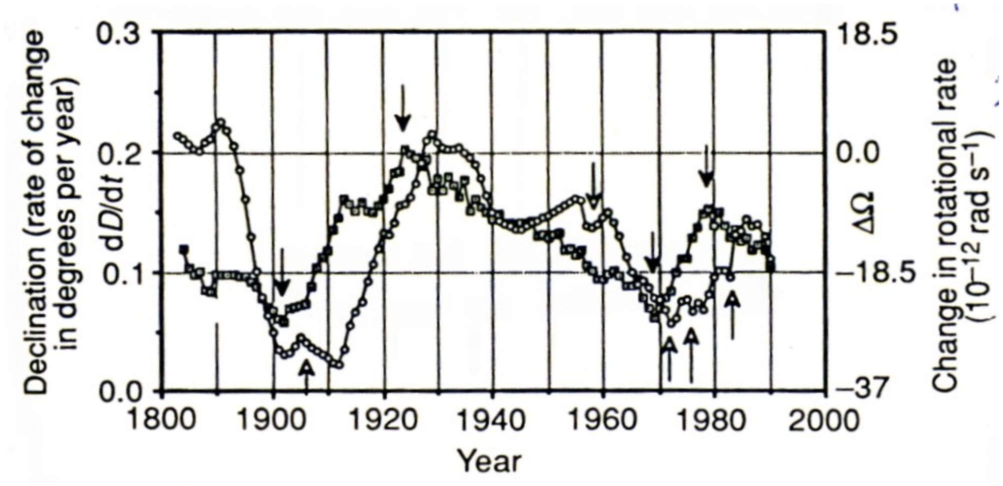
La **norme** est plutôt
- manque de symétrie
- NON-régularité

(même pour les corps célestes,
même pour les *pendules* !)



La “Toupie Terre”:

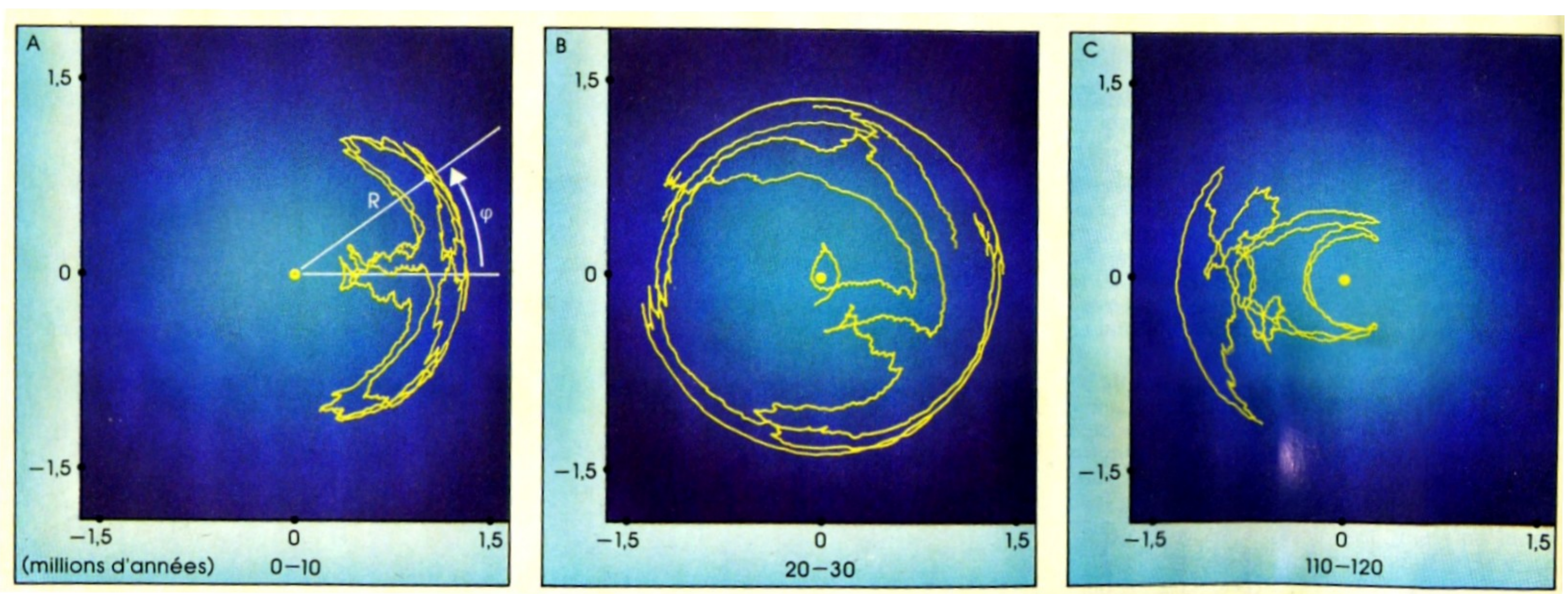
on sait déjà qu’elle tourne + ou – rond …
(raisons *classiques*: difformité, mouvements internes)



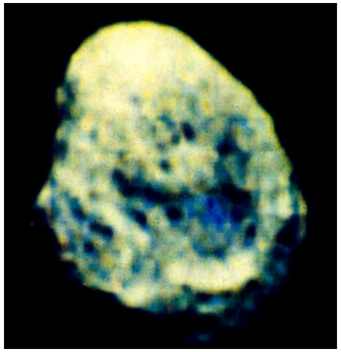
En réalité la situation
est **BIEN PLUS GRAVE…**
(raisons FONDAMENTALES!)

Les simulations numériques démontrent que le **chaos dynamique** dans le système solaire ***empêche la prédictibilité à long terme***….

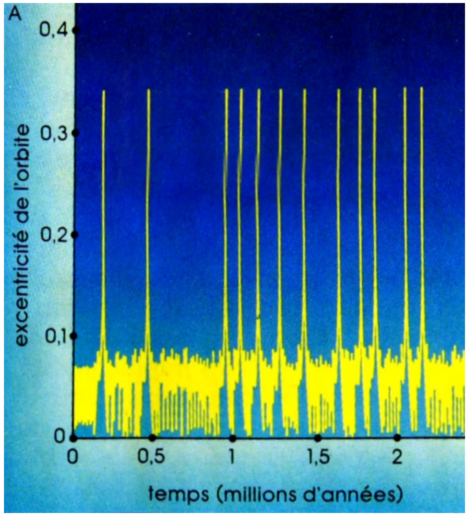
Système Terre-Mars simulé sur 120 MA (J.Laskar, 1988)



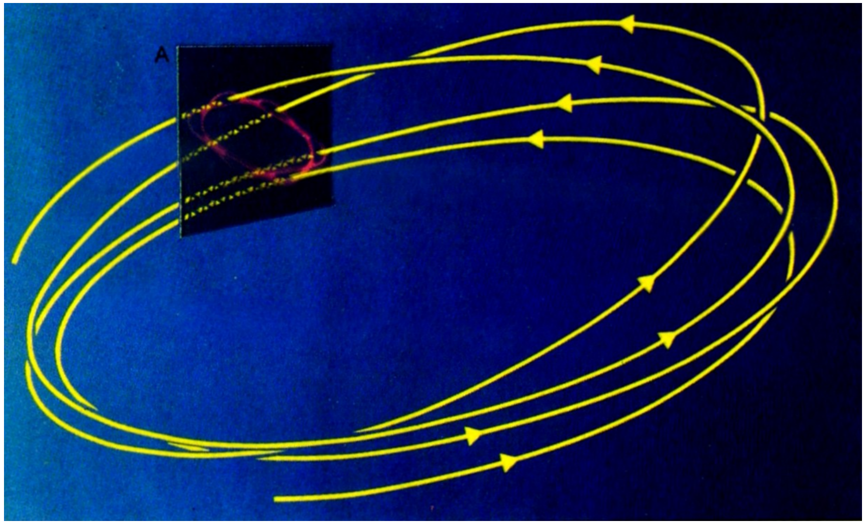
!!!!

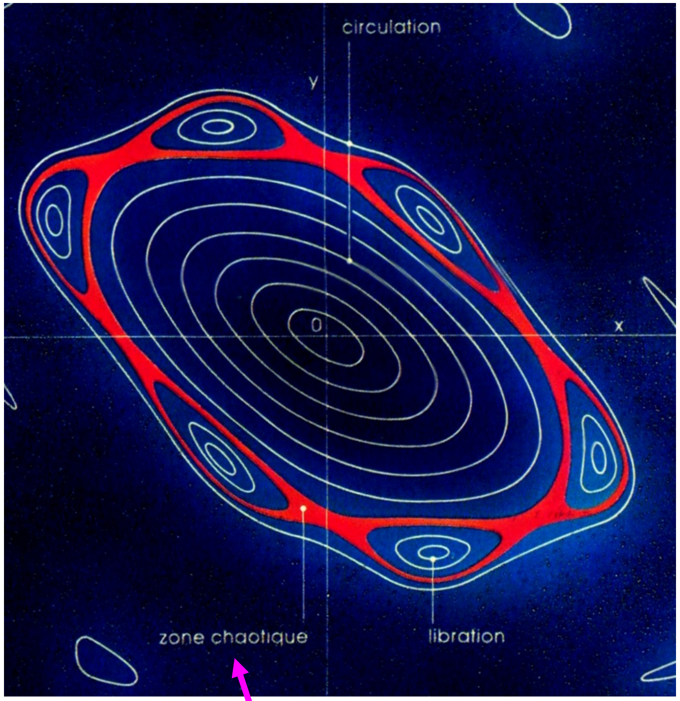


Hypérion (satellite Saturne):
chaos dynamique observé
pour sa rotation propre



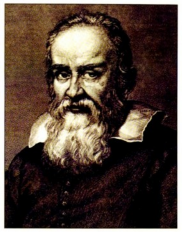
Gros astéroïdes: bouffées d'excentricité, qui les amènent jusque vers l'orbite de Mars...





Orbite de la Terre: l'enveloppe des trajectoires "elliptiques" est "assez stable".
Mais la section de Poincaré montre des zones de chaos dynamique entre deux zones stables...

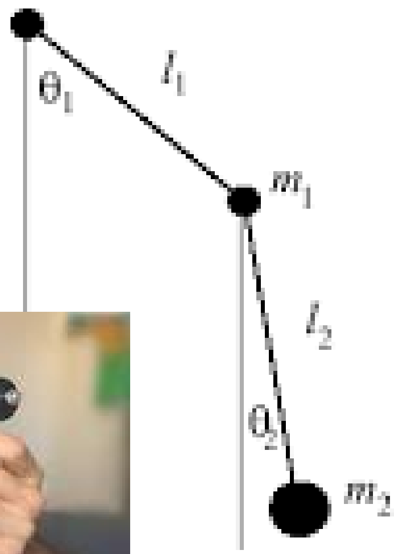
Les planètes, OK, on veut bien…(système à N corps, avec N = beaucoup)

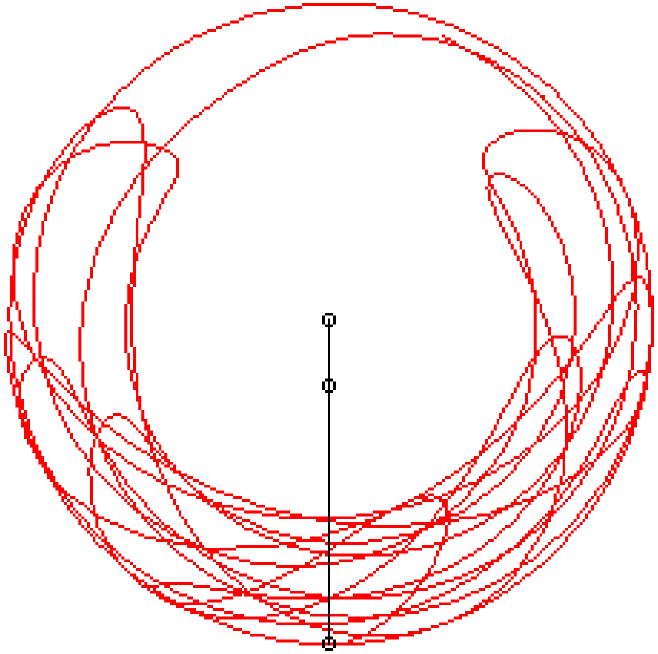


Mais notre bon vieux **pendule de Galilée...**
n'est-il pas l'incarnation de la **régularité** ??

Réponse: **NON !**

Barre rigide + pendule double: apparition du **chaos dynamique** ! ! !





(Taper "**vidéo pendule double**" sur YouTube...)

“Chaos dynamique”, késako ?

Tout système dynamique “un peu trop” sensible aux **conditions initiales** évolue de manière **imprédictible**

Le précurseur absolu:
Henri Poincaré

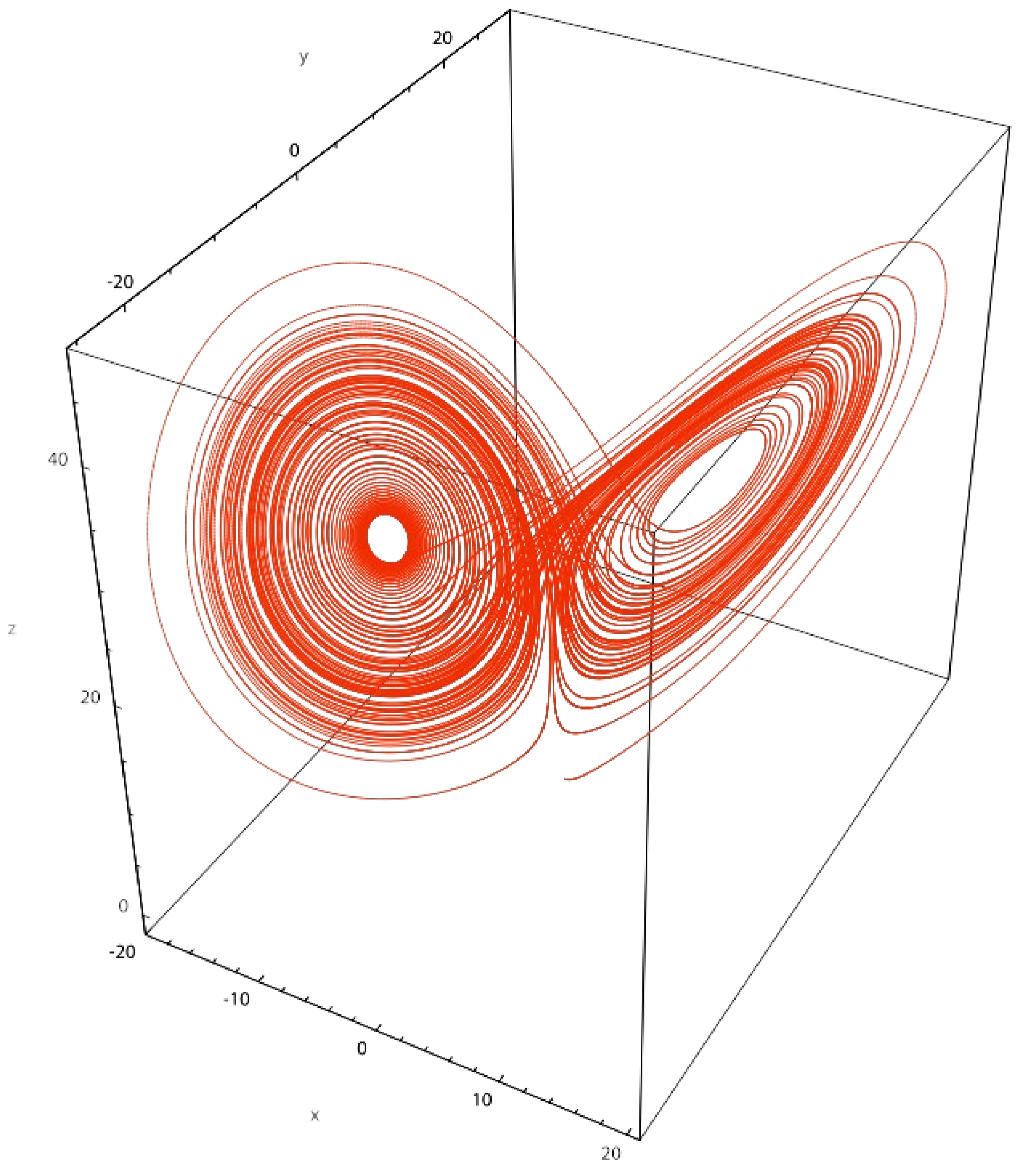
Des exemples ? Quasiment **TOUT** !
billards, astéroïdes, système solaire, pendules (N > 1), climat / atmosphère….

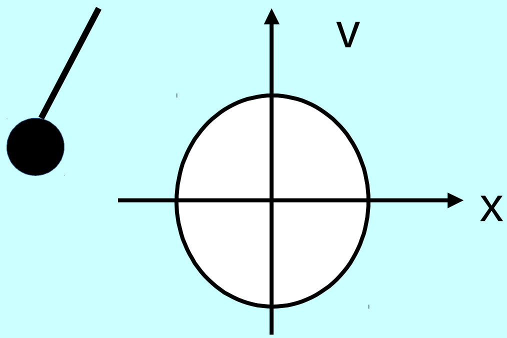
Le travail de Poincaré (*Méth.Nouvelles de la Mécanique Céleste, **1892***) est trop en avance sur son temps → il tombe dans l’oubli...

1972: E.Lorenz (MIT) modélise la **météo** sur ordinateur et découvre l’irruption du chaos dynamique dans les systèmes *non linéaires* très simples (à 3 degrés de liberté)

→ “EFFET PAPILLON”

Attracteur de Lorenz





Espace de phases

(=coordonnées généralisées)

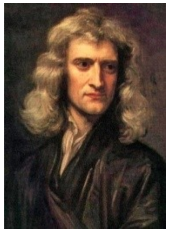
Un système en “chaos dynamique évolue en variations infinitésimales avec “sauts” **imprédictibles** d’un état à un autre

La figure présente deux “ailes” (deux états très distincts) d’où l’appellation à succès (mais très mal interprétée!) d’ ***effet papillon***

Premier bilan

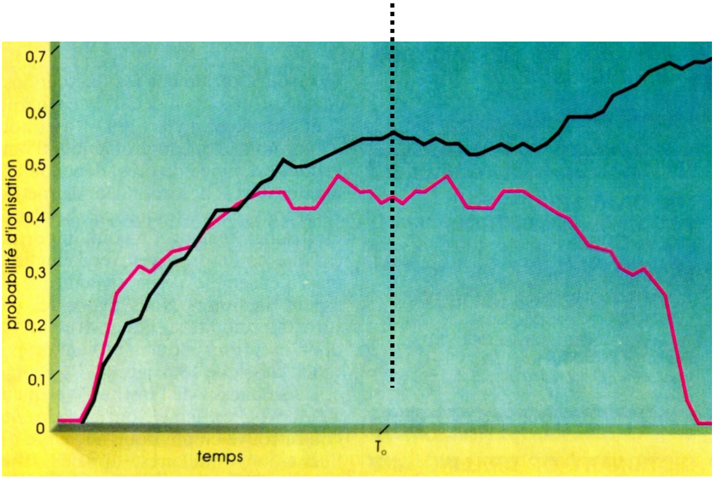
1) Au début, le pendule était simple, joliment ***régulier*** (isochronisme, même si c'est une tautologie !)
Et à la limite ***réversible*** (y compris avec 5 boules…)

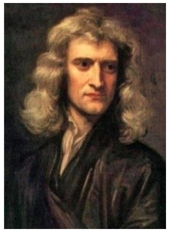
Le pendule = **incarnation** du "temps" façon Newton
majestueux, mathématique, absolu et uniforme...



2) Vers 1880 la Thermodynamique de Boltzmann établit que la **Flèche du Temps** est une pure ***illusion probabiliste***

3) Poincaré: **tous** les systèmes physiques candidats à la "régularité idéale" (pendules, planètes) sont ***instables*** pour des raisons fondamentales.





A l'issue de ces trois chapitres deux ***idéaux*** fondamentaux de la science sont gravement atteints:

1. Universalité (Galilée):

Toute expérience doit être reproductible
a) partout b) à tout instant ultérieur

(translation temporelle)

$t_1 \longrightarrow t_2$

OR: *l'**entropie** croissante et l'histoire non-réversible de notre Univers empêchent la réalisation stricte de ce désir*

2. Calculabilité (Laplace):

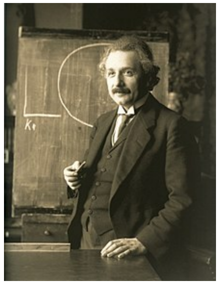
Après Newton, Laplace, Lagrange: fantasme de pur **déterminisme !**
Les équations en "d/dt" impliquent que **tout** est calculable et prédictible (à condition de connaître les conditions initiales).

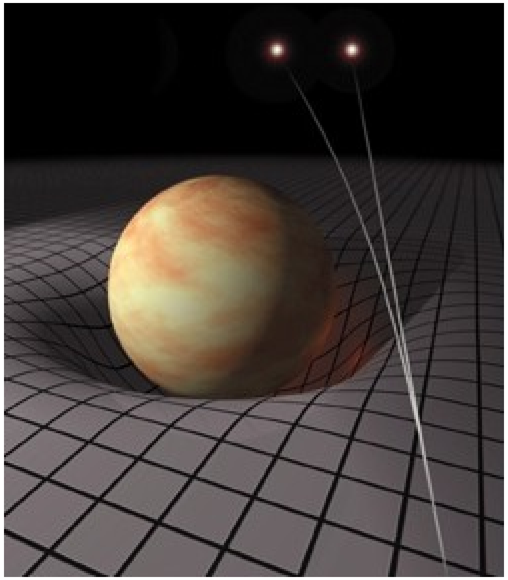
OR: *le **chaos dynamique** de quasiment tous les systèmes connus (planètes, pendules, rythmes cardiaques) met fin à ce rêve*

FIN de l'idéal du déterminisme, sous-jacent à l'idée d'un **temps lisse et uniforme….**

Que reste-t-il du TEMPS DE NEWTON ?

…la suite au prochain épisode...





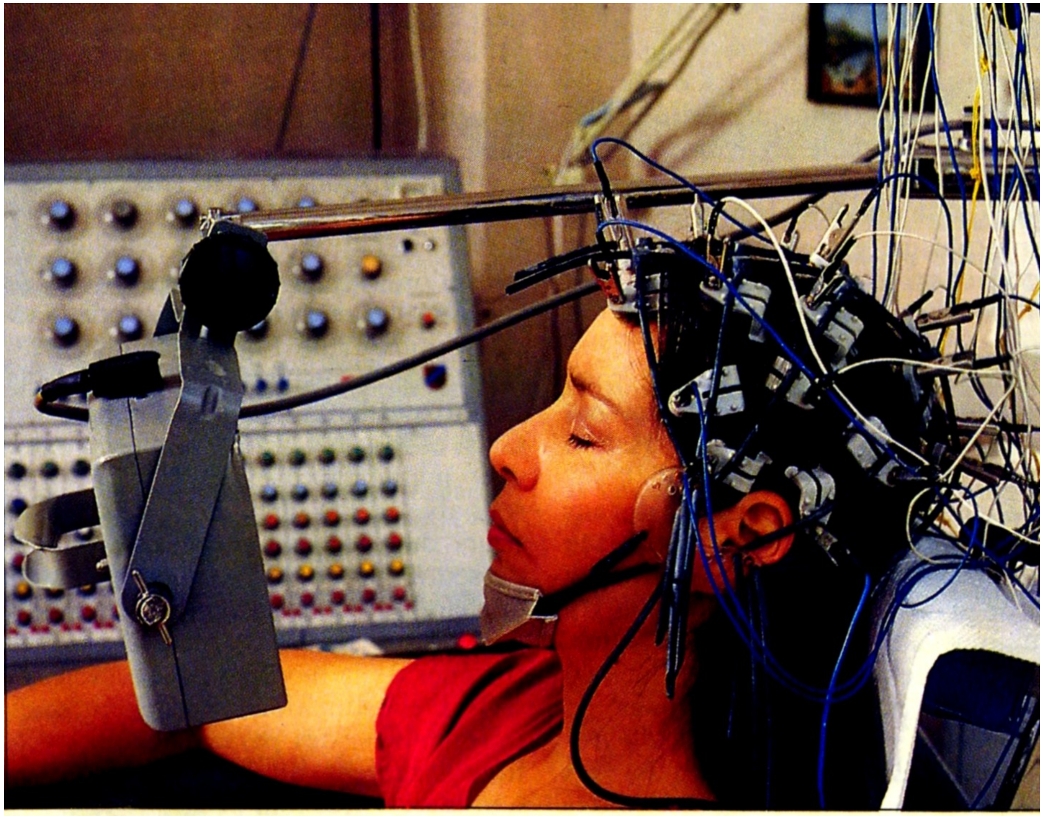
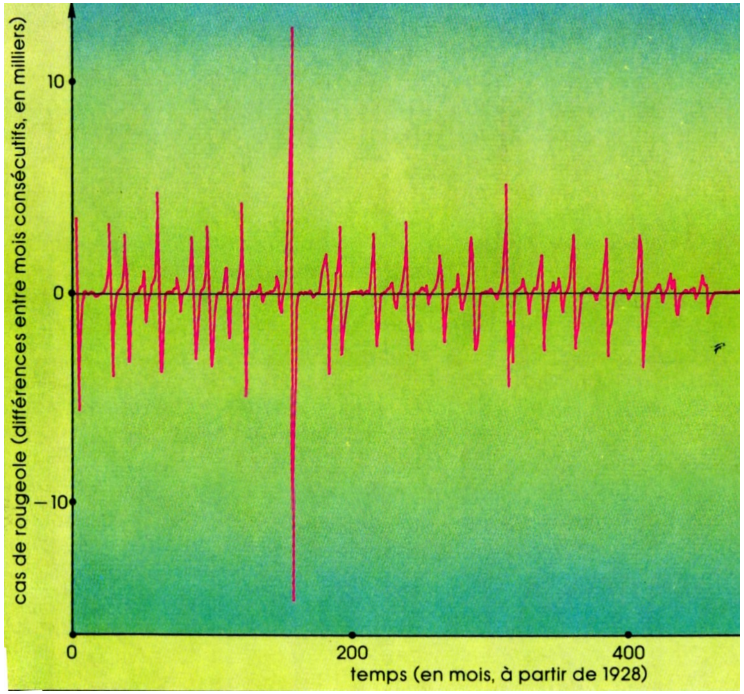
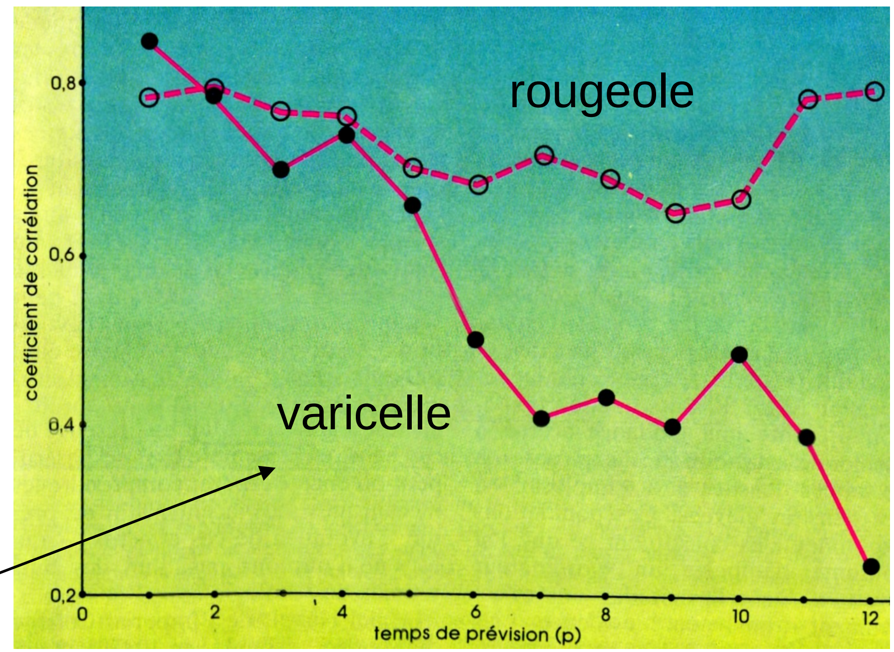


Figure 5. Le chaos déterministe semble être également présent au niveau de l'organisme lui-même. Les électro-cardiogrammes et les électro-encéphalogrammes (A), notamment,

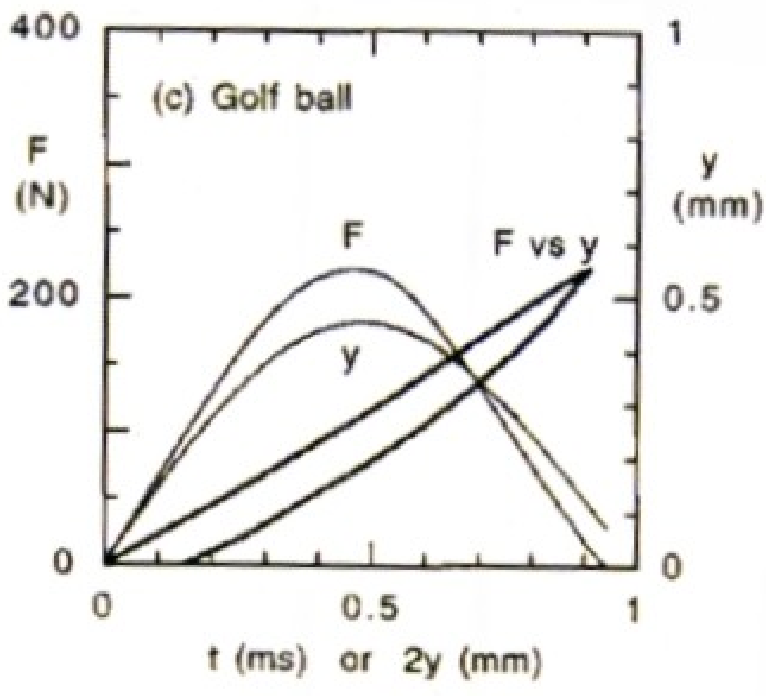
Et dire que Galilée avait utilisé les battements de son **coeur** pour suggérer l'isochronisme du pendule...

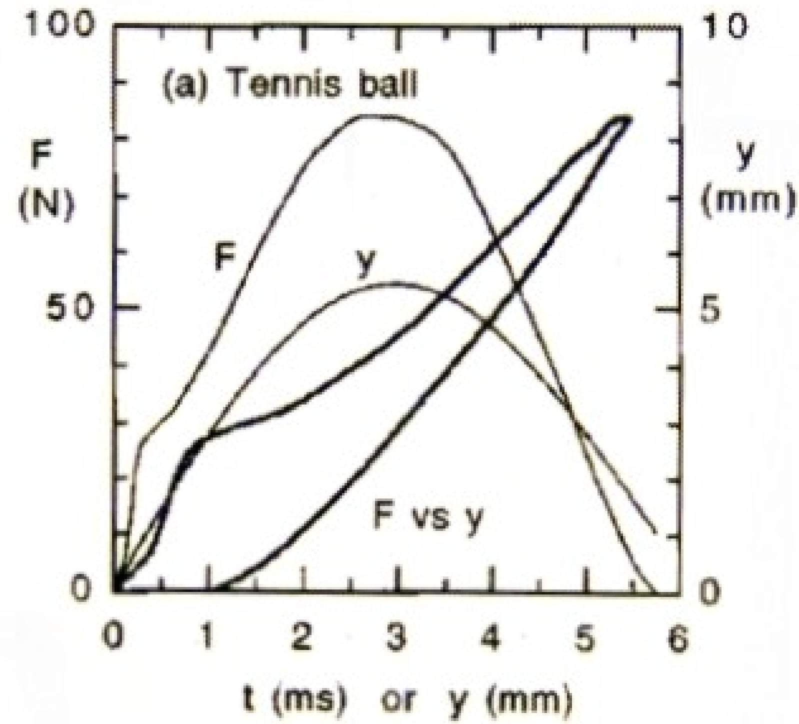


Etude des mécanismes de transmission des maladies infectieuses



Les coefficients d’auto-corrélation montrent du **chaos dynamique** dans certaines épidémies
(→ perte de la capacité de prédiction)





Autres types de matériaux: autres valeurs tout ! (forces, durées, taux de compression…)

Et en prime: un peu d'**HYSTERESIS** !