

Pourquoi $E = Mc^2$?

Yves Schutz

Nous avons donc appris lors des cours précédents quelle était la signification des 3 éléments qui se retrouvent unis, alors que rien ne les y prédisposait, en une équation, à la fois la plus connue et sans doute aussi la plus mal connue des équations de la physique.

Pourquoi $E = Mc^2$?

E comme Energie

Nous savons que le E symbolise l'énergie, la quantité qui se conserve quelque soit le processus de physique mis en jeu, qu'elle ne cesse de se transformer tout en se dégradant perdant progressivement sa capacité à se transformer davantage jusqu'à devenir inutilisable.

Pourquoi $E = Mc^2$?

M comme Masse

Le deuxième partenaire intervenant dans cette équation est la masse symbolisée par la lettre M. Nous avons appris à distinguer masse et poids, nous pensons encore (nous sommes encore au début du 20ème siècle) que, comme l'énergie, elle se conserve, c'est-à-dire que la physique ne sait ni créer de la masse ni la détruire mais seulement la transformer. Nous avons fini le cours en nous demandant d'où pouvait bien venir la masse sachant qu'au niveau de l'infiniment petit, la masse des particules élémentaires formant une particule ne contribue que très peu, à peine 1%, à la masse de la particule composite.

Pourquoi $E = Mc^2$?

c^2 comme ... c^2

Reste le c qui, élevé au carré, assure le lien entre énergie et masse. c est une constante universelle dont la valeur a été fixée une fois pour toute et il se trouve que dans notre univers la vitesse de la lumière est strictement et toujours égale à c . Mais ça nous n'en sommes pas encore certains en ce début du 20^{ème} siècle, le statut de la lumière pose encore question au point de créer une apparente contradiction entre les deux piliers de la physique, la mécanique de Newton et l'électromagnétisme de Maxwell.

Pourquoi $E = Mc^2$?

La rencontre...

Comment ces 3 quantités se trouvent réunies en une seule équation fera l'objet de ce cours mais aussi du suivant. En effet une contextualisation est indispensable pour comprendre la dérivation de l'équation. La présentation du contexte est l'objet du cours du jour.

Principe de relativité

Pour comprendre l'apparente contradiction entre la théorie mécanique de Newton et la théorie électromagnétique de Maxwell, intéressons nous d'abord au principe de relativité.

Le mouvement n'est rien

Galilée, Dialogues concernant les deux plus grands systèmes du monde, 1632

Ce principe a été formulé la première fois par l'incontournable Galilée dans son ouvrage *Dialogues concernant les deux plus grands systèmes du monde*. Il peut se résumer de façon abrupte par cette sentence lapidaire: le mouvement n'est rien. Mais Galilée par la voix de Salviati s'explique :

« Enfermez-vous avec un ami dans la cabine principale à l'intérieur d'un grand bateau et prenez avec vous des mouches, des papillons, et d'autres petits animaux volants. Prenez une grande cuve d'eau avec un poisson dedans, suspendez une bouteille qui se vide goutte à goutte dans un grand récipient en-dessous d'elle. Avec le bateau à l'arrêt, observez soigneusement comment les petits animaux volent à des vitesses égales vers tous les côtés de la cabine. Le poisson nage indifféremment dans toutes les directions, les gouttes tombent dans le récipient en-dessous, et si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'avez pas besoin de le lancer plus fort dans une direction que dans une autre, les distances étant égales, et si vous sautez à pieds joints, vous franchissez des distances égales dans toutes les directions. Lorsque vous aurez observé toutes ces choses soigneusement (bien qu'il n'y ait aucun doute que lorsque le bateau est à l'arrêt, les choses doivent se passer ainsi), faites avancer le bateau à l'allure qui vous plaira, pour autant que la vitesse soit uniforme et ne fluctue pas de part et d'autre. Vous ne verrez pas le moindre changement dans aucun des effets mentionnés et même aucun d'eux ne vous permettra de dire si le bateau est en mouvement ou à l'arrêt ... »

Principe de relativité

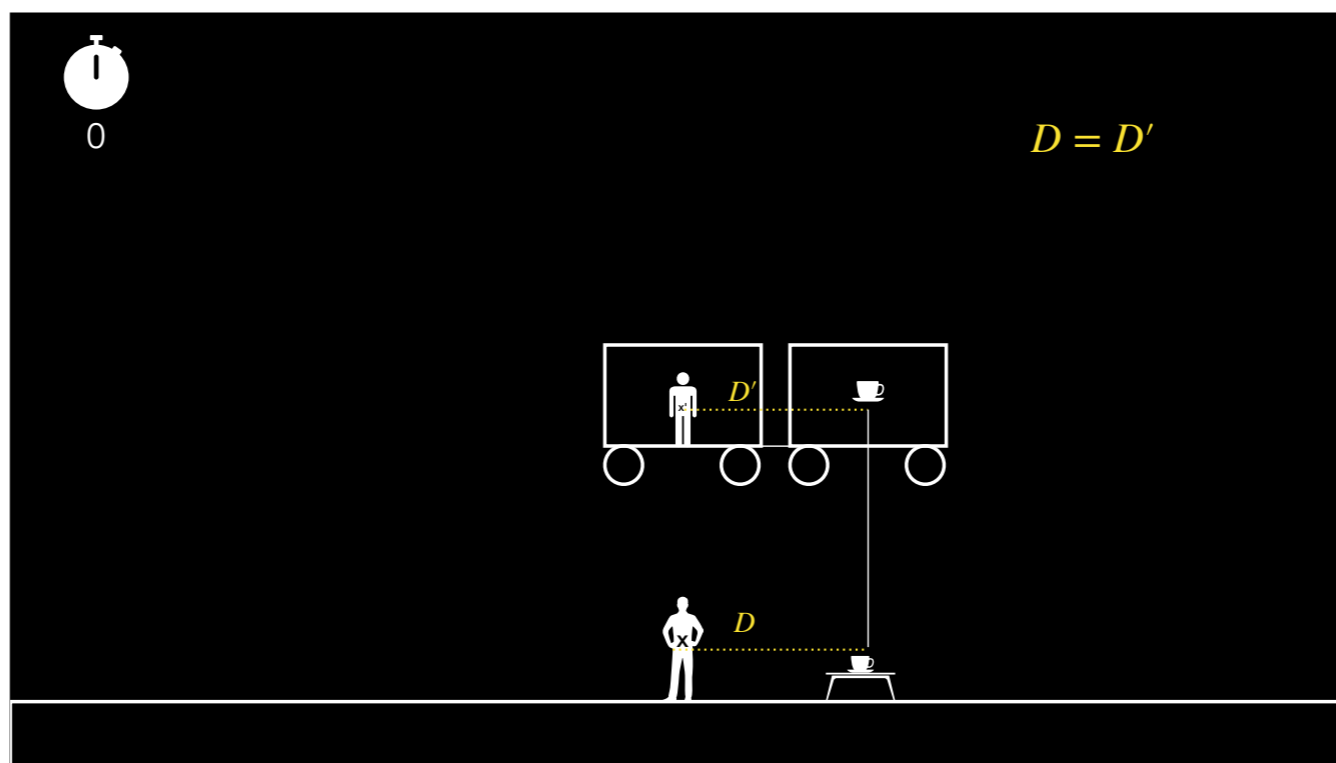
Newton, Principes mathématiques de la philosophie naturelle, 1687

Le principe de la relativité a été énoncé ensuite en 1686 par Newton dans les *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* comme un corollaire de la 3^{ème} loi dite de Newton que l'action est toujours égale et opposée à la réaction : « Les mouvements des corps enfermés dans un espace quelconque sont les mêmes entre eux, que cet espace soit au repos ou qu'il se meuve uniformément en ligne droite sans mouvement circulaire. » (traduction française d'Emilie du Châtelet).

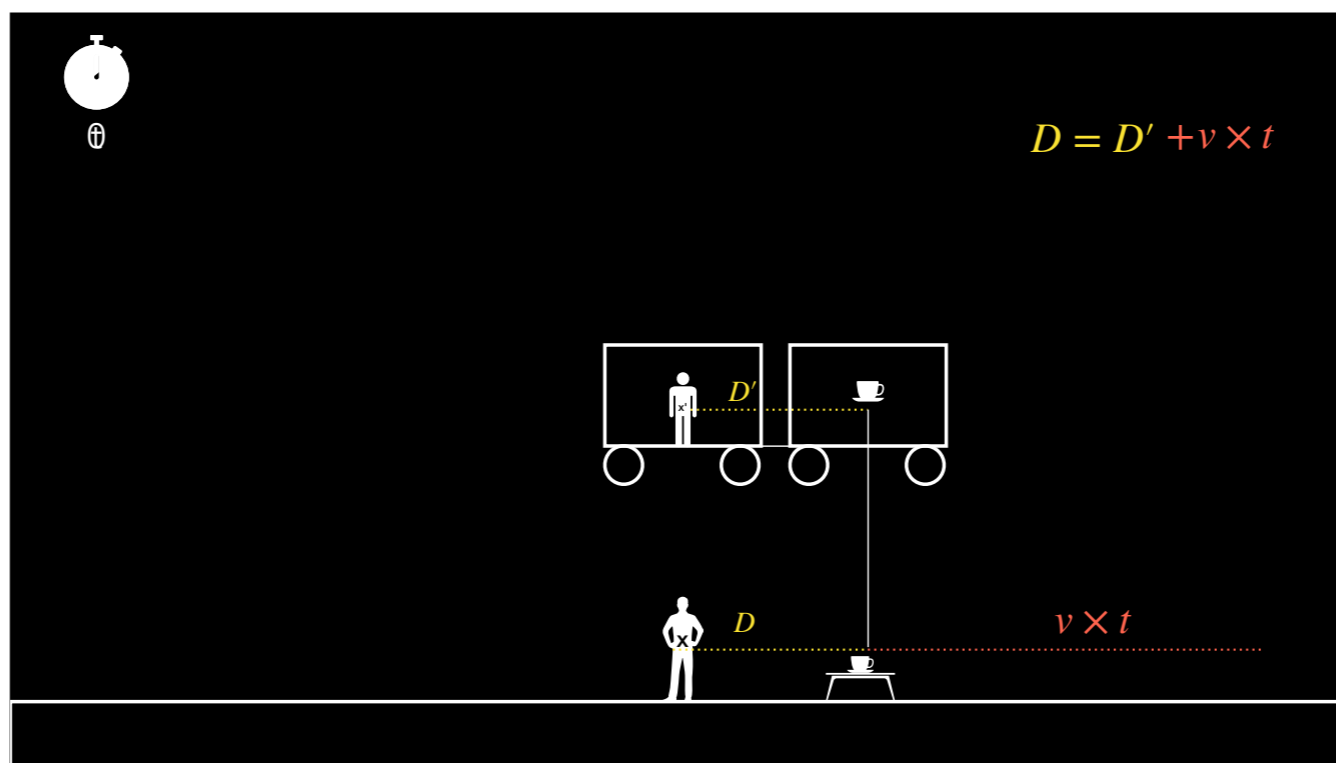
En clair le principe de relativité signifie que quelque soit l'expérience que vous effectuez ou le phénomène que vous observez dans un train (ou une fusée) se déplaçant en ligne droite et à vitesse constante (accélération nulle), vous obtiendrez les mêmes résultats ou observerez la même chose que si le train (ou la fusée) était à l'arrêt ... à condition bien sûr de ne pas regarder par la fenêtre.

En termes plus savants, les lois de la physique sont invariantes par transformation rectiligne uniforme.

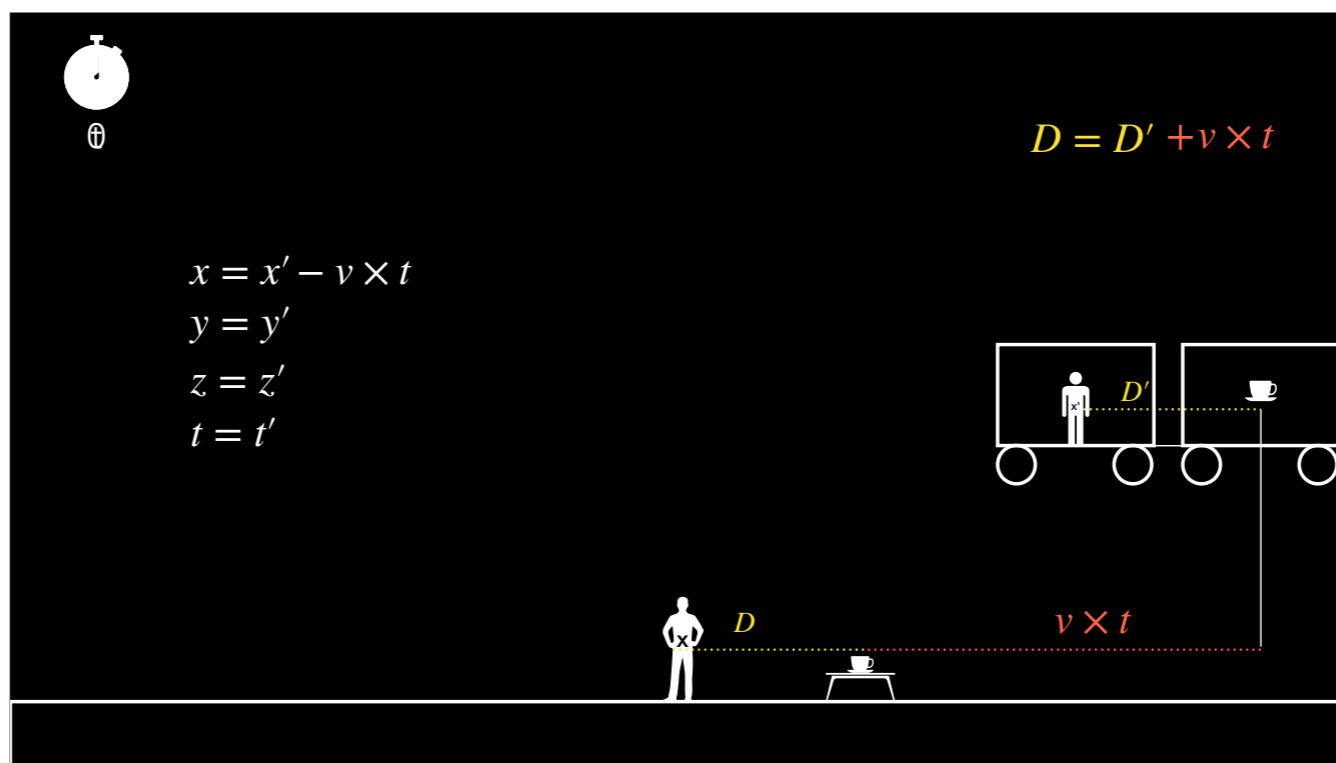
Voyons cela de plus près avec un exemple concret.



Transportons nous dans une gare ferroviaire quelconque avec son chef de gare immobile sur le quai regardant les trains passer. Un train est à quai et à l'intérieur d'un des wagons un passager lui aussi immobile à exactement la même hauteur que le chef de gare. Avant de se rendre au wagon restaurant, il va estimer la distance D' qui le sépare du wagon bar. Le chef de gare lui aussi verra le wagon bar à exactement la même distance horizontale.

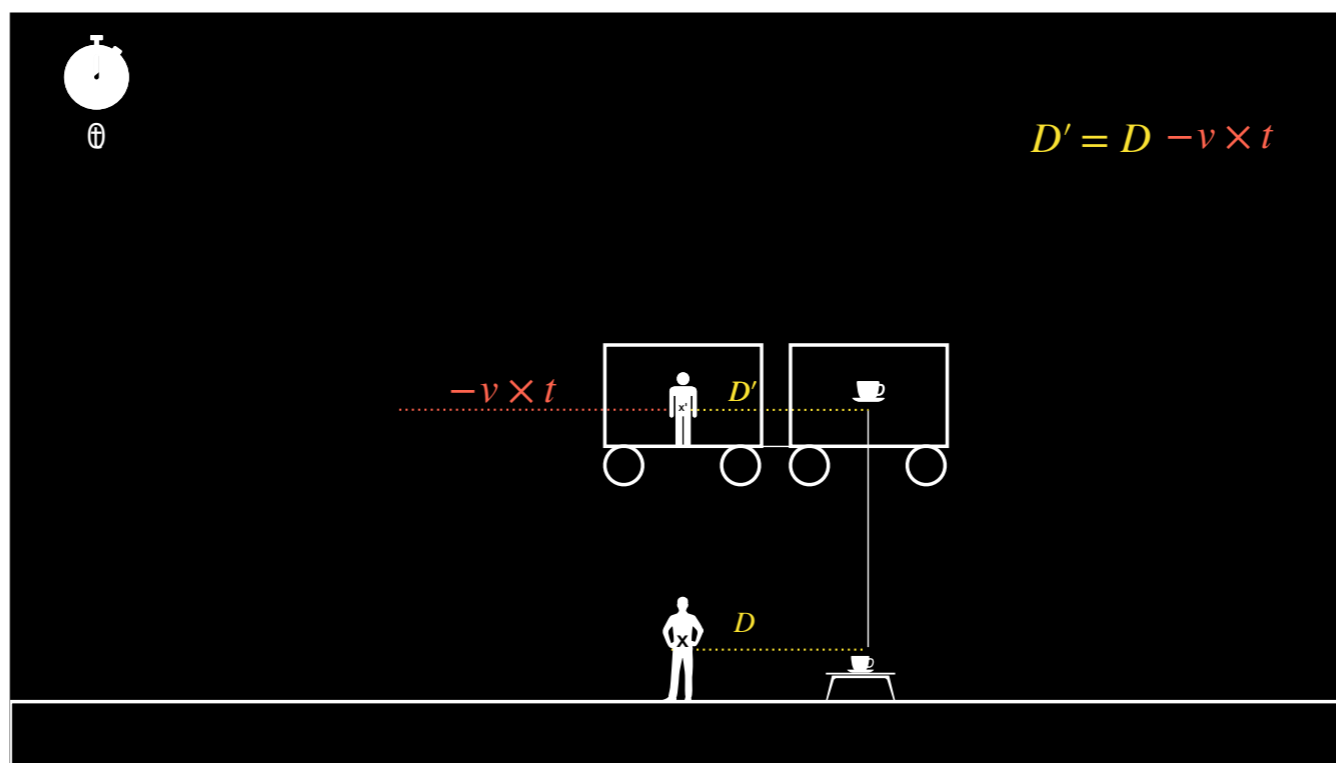


Si maintenant le train est en mouvement et passe devant le chef de gare avec une vitesse constante v , pour le voyageur le wagon bar sera toujours à la même distance D' , mais pour le chef de gare la distance au wagon bar augmentera avec le temps et augmentera d'autant plus vite que la vitesse du train est élevée. Et donc au temps t , il verra le wagon bar à une distance D égale à la distance D' augmentée de la vitesse multipliée par le temps.



De façon plus générale, on repère la position du wagon bar par les 3 coordonnées spatiales et si le train se déplace dans la direction x, les coordonnées du wagon bar vu par le chef de gare (x, y, z) se déduiront des coordonnées du wagon bar vu par le voyageur (x', y', z') de la façon suivante. Notons que nous avons posé t égal t', c'est-à-dire le temps que le chef de gare voit défiler sur sa montre et le même temps que le voyageur voit défiler sur sa montre. Pour Newton, il existe un temps absolu et tout événement dans l'Univers peut se mesurer par rapport à ce temps absolu.

Ceci illustre le point de vue du chef de gare.



Il en va de même selon le point de vue du voyageur, qui immobile dans son wagon verra le chef de gare et sa tasse de café sur le quai s'éloigner en direction inverse de celle de la vitesse du train.

The diagram shows a platform on the left and a train on the right. On the platform, a person stands at a distance D from a table with a cup. On the train, a person stands at a distance D' from a cup. A vertical line connects the platform person to the train person, with a red dashed line labeled $-v \times t$ indicating the displacement of the train. In the top left corner, there is a clock icon and a symbol \oplus . In the top right corner, the equation $D' = D - v \times t$ is written. In the center left, the Galilean transformation equations are listed:

$$\begin{aligned}x &= x' + v \times t \\y &= y' \\z &= z' \\t &= t'\end{aligned}$$

Si nous substituons dans les lois de Newton les coordonnées selon les transformations décrites ci-dessus, nous trouvons que les lois restent inchangées, c'est-à-dire que les lois de Newton ont exactement la même forme pour le chef de gare que pour le voyageur ou dit autrement que le voyageur ne pourra en aucune façon dire si le train est à l'arrêt ou en mouvement en faisant une expérience de mécanique.

Composition des vitesses

$$V = v + V'$$

V vitesse du voyageur vue par le chef de gare
 V' vitesse du voyageur dans le train
 v vitesse du train

A partir de ces transformations on peut aisément retrouver la loi de la composition des vitesses : si le voyageur se rend au wagon bar à une vitesse V' , le chef de gare verra le voyageur se déplacer à la vitesse V' plus la vitesse v du train. Si le wagon bar se trouve vers l'arrière du train, la vitesse du voyageur vue par le chef de gare sera la vitesse du train moins la vitesse V' .

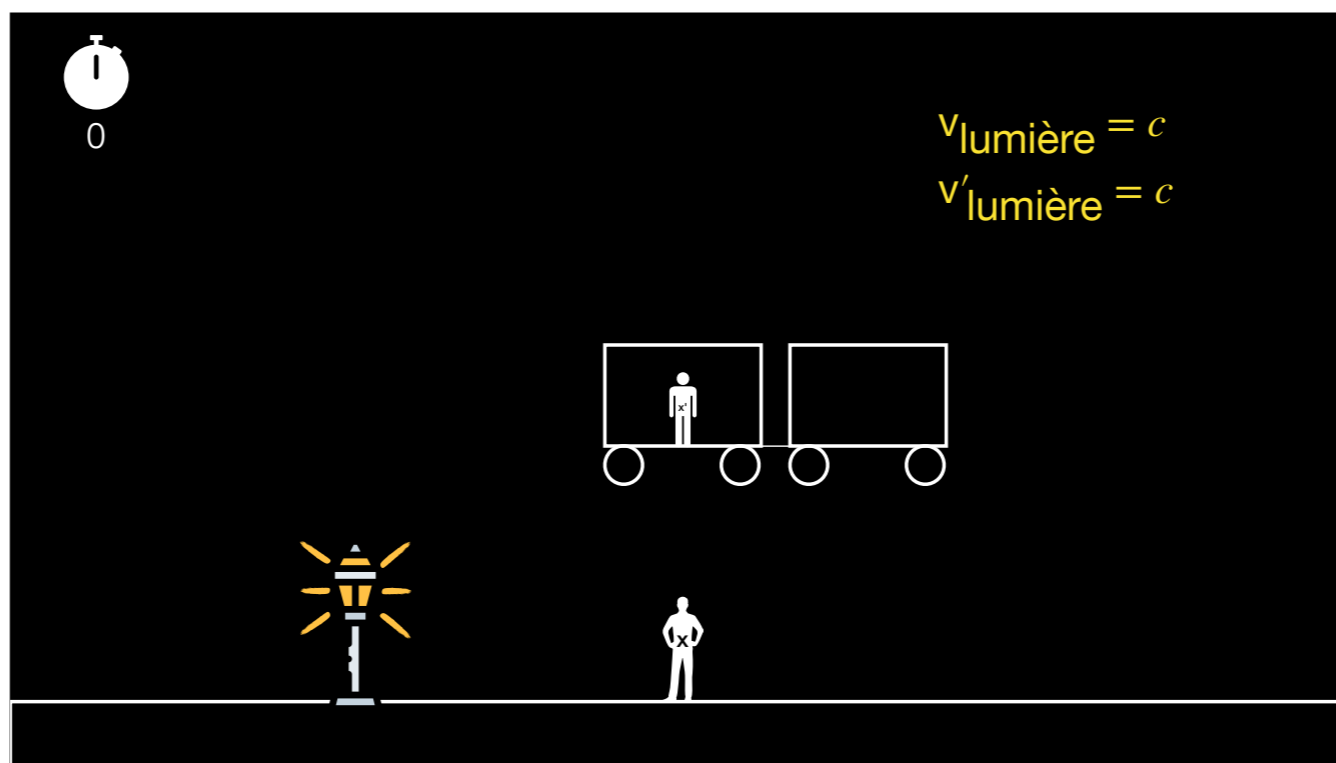
Pour notre vie de tous les jours c'est tout ce dont nous avons besoin ... tant que nous nous déplaçons à la vitesse modérée des trains ou autres moyens de transport usuels.

Newton ✓

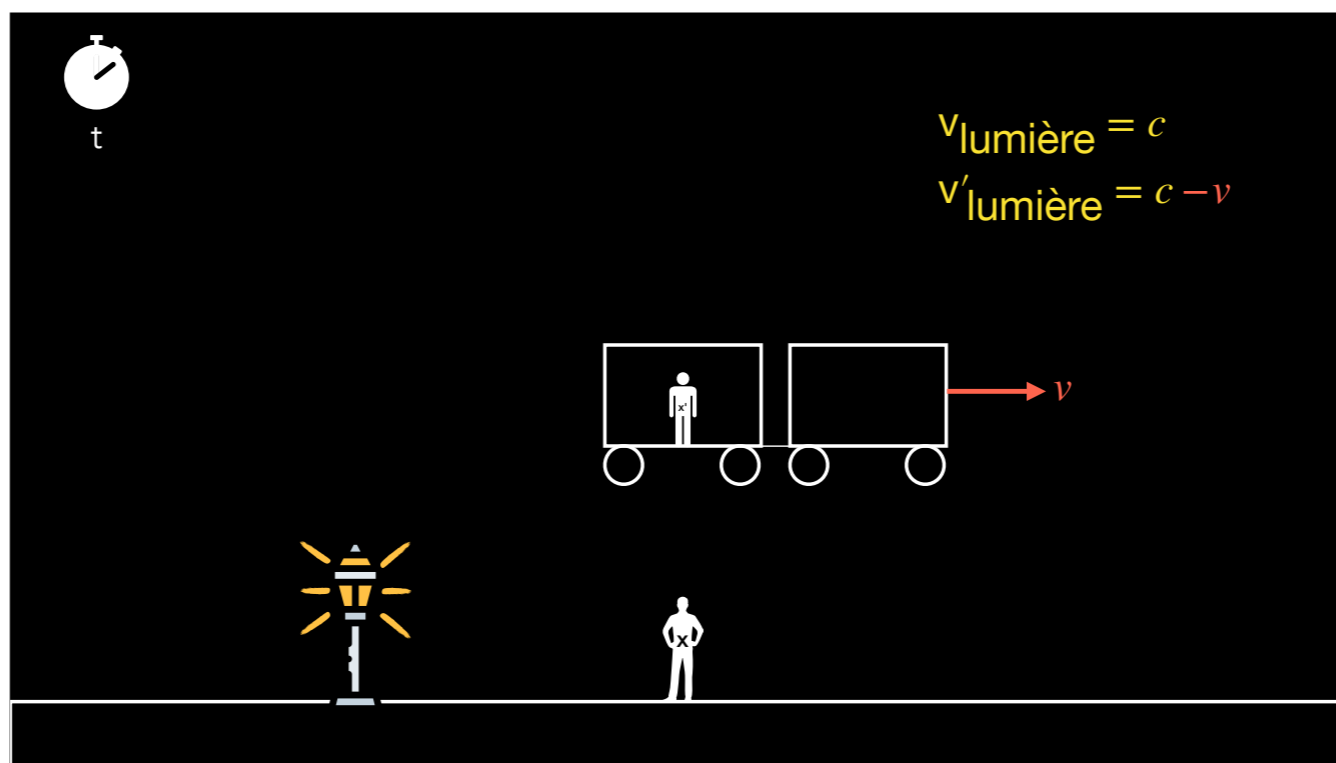
Maxwell ?

Cependant si les lois de la mécanique sont en accord avec le principe de la relativité, il semble qu'il n'en soit pas de même pour les lois de l'électromagnétisme telles qu'elles ont été énoncées par Maxwell.

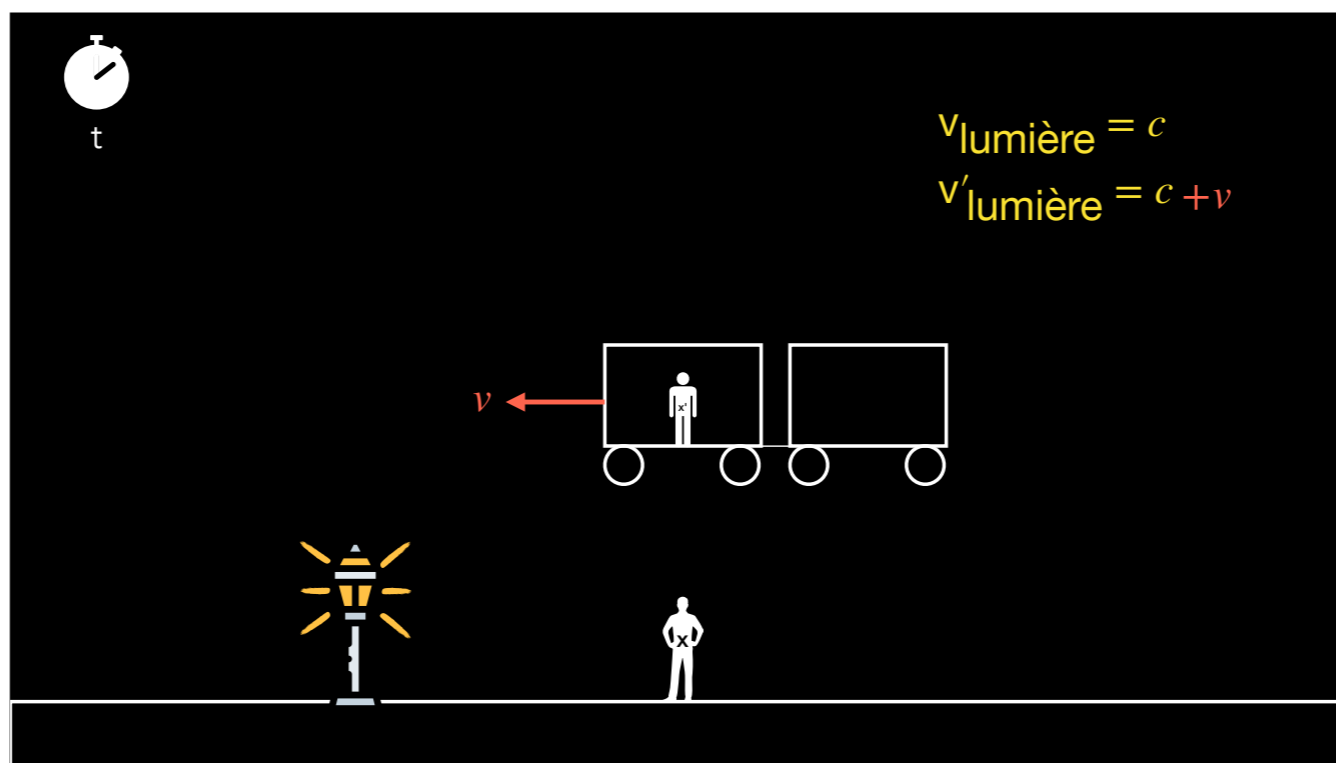
Un bref rappel, si nécessaire, les équations de Maxwell décrivent l'ensemble des phénomènes électriques et magnétiques (Gauss, Ampère, Faraday) sous forme de lois fondamentales de la physique. Elles décrivent en fait les interactions entre le champ électrique, le champ magnétique et la lumière dans un milieu. Une des conséquences de ces équations est qu'une perturbation du champ électromagnétique dans le vide se propage dans l'espace et le temps sous forme d'ondes électromagnétiques et toujours à la même vitesse égale à c , 299.792.458 m/s. La lumière est un cas particulier d'onde électromagnétique.



Retournons à la gare ferroviaire, et observons la lumière émise par un lampadaire sur le quai. Le chef de gare et le voyageur, le train étant à l'arrêt, verront tous les deux la lumière du lampadaire passer à la vitesse c .



Si maintenant le train est en mouvement avec une vitesse v , et si nous appliquons la loi de composition des vitesses de Galilée/Newton, le voyageur devrait voir passer la lumière à la vitesse c moins v , la vitesse du train.



Si maintenant le train est en mouvement avec une vitesse v , et si nous appliquons la loi de composition des vitesses de Galilée/Newton, le voyageur devrait voir passer la lumière à la vitesse c moins v , la vitesse du train.

Michelson & Morley : vitesse de la Terre dans l'éther imperceptible !

Ceci implique qu'en mesurant la vitesse de la lumière dans un système en mouvement (rectiligne et uniforme), il devrait être possible de déterminer la vitesse du dit système (c'est le principe de la mesure de Michelson et Morley pour déterminer la vitesse de la Terre par rapport à l'éther luminifère) ou encore qu'en faisant des expériences d'électricité ou de magnétisme il serait possible de dire si on est en mouvement ou non. Cette conséquence est en contradiction avec le « mouvement n'est rien » de Galilée.

Nous sommes ainsi confrontés à une contradiction entre le principe de relativité et la théorie de l'électromagnétisme, situation troublante puisque d'un côté le principe de relativité et la mécanique de Newton font très bon ménage et d'un autre côté la théorie de l'électromagnétisme fonctionne parfaitement pour l'optique et l'électromagnétisme en général.

La question est donc de savoir ce qui ne marche pas avec les équations de la physique.



Les personnages clés qui vont contribuer à résoudre cette énigme sont le néerlandais Hendrik Lorentz, le français Henri Poincaré et le suisse (naturalisé en 1902) Albert Einstein qui se sont trouvés réunis lors du premier congrès de Solvay en 1911 avec pour thématique « Radiation et quanta ».

$$x' = x - v \times t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

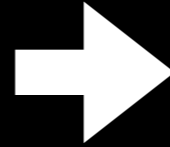
$$t' = t$$

Ainsi donc, il semblerait que les équations de Maxwell n'obéissent pas au principe de relativité, c'est-à-dire que la forme des équations changent si on effectue le changement de coordonnées ci-dessus ou autrement dit les phénomènes optiques et électriques observés dans le train en marche seraient différents des mêmes phénomènes observés à partir du quai.

Lorsqu'on se rendit compte de cette contradiction vers la fin du 19^{ème} siècle, la première réaction fut d'accuser les équations de Maxwell d'être incorrectes, un péché de jeunesse de ces toutes récentes équations. Cependant il apparut vite impossible de les modifier pour respecter le principe de relativité tout en respectant leur accord avec les phénomènes de la Nature.

L'autre démarche consista à ne pas toucher aux équations de Maxwell mais de modifier les règles de transformation pour passer du quai de la gare au train en mouvement. L'approche fut d'abord purement mathématique : quelles transformations permettent de garder intacte la forme des équations ?

$$\begin{aligned}x' &= x - v \times t \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$



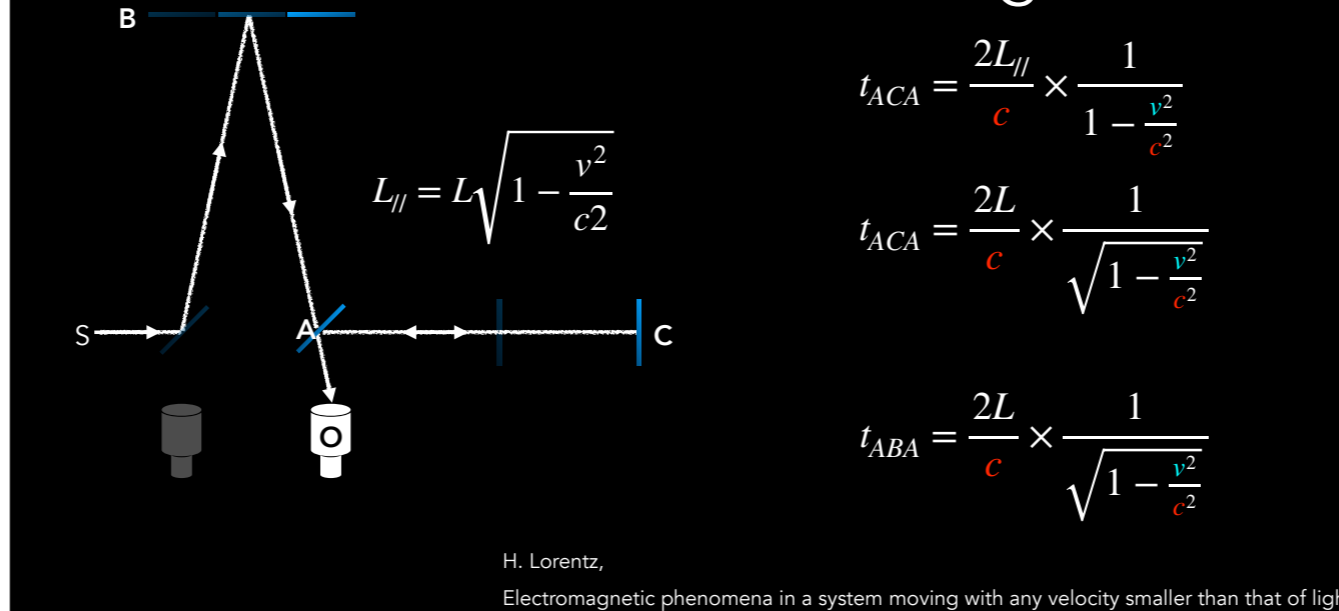
$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - v \times t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - x \times v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\end{aligned}$$

H. Lorentz, Théorie électromagnétique de Maxwell et son application, 1892

Après un temps de tâtonnement et d'errements, le physicien néerlandais Hendrik Lorentz (prix Nobel 1902) proposa la solution ci-dessus. Ne soyez pas effrayés par l'apparente complexité de cette nouvelle transformation, remarquez simplement qu'à la vitesse v du train, même du TGV à 300km/h, très petite par rapport à la vitesse de la lumière, nous retrouvons les transformations classiques de Newton. Nous commencerons à sentir une infime différence dans un satellite autour de la Terre (30.000 km/h, 8 km/s, dixième de nanomètre).

Avec ces nouvelles règles de changement de référentiel galiléen, les équations de la physique sont préservées. Pour Lorentz ces transformations ne sont que des outils mathématiques sans signification particulière. Vous avez également noté que le temps est également modifié, ce qui est nouveau. Lorentz introduit ainsi le concept de temps local qui n'a pour lui d'autres signification que mathématique.

Contraction des longueurs



Continuant sur sa lancée, Lorentz trouve, quelques années plus tard, en 1904, une explication du résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley. Pour rappel l'expérience de Michelson Morley devait mesurer une différence du temps de parcours de la lumière entre le chemin SBA et SAC, différence de temps qui n'a pas été observée.

En suivant les règles de transformation formulées précédemment, Lorentz calcule que les « dimensions des corps solides sont légèrement modifiées du fait de leur mouvement dans l'éther ». Seule la longueur dans la direction du mouvement est modifiée selon la relation où L est la longueur mesurée au repos et $L_{//}$ la longueur mesurée lorsque le système est en mouvement. Le mouvement contracte les longueurs.

Ainsi si le mouvement raccourcit les distances de l'appareillage de Michelson-Morley et ce uniquement dans le sens du mouvement et comme la vitesse de la lumière est modifiée par la vitesse de la Terre, les deux effets conspirent pour donner une égalité parfaite entre le temps de parcours de la lumière dans les directions verticales et horizontales, et, par conséquent aucun déplacement des franges d'interférence ne peut être observé.

Avons-nous ainsi une solution ad hoc inventée pour résoudre l'énigme du résultat de l'expérience de Michelson ou bien la Nature a-t-elle inventée un nouveau phénomène qui nous empêche de mesurer la vitesse de la Terre relative à l'éther ?

Il est à remarquer que Lorentz considère que la contraction des longueurs est réelle (et pas simplement la mesure qui dépend du référentiel dans lequel se fait la mesure), qu'il suppose encore l'existence de l'éther, seul référentiel absolu dans lequel les équations de Maxwell sont applicables.

1902

Henri Poincaré

H. Poincaré, La science et l'hypothèse, 1902

Le mathématicien, physicien théoricien et philosophe français, Henri Poincaré, va continuer sur la lancée de Lorentz et va faire un pas supplémentaire vers la révolution relativiste de Einstein.

D'abord quelques mots sur Poincaré dont la popularité a été injustement gommée au profit de celle d'Einstein. Considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps, il est sans doute l'un des derniers grands esprits qui maîtrisait au 19^{ème} siècle la totalité des disciplines des mathématiques. Et pourtant au baccalauréat en sciences, il avait obtenu la note zéro en composition mathématiques ! Il se rattrapera à l'oral, suit les cours des classes préparatoires, remportera par deux fois le concours général de mathématiques, entrera major à Polytechnique, en sortira deuxième, intégrera l'Ecole des Mines de Paris, obtiendra le doctorat ès sciences mathématiques de l'Université de Paris ... pour son vingt-cinquième anniversaire!

1902

Henri Poincaré

H. Poincaré, La science et l'hypothèse, 1902

Ses principales contributions s'inscriront dans le domaine des sciences mathématiques, mais il est aussi considéré comme le précurseur de la relativité restreinte que développera Einstein. Il publie en 1902 *La science et l'hypothèse* un ouvrage plus philosophique que purement scientifique, où il discute la méthode scientifique et le rôle de l'hypothèse, forcément non démontrée ne s'appuyant pas forcément sur une certitude expérimentale, souvent le fruit d'une intuition et nécessaire au progrès de la science.

Il note que l'hypothèse fondamentale de Newton de l'existence d'un espace et d'un temps absolu était une étape nécessaire pour formuler les lois de la mécanique mais cette hypothèse doit rester une hypothèse et non une condition qui s'impose à la mécanique :

"Ainsi l'espace absolu, le temps absolu, la géométrie même ne sont pas des conditions qui s'imposent à la mécanique ; toutes ces choses ne préexistent pas plus à la mécanique que la langue française ne préexiste logiquement aux vérités que l'on exprime en français. »

Il conçoit ce-disant que l'existence d'un espace absolu et d'un temps absolu peut être remise en question ... ce que fera Einstein, qui a lu l'ouvrage avec grand intérêt, quelques années plus tard.

A effacer

Isaac Newton croyait à la réalité « substantielle » de l'espace et du temps. Selon lui, l'espace et le temps sont chacun une substance particulière, ce qui signifie qu'ils pourraient exister même si rien d'autre qu'eux n'existait. L'espace au sens de Newton constitue donc une sorte d'arène autonome et absolue, existant par elle-même préalablement aux objets, mais capable de les accueillir en son sein : "L'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure toujours similaire et immobile [1] ."

Leibniz contestait cette thèse, affirmant que l'espace n'a pas d'existence réelle en dehors des objets qu'il permet de relier. Il serait en somme secondaire par rapport aux choses matérielles : selon Leibniz, le monde est d'abord constitué d'objets physiques, sans qu'on puisse prétendre aussitôt que ceux-ci sont dans l'espace. L'espace ne

les précède pas et ne se suffit plus à lui-même. Il n'apparaît que secondairement aux objets pour exprimer leurs relations de contiguïté.

Espace et temps absolus Newton vs Leibnitz

H. Poincaré, La science et l'hypothèse, 1902

Isaac Newton croyait à la réalité « substantielle » de l'espace et du temps. Selon lui, l'espace et le temps sont chacun une substance particulière, ce qui signifie qu'ils pourraient exister même si rien d'autre qu'eux n'existait. L'espace au sens de Newton constitue donc une sorte d'arène autonome et absolue, existant par elle-même préalablement aux objets, mais capable de les accueillir en son sein : "L'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure toujours similaire et immobile ."

Leibniz contestait cette thèse, affirmant que l'espace n'a pas d'existence réelle en dehors des objets qu'il permet de relier. Il serait en somme secondaire par rapport aux choses matérielles : selon Leibniz, le monde est d'abord constitué d'objets physiques, sans qu'on puisse prétendre aussitôt que ceux-ci sont dans l'espace. L'espace ne les précède pas et ne se suffit plus à lui-même. Il n'apparaît que secondairement aux objets pour exprimer leurs relations de contiguïté.

5 juin 1905

Henri Poincaré
Sur la dynamique de l'électron, 1905 et 1906

Le 5 juin 1905, Poincaré présente une note à L'Académie des Sciences intitulée *Sur la dynamique de l'électron*. Il reprend les conclusions de Lorentz, à savoir :

1905

- Transformations de Lorentz

H. Poincaré, Sur la dynamique de l'électron, 1905 et 1906

1. Les équation du champ électromagnétique ne sont pas altérées par les transformations de Lorentz (c'est Poincaré qui donnera ce nom aux transformations proposées par Lorentz).

1905

- Transformations de Lorentz
- Impossibilité de mesurer le mouvement absolu

H. Poincaré, Sur la dynamique de l'électron, 1905 et 1906

2. Il démontre rigoureusement la contraction de tous les corps dans le sens du mouvement et l'impossibilité de mesurer la vitesse de la Terre par rapport à l'éther qu'il généralise en l'impossibilité de mesurer le mouvement absolu et érige cette impossibilité en loi de la Nature

- Transformations de Lorentz
- Impossibilité de mesurer le mouvement absolu
- Les forces et le mouvement

3. Il adopte l'hypothèse de Lorentz que « toutes les forces, quelle qu'en soit l'origine, sont affectées, par une translation, de la même manière que les forces électromagnétiques. » Il examine ensuite quelles sont les conséquences pour l'autre force connue à l'époque : la gravitation. Il suppose que « la propagation de la gravité n'est pas instantanée mais se fait à la vitesse de la lumière » et il introduit le concept d' « onde gravifique ». Il note cependant que les observations astronomiques ne sont pas suffisamment précises pour détecter les divergences d'avec la gravitation de Newton.
- « Était-il possible de trouver une loi, qui satisfît à la condition imposée par Lorentz, et qui en même temps se réduisît à la loi de Newton toutes les fois que les vitesses des astres sont assez petites pour qu'on puisse négliger leurs carrés (ainsi que le produit des accélérations par les distances) devant le carré de la vitesse de la Lumière ? »
- À cette question, ainsi qu'on le verra plus loin, on doit répondre affirmativement.

1905

- Transformations de Lorentz
- Impossibilité de mesurer le mouvement absolu
- Les forces et le mouvement
- L' Ether

H. Poincaré, Sur la dynamique de l'électron, 1905 et 1906

Cependant il n'abandonne ni l'idée d'éther, ni l'idée d'un temps absolu. Pourquoi ? Pour la plupart des scientifiques, un phénomène ondulatoire devait être nécessairement porté par un milieu et le phénomène ondulatoire fait vibrer ce milieu qui porte l'onde.

L'idée de l'éther est en totale contradiction avec le principe de relativité énoncé par Galilée et Newton et qui marche si bien pour tous les phénomènes mécaniques. En effet cet éther dans la propriété principale est d'être absolument immobile ce qui ne peut pas se concevoir selon le principe de relativité, car il serait possible de faire une expérience de physique (mesurer votre vitesse par rapport à l'éther par exemple) qui vous indiquerait votre état de mouvement. Le fait que l'interprétation ondulatoire de l'électromagnétisme introduise un éther absolument immobile avait troublé le jeune Einstein. Il proposera une solution en 1905.

30 juin 1905

Albert Einstein

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Le 30 juin 1905, Albert Einstein envoie un article intitulé, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper, De l'électrodynamique des corps en mouvement*, à la revue Annalen der Physik, la revue la plus prestigieuse des revues scientifiques allemandes. Dans l'article il pose le principe de la relativité, qui deviendra plus tard, pour le distinguer de la relativité générale, le principe de relativité restreinte.

Albert Einstein alors âgé de 26 ans, est encore un parfait inconnu du monde académique et universitaire, il occupe un modeste poste d'expert technique de 3ème classe à l'Office Fédéral de la Propriété Intellectuelle (Office des brevets) à Berne. Il est en particulier chargé des brevets électromagnétiques, les projets d'appareils électriques et électromagnétiques proposés par les ingénieurs se faisant de plus en plus nombreux. Son rôle consiste à examiner la pertinence et la rigueur scientifique des dossiers soumis, tâche qui exige sagacité et solide culture scientifique ce dont Einstein ne manque pas. Un des défis posé à l'époque était la technique de synchronisation à distance des horloges (Pb des horaires des trains par exemple, raison militaires et raisons politiques, unité de la nation). Par exemple à Genève 3 horloges : celle du centre donne l'heure moyenne de Genève, celle de gauche l'heure de Paris (horaire du train Paris-Lyon_Méditerranée) et celle de droite l'heure de Berne qui avançait de 5 minutes.

Un peu plus tôt dans l'année il avait néanmoins déjà publié deux articles dans les Annalen der Physik dont l'éditeur pour la physique théorique était Max Planck, l'article dit de l'effet photoélectrique avec lequel Planck était en désaccord mais publia quand même et l'article dit du mouvement Brownien (voir mon cours d'il y a deux ans). Cette fois-ci Planck est enthousiaste.

1905

Incompatibilité entre relativité et EM

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Einstein part du constat que

1. l'électromagnétisme et la relativité sont incompatibles et
2. de l'impossibilité de déterminer le mouvement de la Terre dans l'éther luminifère

pour statuer que le repos absolu ne peut pas exister.

Il énonce ensuite deux postulats :

1905

1. Principe de relativité

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

1. Le premier qu'il appelle le principe de relativité : « dans tous les systèmes de coordonnées où les équations de la mécanique sont vraies, les équations électromagnétique et optique sont également vraies. » ... voir Poincaré !

1. Principe de relativité

2. Invariance de la vitesse de la lumière

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

2. Le premier postulat implique que la vitesse de la lumière mesurée dans n'importe quel référentiel d'inertie est toujours la même. D'où le deuxième postulat qui énonce l'invariance de la vitesse de la lumière : « la lumière se propage dans l'espace vide à une vitesse V indépendante de l'état de mouvement du corps émetteur ». La vitesse change bien sûr en fonction du milieu qu'elle traverse mais elle ne change pas, elle est invariante, avec le mouvement de la source de la lumière. La vitesse de la lumière émise par les phares d'une voiture est la même que la voiture soit à l'arrêt ou qu'elle se dirige vers vous quelque soit sa vitesse. La vitesse de la source n'a pas d'effet sur la vitesse de la lumière. Ou inversement, il est impossible de dire si l'on est en mouvement ou non en mesurant la vitesse de la lumière. Ceci remet en question le principe de composition des vitesses de Galilée... pour la lumière. Conséquence on ne peut pas chevaucher un rayon lumineux c'est-à-dire se positionner dans un repère où la lumière serait au repos, puisque la vitesse de la lumière est toujours égale à la vitesse de la lumière. Il n'y a pas de repos possible pour la lumière.

La Nature impose ainsi une limitation de vitesse que rien ne peut dépasser, de plus cette vitesse est invariante c'est-à-dire qui est la même pour tous les observateurs quel que soit leur propre mouvement (nous appelons cette vitesse la « vitesse de la lumière dans le vide » parce que les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à cette vitesse et même si ce n'était pas le cas nous aurions toujours une vitesse invariante imposée par la relativité).

1905

Abolition de l'éther, du temps et de l'espace absolus

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Ainsi en quelques pages, en posant le principe de la relativité, Einstein abolit l'espace et le temps absolu, décrète l'invariance de la vitesse de la lumière et efface l'éther.

S'appuyant sur ces deux postulats, il construit un environnement (espace-temps) dans lequel les lois de l'électromagnétisme (des corps au repos) s'applique également aux corps en mouvement.

Pour cela il est nécessaire d'abandonner le concept d'espace absolu, c'était déjà acquis avec les transformations de Lorentz, mais aussi de temps absolu, le temps devenant local (temps propre) et définitivement indissociable de l'espace. Le temps du chef de gare n'est pas le même que celui du voyageur dans le train en mouvement.

Dilatation du temps

$$\Delta t = \Delta t' \times \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

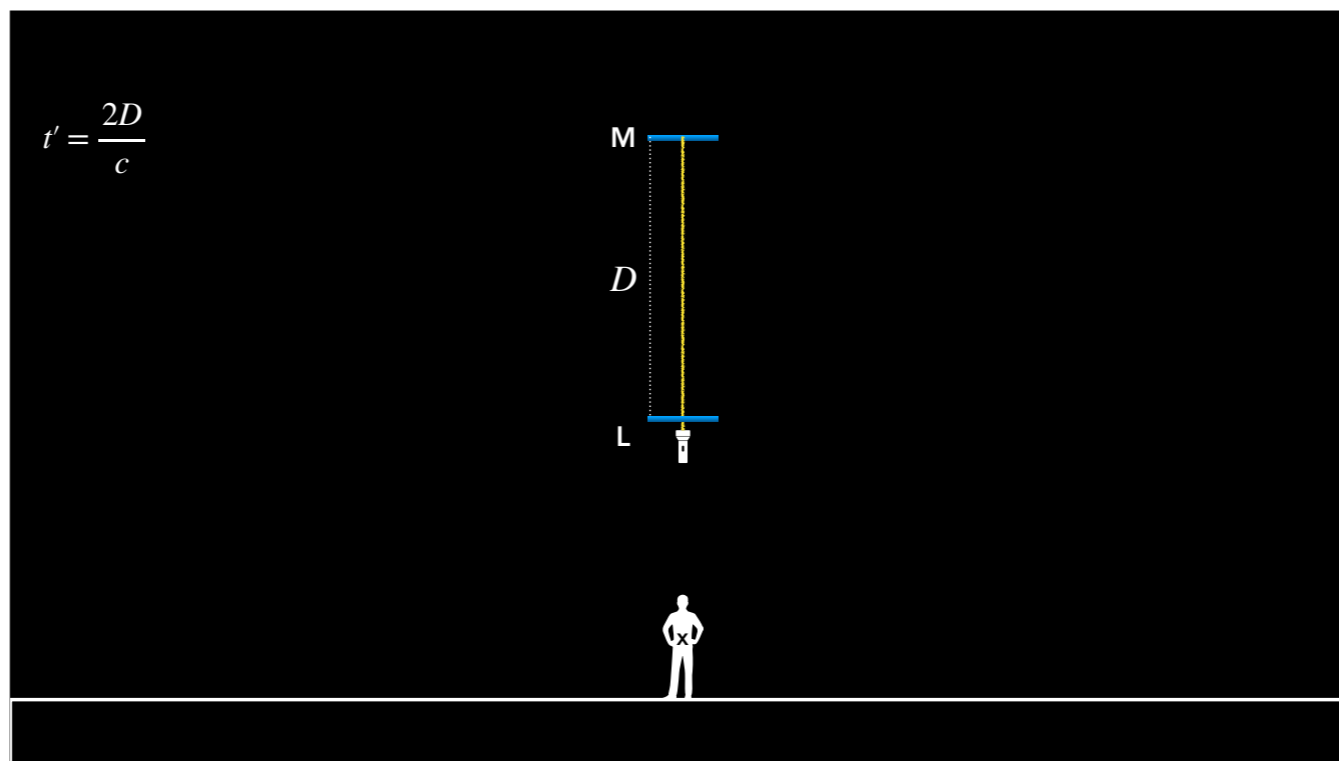
Nous avons déjà vu que Lorentz avait postulé la contraction des longueurs pour interpréter le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley et dont Poincaré avait tiré la loi sur l'impossibilité de mesurer un mouvement absolu. Ils se sont ensuite aperçus que cette histoire de contraction tenait debout à condition que le temps, lui aussi soit modifié selon que l'observateur soit en mouvement ou non par rapport à l'instrument qui mesure le temps.

1905

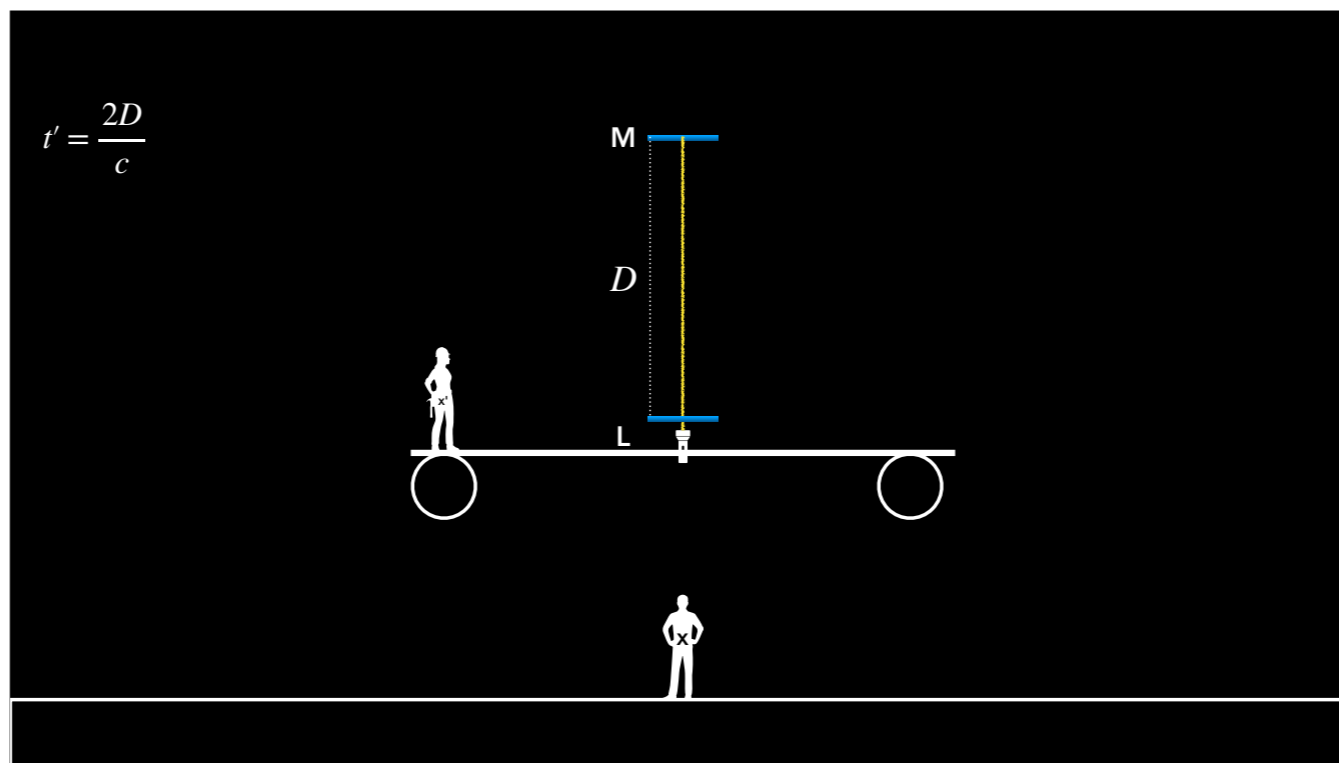
Dilatation du temps

Une remarque de vocabulaire : on parle, de façon inappropriée, de contraction des longueurs et de dilatation du temps. Les longueurs ne sont pas physiquement modifiées, comme le pensait Lorentz et Poincaré, ni le temps allongé (la montre ne battra pas la seconde plus lentement), c'est la perception des longueurs et du temps, plutôt des durées, qui est modifiée par le mouvement. Un observateur immobile verra les longueurs dans un système en mouvement contractées et pareillement il verra les durées dilatées. Vous ne verrez jamais votre montre avancer ou retarder lorsque vous prenez le train, même si ce train se déplaçait à une vitesse proche de la vitesse de la lumière.

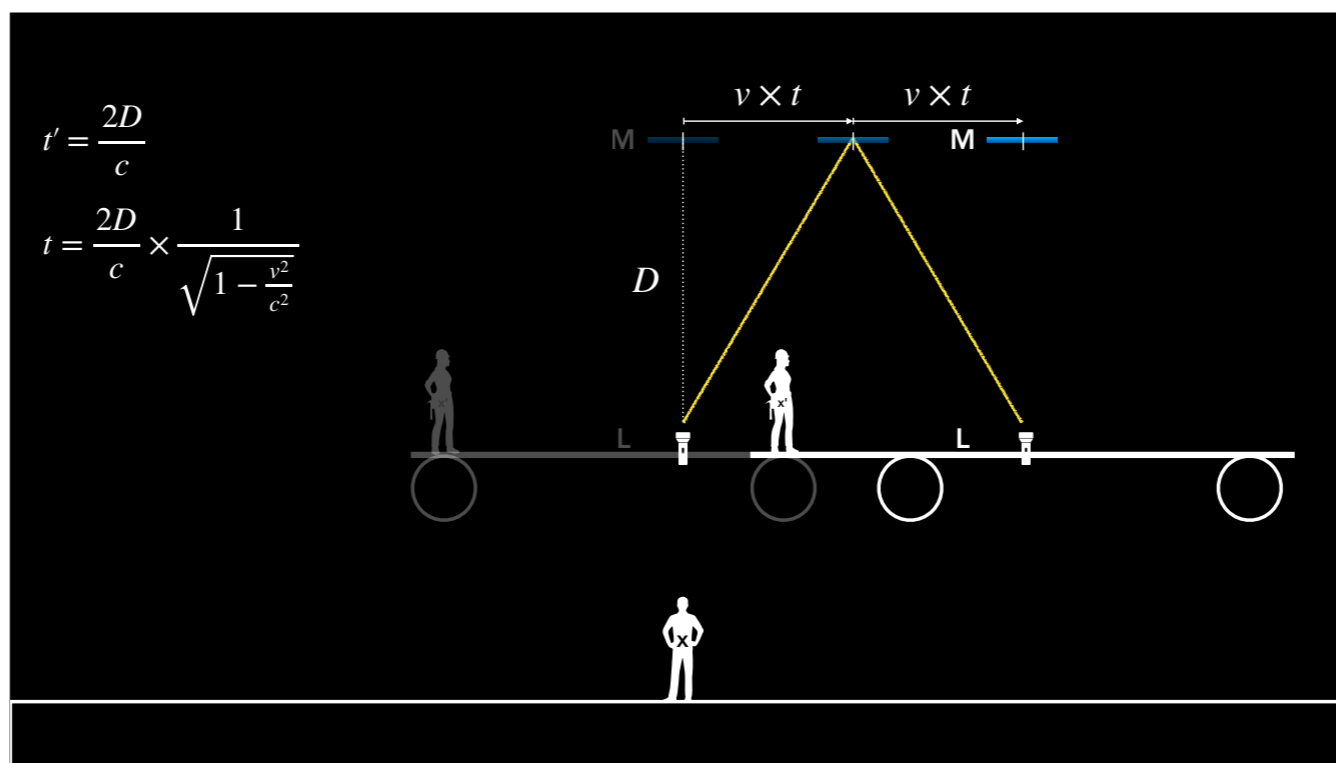
Pour expliquer cette transformation du temps, Einstein invente une horloge imaginaire qui s'appuie sur son deuxième postulat l'invariance de la vitesse de la lumière quelque soit le mouvement de la source de lumière.



Le principe de cette horloge est simple : une lampe projette un rayon lumineux pulsé à travers un miroir vers un autre miroir et grâce à un système astucieux fait tac lorsqu'elle arrive au miroir du haut et tic chaque fois que le rayon revient au niveau du miroir près de la lampe. Le temps entre deux tics est donc donné par deux fois la distance D séparant la lampe du miroir divisé par la vitesse de la lumière. Cette durée est appelée intervalle de temps propre : un temps qui sépare deux événements qui ont lieu au même endroit.



Embarquons maintenant cette horloge sur un train (on peut aussi en construire une deuxième, parfaitement identique à la première et les démarrer en même temps pour que les deux tic de façon synchrone). L'horloge est positionnée verticalement au sens du déplacement du train. Une fois le train en mouvement, le voyageur ne verra rien de particulier, rien ne changera au tic-tac de l'horloge. Si jamais il apercevait une différence, il pourrait en déduire que le train est en mouvement ce qui est interdit par le principe de relativité. Donc le temps se passera pour le voyageur comme si de rien n'était.



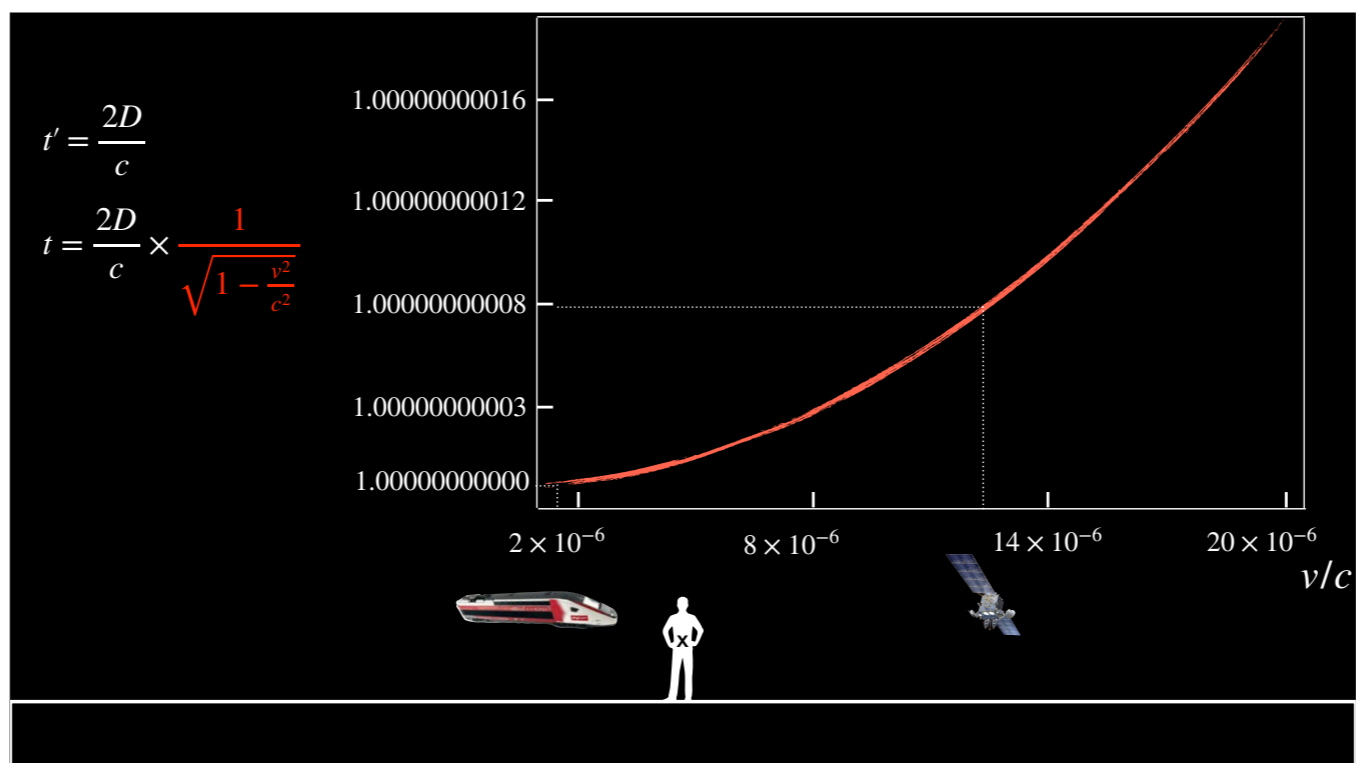
En revanche, pour le chef de gare ce sera très différent. Alors que le train passe devant lui (à vitesse uniforme et dans un mouvement rectiligne) il verra la lumière faire un zigzag.

Si t est temps que met le rayon lumineux pour aller de la lampe au miroir, le train aura avancé d'une distance $v \times t$ ou v est la vitesse du train. Un simple calcul de géométrie nous permet de calculer la longueur de la trajectoire de la lumière et de là le temps mis pour parcourir ce trajet. D'où la relation. Le temps que met met la lumière pour faire un aller-retour entre la lampe et le miroir paraît donc plus long pour le chef de gare que pour le voyageur.

Ainsi pour le chef de gare sur son quai, tout ce qui se passe dans le train en mouvement, semble se passer plus lentement que la normale alors que pour le voyageur tout se passe à vitesse normale. Pour le chef de gare, non seulement les longueurs dans le train sont raccourcis, mais les montres dans le train se mettent à ralentir. Et on voit immédiatement que le tic tac de l'horloge sera d'autant plus lent que la vitesse du train est plus élevée.

Un observateur fixe voit l'horloge en mouvement au ralenti

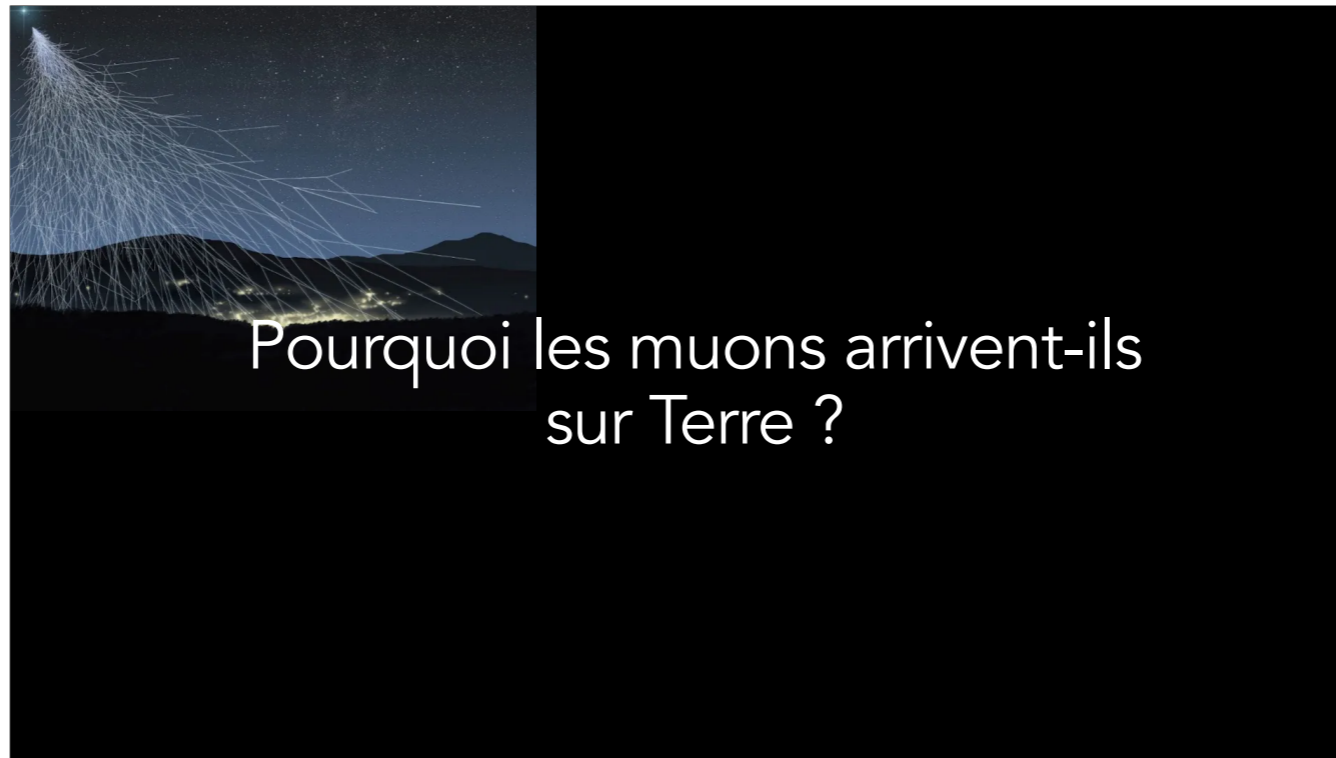
Nous avons démontré la dilatation du temps avec une horloge bien particulière. Mais est-ce que nous observons la même chose avec n'importe quel système marquant le temps, une montre ordinaire par exemple. Synchronisons son tic tac avec le tic tac de l'horloge à lumière. Pour cela nous avons imaginé un mécanisme ingénieux qui nous annonce lorsque les tics et tacs de l'horloge et de la montre arrivent simultanément. Embarquons horloge et montre ainsi synchronisé dans le train. Pour le voyageur, horloge et montre resteront synchronisées lorsque le train est en mouvement (uniforme et rectiligne). S'il se trouvait que la montre et l'horloge tiquent différemment, alors le voyageur aurait la possibilité de dire qu'il est en mouvement ce qui est impossible d'après le principe de relativité! De même le chef de gare ne verra aucune différence de tic-tac entre horloge et montre. Ainsi quelque soit le mécanisme de l'instrument qui bat la seconde, son tic tac sera toujours ralenti et de la même façon pour le chef de gare qui regarde passer le train.



C'est la dilatation du temps dû au mouvement du train vu par le chef de gare. D'où l'adage relativiste : pour rester jeune, vivons vite ... mais s'installer, même à demeure, dans un TGV ne sera pas très efficace ! En effet pour, qu'après 1 an dans le TGV, le temps mesuré par le chef de gare soit le double du temps mesuré par le voyageur, il faudrait que le TGV roule à 87% de la vitesse de la lumière, soit 260.000 km/s

Pour un satellite GPS en orbite autour de la Terre à une vitesse de 14000 km/h (3,8 km/s , soit 0.00001c), ce qui se traduit par un retard des horloges embarquées de 7,2 μ s par jour par rapport aux horloges terrestres.

En réalité, il y a aussi un effet de relativité générale (influence du champ de gravitation terrestre) qui ajoute une avance de 45,7 μ s par jour.



La dilatation du temps peut-être démontrée (les TGV circulent définitivement à des vitesses ridiculement trop petites pour observer un effet, facteur de Lorentz=1,00000000000004) par son effet sur les muons. Le muon est une particule élémentaire de très courte durée de vie (voir mon cours de l'année dernière) c'est-à-dire qu'il se désintègre après seulement, en moyenne, 2,2 microsecondes. Ainsi un muon qui se déplacerait à la vitesse de la lumière ne pourrait parcourir qu'environ 600 m. Les muons du rayonnement cosmique observés sur Terre sont produits à quelques 10 km au dessus de notre tête dans la haute atmosphère (pied de gerbe 30km). Alors comment se fait-il qu'on puisse les observer dans nos laboratoires ?

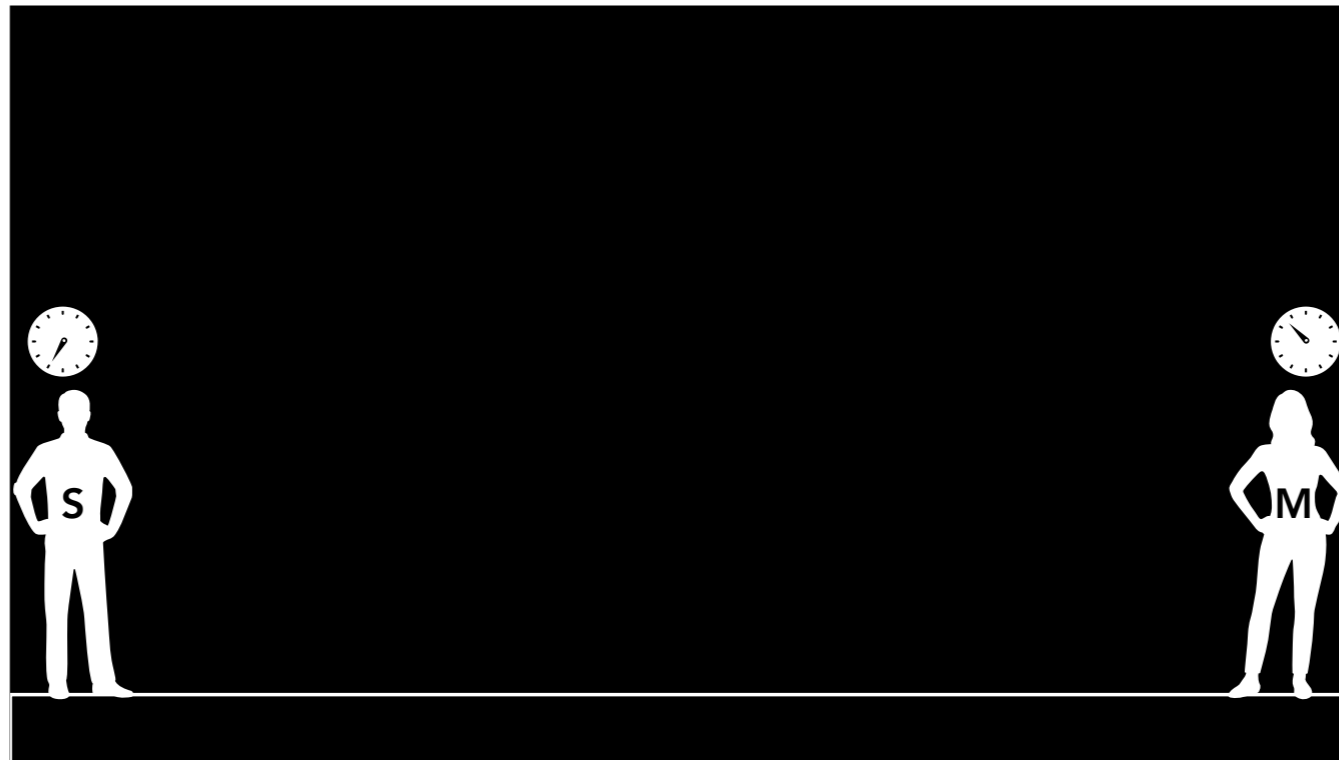
La réponse est la dilatation du temps. Pour des muons se déplaçant à des vitesses proches de c , de leur point de vue leur durée de vie est toujours de 2,2 microsecondes. En revanche, pour nous, observateurs terrestres, nous les voyons arriver à très grande vitesse et avec une durée de vie étirée suffisamment pour qu'ils atteignent nos instruments de mesure. Pour un muon filant à 99,5% de la vitesse de la lumière, le facteur de Lorentz est égal à 10 et donc leur vie moyenne allongée d'autant, selon le point de vue de l'observateur terrestre, et les muons peuvent ainsi parcourir en moyenne près de 6 km.

1905

Simultanéité

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Einstein se pose ensuite la question que veut dire que deux événements sont simultanés, (le fameux « en même temps »). « si nous disons « qu'un train arrive ici à 7 heures », cela signifie « que la petite aiguille de ma montre qui pointe exactement le 7 et que l'arrivée du train sont des événements simultanés » : les deux événements ont lieu au même endroit. Mais quelle est la relation entre événements qui se passent à des endroits distants.

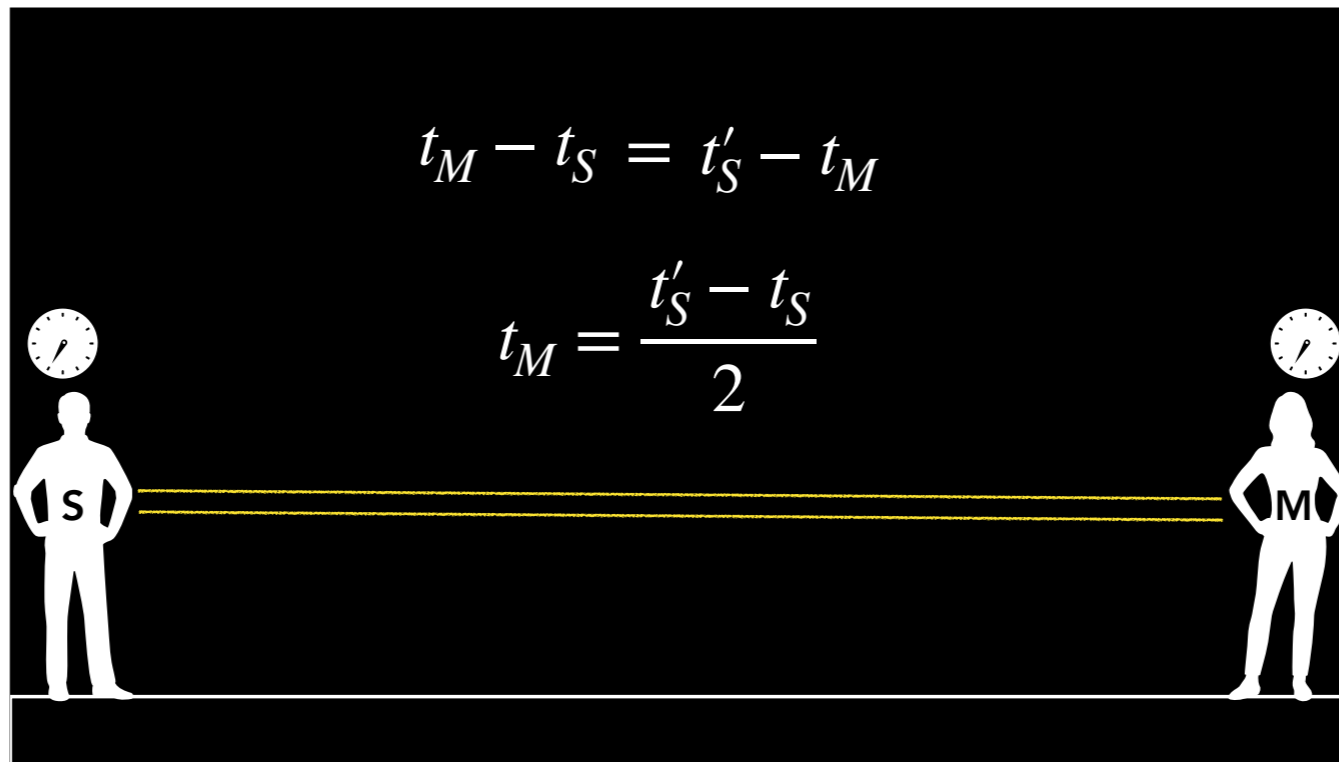


Ainsi le voyageur qui attend son train en gare de Strasbourg peut assigner un temps à l'événement local, le train entre en gare de Strasbourg, en observant l'horloge de la gare de Strasbourg. On appelle ce temps le temps propre, propre au voyageur de Strasbourg (le temps donné par la montre qu'il porte au poignet synchronisé avec le temps donné par l'horloge de la gare).

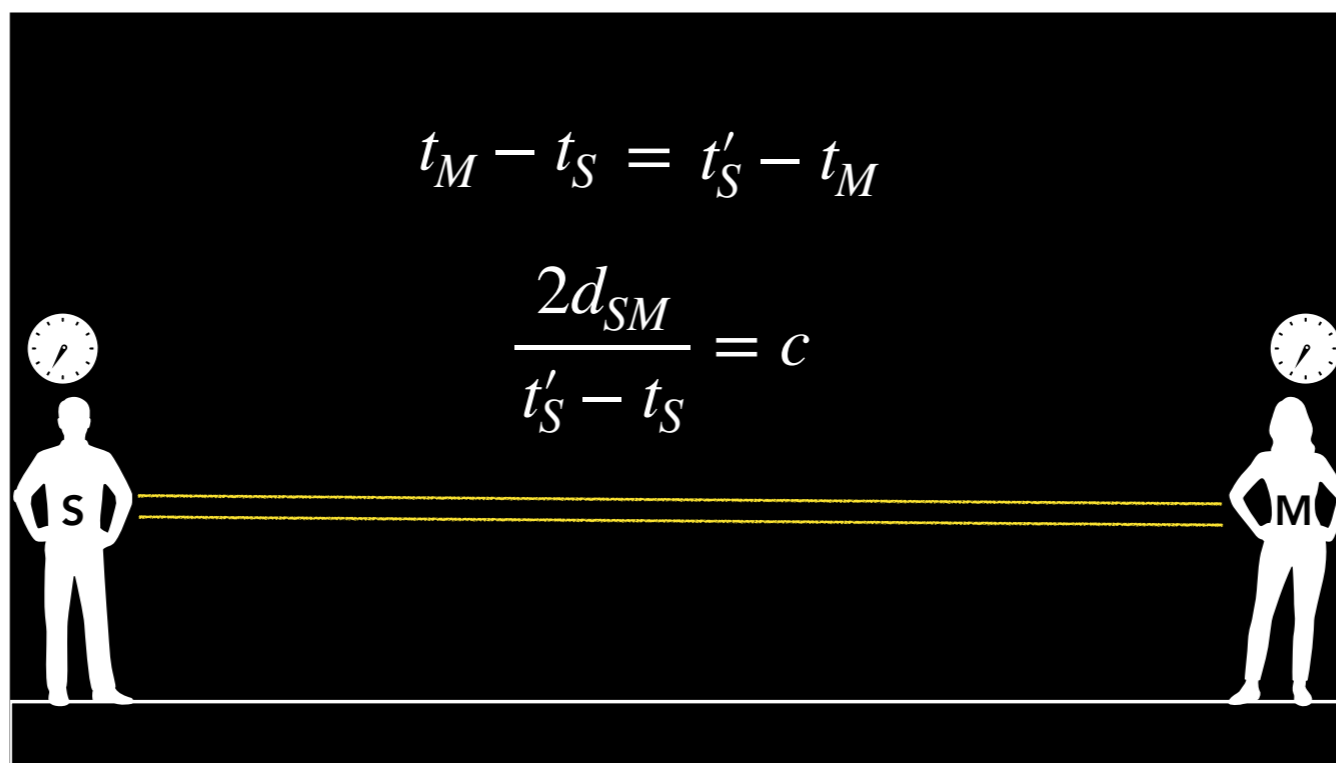
Une voyageuse qui attend son train en gare de Mulhouse peut également assigner un temps à l'événement local, le train entre en gare de Mulhouse, en observant le temps à l'horloge à la gare de Mulhouse, horloge identique en tout point à celle de la gare de Strasbourg.

Mais sans conventions préalables, il est impossible de comparer chronologiquement les deux événements : lequel des deux trains entre en gare avant l'autre ?

Pour répondre à la question, il faut avoir synchronisé les deux horloges, c'est-à-dire définir un temps commun à Strasbourg et à Mulhouse. Ce temps commun peut être défini, si nous posons que le « temps » requis par la lumière pour aller de Strasbourg à Mulhouse est équivalent au « temps » que met la lumière pour aller de Mulhouse à Strasbourg.



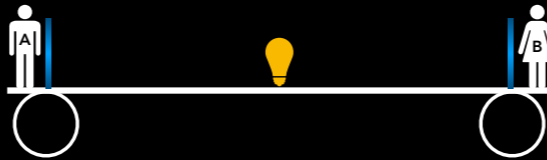
D'où la méthode pour synchroniser la montre du voyageur de Strasbourg avec celle de la voyageuse de Mulhouse (et réciproquement). S envoie un signal lumineux à M au temps t_S indiqué sur sa montre, et M le lui renvoie instantanément (miroir) avec le temps t_M auquel M a reçu le signal et qu'elle lit sur sa montre. S reçoit le signal de retour de M au temps t'_S , qu'il lit sur sa montre. Il calcule alors $(t'_S - t_S) / 2$ et compare ce calcul au t_M reçu de M. Selon la définition de la simultanéité (qui résulte de l'invariance de la vitesse de la lumière), s'il y a égalité les deux montres de M et S sont synchronisées, sinon l'une retarde ou avance par rapport à l'autre et il suffit de procéder au ajustement nécessaire.



« Donc, à l'aide de certaines expériences physiques (de pensée), nous avons établi ce que nous entendons lorsque nous parlons d'horloges au repos à différents endroits, et synchronisées les unes avec les autres ; et nous avons par conséquent établi une définition de la « simultanéité » et du « temps ». Le « temps » d'un événement est l'indication simultanée d'une horloge au repos située à l'endroit de l'événement, qui est synchronisée avec une certaine horloge au repos dans tous les cas de détermination du temps. »

Einstein pose alors son hypothèse essentielle au principe de relativité : le rapport entre 2 fois la distance de Strasbourg à Mulhouse et le temps mis pour le rayon lumineux pour faire une aller-retour entre Strasbourg et Mulhouse est une constante universelle (dont la valeur est, entre autre, la valeur de la vitesse à laquelle se déplace la lumière dans le vide).

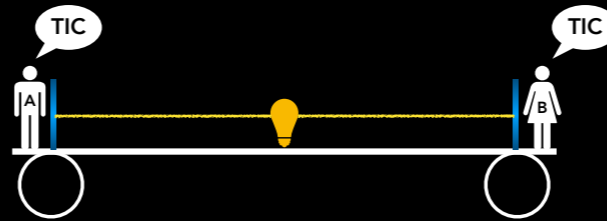
$$t'_A = t'_B$$



On peut voir immédiatement que la perception de la simultanéité ainsi définie va ne plus être la même si un des observateurs est en mouvement. Observons ce qui se passe.

Commençons par embarquer 2 voyageurs dans le train chacun muni de sa propre montre et installons-les à chacun à une extrémité du wagon. Il faut d'abord synchroniser leur montre respective, selon la méthode définie précédemment. Simplifions un peu, en positionnant la source de lumière très précisément à mi-chemin entre les deux voyageurs.

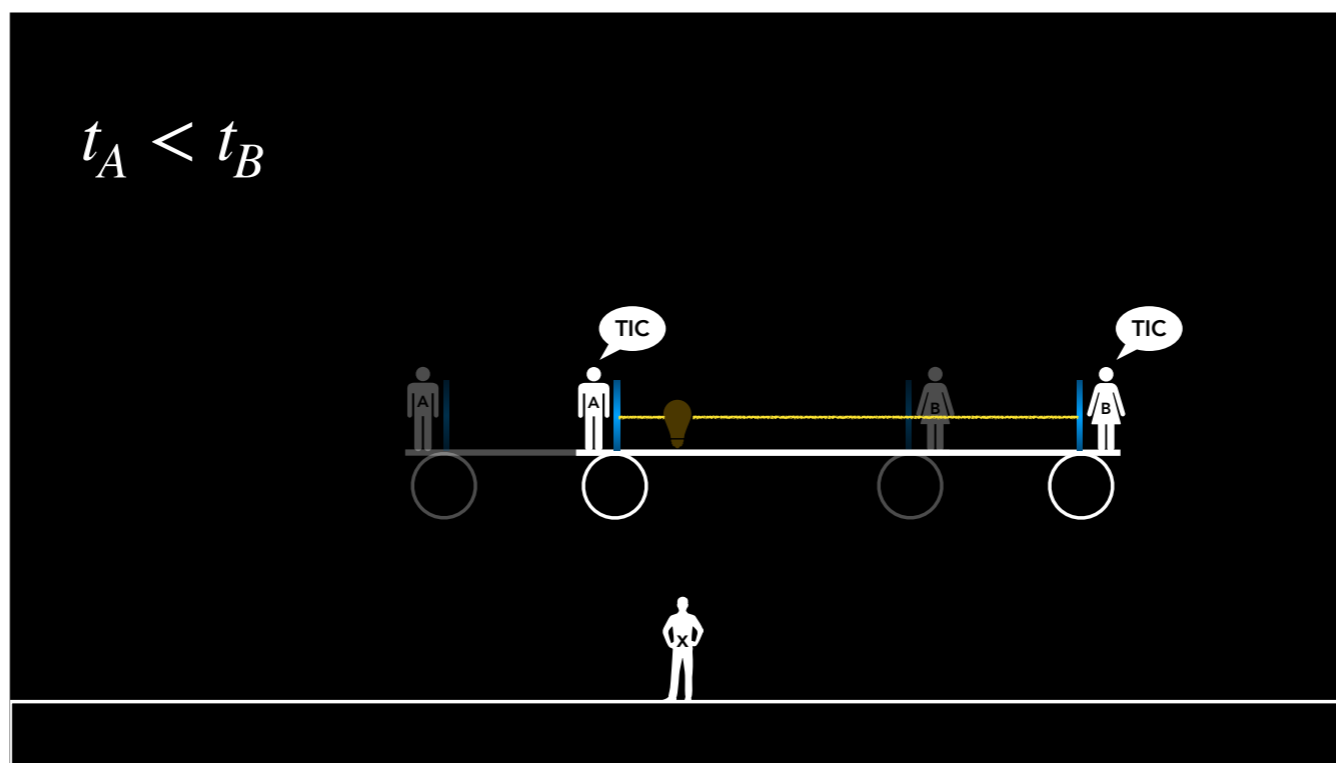
$$t'_A = t'_B$$



Lorsque la lumière est émise dans les deux directions opposées, le voyageur A verra la lumière arriver au temps t'_A et la voyageuse B au temps t'_B . Il suffit aux deux voyageurs de s'entendre pour synchroniser leur montre décidant que $t'_A = t'_B$.

Lorsque le train est en mouvement, les deux montres des passagers resteront synchronisées car si elles se désynchronisaient, les voyageurs pourraient en conclure qu'ils sont en mouvement ce qui est interdit par le principe de relativité.

Mais que peut dire le chef de gare resté immobile sur son quai ?



Du fait du mouvement du train, après l'émission du flash lumineux le chef de gare verra s'allonger le trajet que doit parcourir la lumière pour arriver à la voyageuse B. En revanche, il verra se raccourcir le trajet que la lumière doit parcourir pour arriver au voyageur A.

Le chef de gare verra donc le voyageur A faire son tic avant la voyageuse B, les deux tics ne sont pas simultanés pour le chef de gare alors qu'ils le sont pour les voyageurs.

La simultanéité dépend du mouvement

La simultanéité dépend donc du mouvement. La conséquence en est qu'il n'existe pas de présent universel où le présent est défini pour un observateur donné comme l'ensemble des événements simultanés, c'est-à-dire l'ensemble des événements qui se passent en même temps que le temps donné par l'observateur. Le présent du chef de gare n'est pas le présent du voyageur !

1905

La relativité restreinte

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Dans son article Einstein :

La relativité restreinte

1905

- Le principe de relativité est universel

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Dans son article Einstein :

S'appuyant sur les deux postulats, le principe de relativité d'abord qui stipule que le repos absolu n'existe pas et que les équations de la mécanique et les équations de l'électromagnétisme suivent les mêmes règles pour ce qui concerne le mouvement

La relativité restreinte

1905

- Le principe de relativité est universel
- La vitesse de la lumière est invariante

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

et ensuite l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide indépendamment du mouvement de la source de lumière;

s'aidant d'expériences de pensée apparemment naïves; Einstein explique les transformations de Lorentz, la contraction des longueurs et la dilatation du temps, redéfinit la règle de composition des vitesses, valide les équations de Maxwell que les observations se fassent au repos ou en mouvement

La relativité restreinte

1905

- Le principe de relativité est universel
- La vitesse de la lumière est invariante
- Elimine l'éther, abolit espace-temps absolu

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

et finalement débarrasse la physique de l'éther puisqu'il n'y a plus besoin d'un espace absolument au repos.

Pourquoi l'éther est superflu ? Le principe de relativité stipule que les lois de la nature rapportées à un système de coordonnées K' en mouvement uniforme par rapport à l'éther sont identiques aux lois correspondantes rapportées à un système de coordonnées K au repos par rapport à l'éther. Mais, s'il en est ainsi, il n'y a pas plus de raisons de considérer que l'éther est au repos relativement à K que relativement à K' . En conséquence, privilégier l'un des deux systèmes de coordonnées, K ou K' , en supposant que l'éther est au repos relativement à lui, n'a absolument rien de naturel. D'où il résulte que l'on peut aboutir à une théorie satisfaisante que si l'on renonce à l'hypothèse d'éther.

Ainsi l'existence d'un espace absolu et d'un temps absolu par rapport auxquels les événements sont localisés dans la mécanique de Newton est bannie pour laisser un temps relatif qui dépend de l'endroit où on le mesure et du mouvement de l'observateur par rapport au système observé.

Si historiquement Einstein a conçu la théorie de la relativité restreinte en s'appuyant sur la lumière et l'électromagnétisme, il est tout à fait possible de reconstruire cette même théorie sans faire référence à la lumière et à l'électromagnétisme. Il suffit de postuler 4 hypothèses :

1. L'espace est homogène
2. L'espace est isotrope
3. Le temps est uniforme
4. La causalité (la cause précède l'effet) ne change pas quand on change de référentiel galiléen

Avec ces 4 hypothèses on reconstruit la relativité restreinte et l'on montre l'existence d'une quantité qui a les dimensions d'une vitesse qui a toujours la même valeur dans tous les référentiels et qui est la vitesse maximum indépassable que peut atteindre une particule matérielle. L'expérience montre que la valeur de cette constante universelle est égale à la vitesse de la lumière et cette constante universelle on pourra l'appeler « constante de structure de l'espace-temps ».

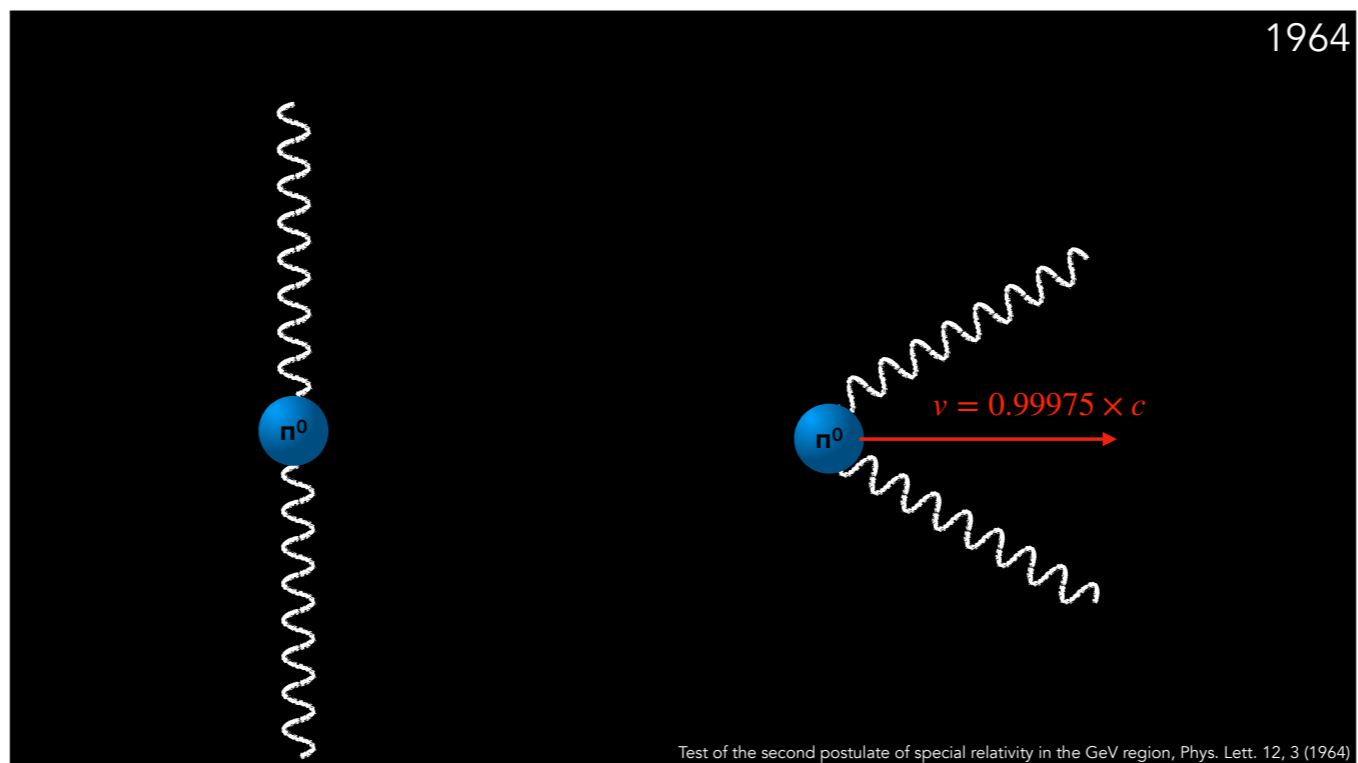
1905

Composition des vitesses

$$U = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}}$$

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Si $w = c$, alors $U = c$



La vitesse de la lumière est-elle vraiment invariante, c'est-à-dire est-elle indépendante du mouvement de la source émettrice ? La vérification expérimentale a été réalisée en 1964 par une équipe du CERN.

Les mesures, effectuées au Synchrotron à Protons (PS) du CERN, consistent à mesurer la vitesse de rayons γ provenant de la désintégration de pions neutres π^0 , produites à une vitesse $v = 0,99975 c$. Le résultat des mesures donnent une valeur de $299,770 \pm 0.0004$ km/s, soit un écart de 1 pour 100,000 avec la valeur adoptée pour la vitesse de la lumière.

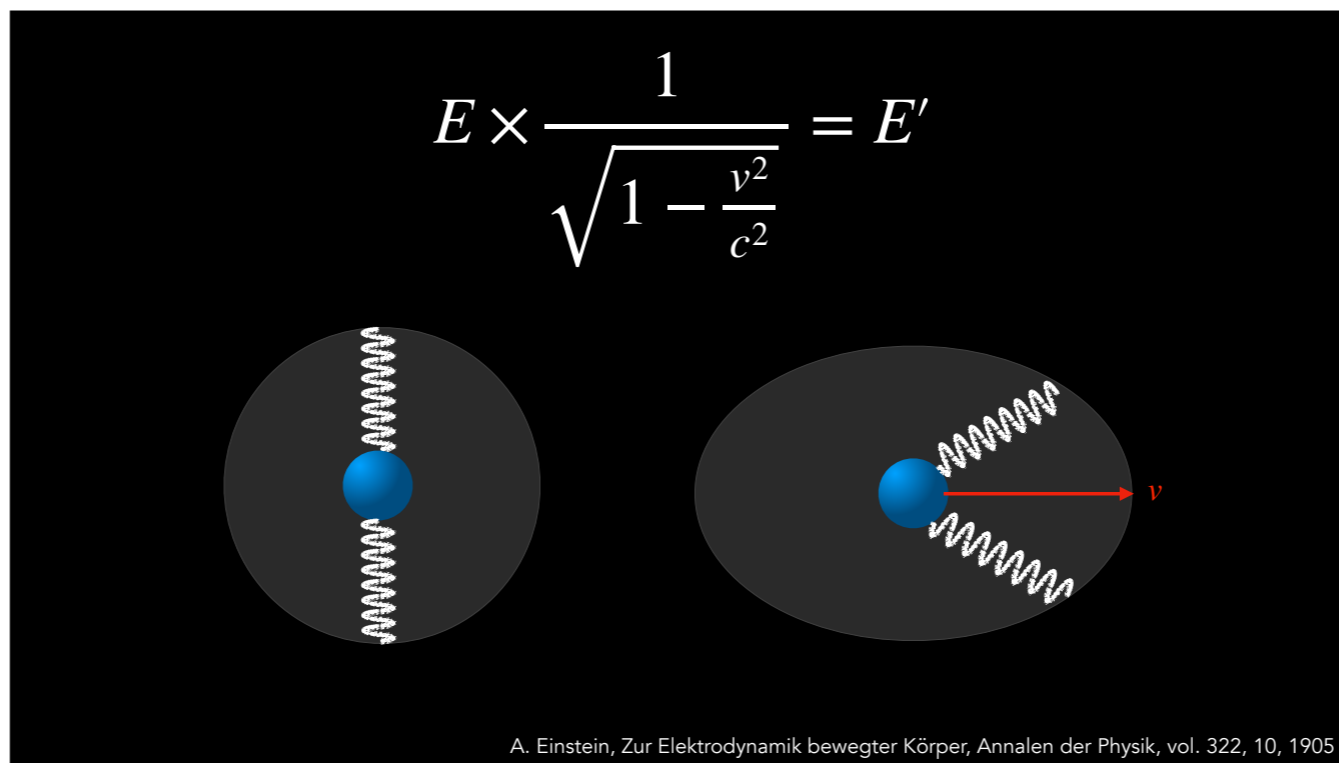
1905

Composition des vitesses

$$U = \frac{c + c}{1 + \frac{c \times c}{c^2}} = c$$

A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, vol. 322, 10, 1905

Si $w = c$, alors $U = c$



E = Energie du rayonnement contenue dans la sphère dans le référentiel où le système est au repos (lorsqu'on chevauche le pion); E' l'énergie contenue dans l'ellipsoïde vue par un observateur au repos par rapport au pion (on regarde passer le pion). Calcul en appliquant les transformations de Lorentz.

La mécanique classique

$$F = m_I \times a = m_I \times \frac{dv}{dt}$$

Reste un dernier problème à régler : Quelle forme doivent prendre les équations de la mécanique pour ne pas changer lorsqu'on leur applique les transformations de Lorentz ? Nous avons vu que les longueurs changent, le temps change mais la masse, ou plus précisément l'inertie, comment change-t-elle ?

Pour que la troisième loi de la mécanique de Newton (action réaction, conservation de la quantité de mouvement) reste vraie, il faut dans la deuxième loi ($F=mv' = mdv/dt = d(mv)/dt$) modifier la définition de la quantité de mouvement mv où m_0 est la masse de la particule au repos.

Que devient la deuxième loi de Newton ? Si on applique une force toujours plus intense (si j'enfonce progressivement la pédale d'accélérateur de ma voiture), le corps (la voiture) va gagner de la vitesse jusqu'à dépasser la vitesse de la lumière. Ceci étant impossible en mécanique relativiste, c'est au contraire la quantité de mouvement qui va augmenter car la masse augmente et non la vitesse. La masse, et donc la quantité de mouvement, va continuer à augmenter alors que le corps ne subira quasiment plus d'accélération dans le sens d'un changement de la vitesse. Ce qui peut se dire autrement encore : puisque la vitesse changeant peu, c'est l'inertie du corps qui augmente, plus on accélère plus l'inertie du corps empêche l'accélération et l'on finit par accélérer à vitesse quasi constante!. Ce qui explique qu'on ne peut accélérer aucun objet massif à la vitesse de la lumière.

La mécanique classique

$$F = m_I \times a = \frac{d(m_I \times v)}{dt}$$

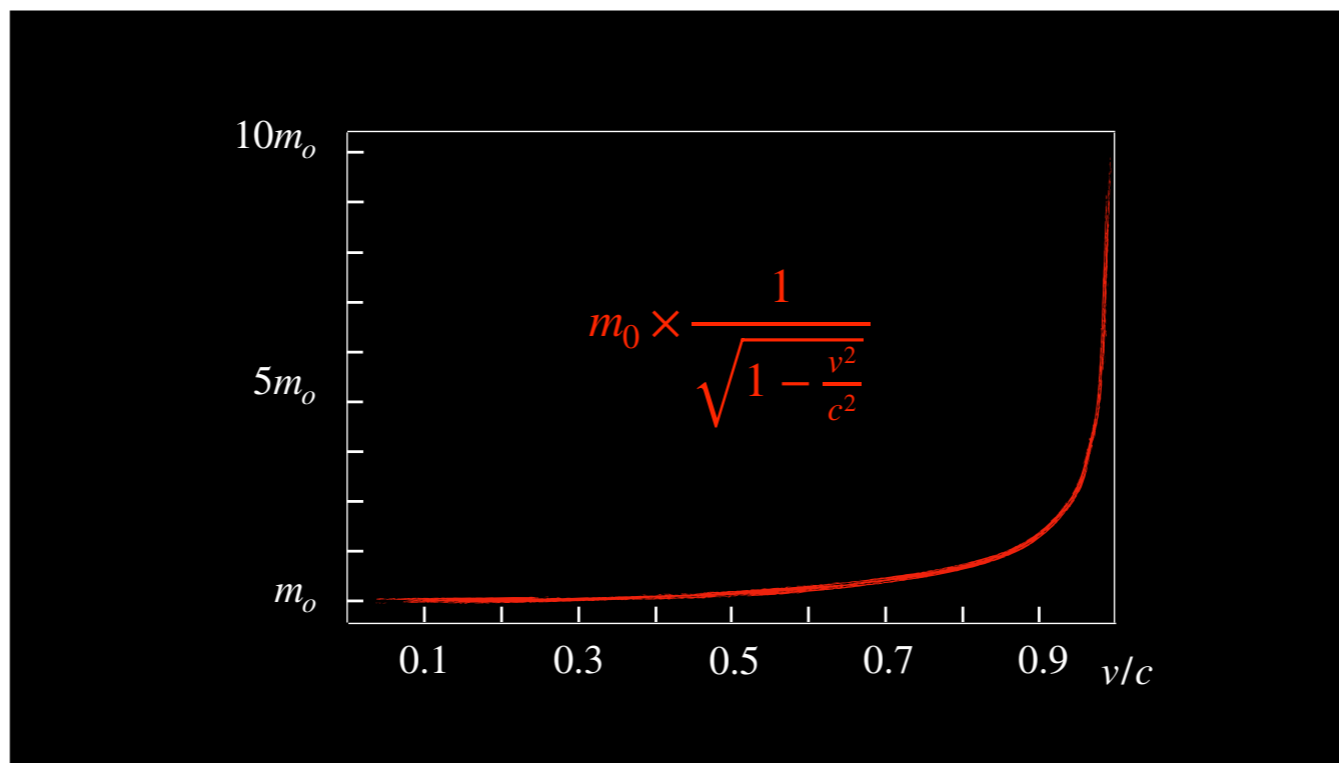
Un signe avant-coureur : il y aurait également un problème avec la deuxième loi de Newton.

En 1901, le physicien allemand Walter Kaufmann mesure que le rapport charge électrique sur masse (e/m) de l'électron dépend de la vitesse de l'électron ! La masse (électromagnétique ?) de l'électron dépendrait-elle de la vitesse de l'électron ? Ce qui n'est pas expliqué par la mécanique classique.

La mécanique relativiste

$$m_I \times v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \times v$$

Ce qui peut se dire autrement encore : puisque la vitesse changeant peu, c'est l'inertie du corps qui augmente, plus on accélère plus l'inertie du corps empêche l'accélération et l'on finit par accélérer à vitesse quasi constante!. Ce qui explique qu'on ne peut accélérer aucun objet massif à la vitesse de la lumière.

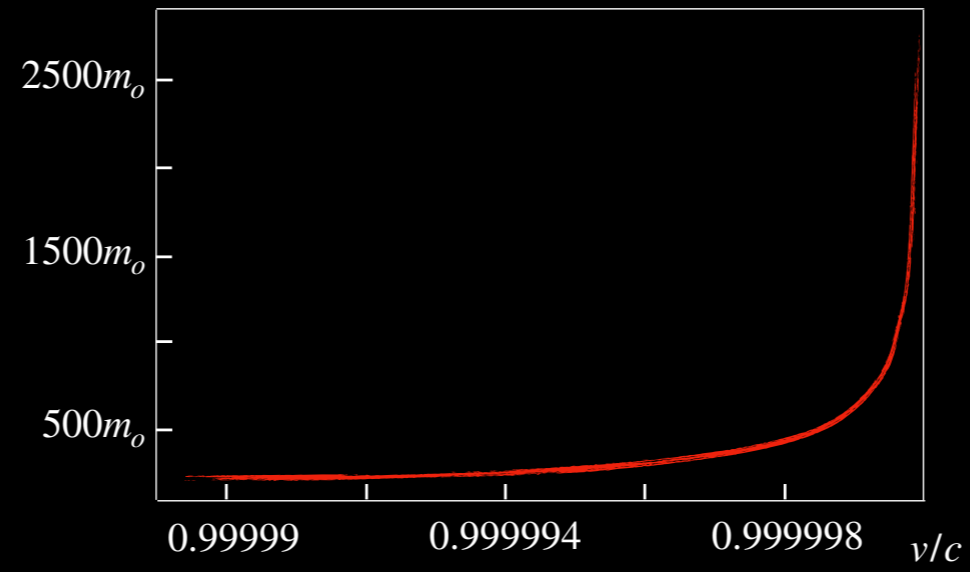


$$E = 200 \text{ GeV} \quad \rightarrow \quad v = 0,999988996 \times c$$

$$E = 6500 \text{ GeV} \quad \rightarrow \quad v = 0,999999986 \times c$$

Exemple : un proton accéléré au RHIC possède une Energie de 200 GeV, sa vitesse est de 99.9989% de la vitesse de la lumière. Le même proton accéléré au LHC possède une énergie de 6.5 TeV soit une augmentation d'un facteur 32 et sa vitesse est de 99.9999986% de la vitesse de la lumière soit une augmentation d'un facteur 1.00001 (1 pour 100.000)

$E = 200 \text{ GeV} \rightarrow v = 0,999988996 \times c$
 $E = 6500 \text{ GeV} \rightarrow v = 0,999999986 \times c$



$$E = 200 \text{ GeV} \quad \rightarrow \quad v = 299.788.561 \text{ m/s}$$

$$E = 6500 \text{ GeV} \quad \rightarrow \quad v = 299.792.454 \text{ m/s}$$

Pourquoi $E = Mc^2$?

Voilà vous en savez maintenant (presque assez) pour répondre à la question

Peut-on accélérer à vitesse constante ?

• $v = 0$: inertie d'un corps est égale à sa masse $l_0 = m_0 = E_0/c^2$.

• $v > 0$: inertie = (énergie du corps au repos + énergie cinétique)/ $c^2 = (E_0 + T)/c^2 = m_0 + 1/2 m_0 v^2/c^2 = m_0(1 + 1/2 v^2/c^2) = m_0 \times 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$

Donc l'inertie du corps augmente avec la vitesse, plus on veut accélérer un corps, plus il devient difficile de l'accélérer. En revanche l'énergie $E = l c^2 = \gamma m_0 c^2$ ne cesse d'augmenter.

Calcul de la vitesse : $\sqrt{1-v^2/c^2} = E_0/m_0 c^2 \rightarrow v/c = \sqrt{1 - (m_0 c^2/E)^2}$

Ex $E=200 \text{ GeV} \rightarrow v/c = 0,999988996$

$E=6500 \text{ GeV} \rightarrow v/c = 0,999999986$